

EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

Comitato scientifico:

Simonetta Bassi
Università di Pisa

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano

Michele Ciliberto
Scuola Normale Superiore di Pisa

Giuseppe Da Prato
Scuola Normale Superiore di Pisa

Paolo Freguglia
Università di L'Aquila

Mariano Giaquinta
Scuola Normale Superiore di Pisa, Centro di ricerca matematica "Ennio De Giorgi", Presidente

Angelo Guerreggio
Università Bocconi di Milano

Michele Marini
Fourweb Service srl

Stefano Marmi
Scuola Normale Superiore di Pisa, tesoriere

Massimo Mugnai
Scuola Normale Superiore di Pisa

Pietro Nastasi
Università di Palermo

Luigi Pepe
Università di Ferrara

EVCLIDE MEGARENSE

PHILOSOPHO:
SOLO INTRODVTTORE

DELLE SCIENTIE MATHEMATICÆ:

DILIGENTEMENTE REASSETTATO, ET ALLA
INTEGRITÀ RIDOTTO PER IL DEGNO

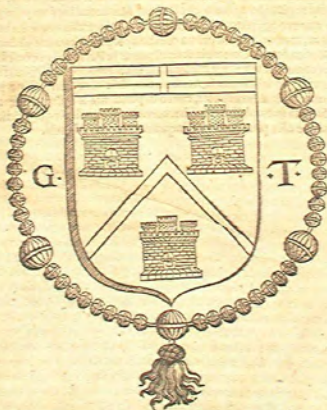
Professore di tal Scienze Nicolo Tartalea,
BRISCIANO,

Secondo le due Tradottioni:

E PER COMMUNE COMMODO
& vtilità di latino in volgar
tradotto.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
DELLO ISTESSO TRADOTTORE
DI NOVO AGGIONTA.

Talmente chiara, che ogni mediocre ingegno, senza la notizia, ouer suffragio di alcun'altra scientia con facilità, sera capace a' poterlo intendere.



Quasi, & quante siano le scienze, ouero discipline Mathematiche,

LE SCIENZE. ouero discipline dette Mathematiche, secondo il volgo sono molte, cioè, Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, Cosmographia, Geographia, Chorographia, Perspectiua, Specularia, La scienza de pesi, la Architettura, & molte altre. Ma alcuni Sapienti, prendono solamente le quattro prime, cioè, Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & tutte le altre dicono esser subalteruate, cioè, dependente dalle dette quattro. Alcuni altri moderni (per alcune sue ragioni) vogliono che le dette Mathematiche siano cinque, però che alle dette quattro aggiungono la Perspectiua. Nientedimeno il Reuerendissimo Pietro de Abbon, Cardinale, nella prima questione sopra Giovanni di Sacrobusto, conclude la Musica, & la Astronomia, & similmente la Perspectiua non essere pure mathematiche (come è il vero) ma medle fra le mathematiche & la scientia naturalis, leperiche seguita, che solamente la Arithmetica, & la Geometria siano pure mathematiche, & tutte le altre esser medle, ouero dependente & miste dalle mathematiche discipline, & dalla natural Philosophia: occorrendo la Astrologia iudicialia, la qual egli conclude esser pura naturalis, inquanto alla sua essentia,



AL REVERENDO
ET ILLVSTRE
SIGNOR

GABRIELLE TADINO, DA MARTINENGO,
CAVALLIER HIEROSOLIMITANO,
ET PRIOR DI BARLETTA DIGNISS.

SIGNOR SVO
SEMPRE OSSERVANDISSIMO,
NICOLO TARTALEA
BRISCIANO,



TUTTI Li huomini Reverendo Signor Priore (come scrisse Ari-
stotele nel primo della Metaphisica) naturalmente desiderano
di sapere: nel primo della Posteriora, conclude che il saper non
è altro che intendere per demonstratione, & p' analogie diffuse, che
la sapienza non è altro che una cognitione delle cose divine, &
humane: Et molti philosophi determinano le parti della sapien-
za esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer pratica, & theorica: Aristotele
nel secondo della Metaphisica, dice che il fine della speculatione, ouer della scien-
tia speculatione non è altro che la verità: & della operatione, ouer pratica l'opera
compita. Et m'è li antiqui Disputatori delle cose affermano occorrer più la verità
nelle mathematiche (cioè nella Arithmetica, & Geometria) che in qualunque altra
arte liberale: perche determinano, quelle esser nel primo grado di certezza: si pe-
rò vedemo (come dice il Cardinal di Cusa) che tutti quelli che gustano di queste
due discipline, & massime della Geometria, accostarsi à quella in amor mirabile, co-
me che in quella si contiene il puro cibo della vita intellettuale: Perche il Geome-
tra non si cura delle linee, ouer figure materiali, di legno, ouer di altro metallo,
ma solamente si cura di quelle come che sono in se medesime; Augura che quelle
non si trouano fuora della materia, ma l'occhio sensibile guarda le figure sensibi-
li, accio che le mentale possano esser viste dalla mente: Ne etiam la mente vede le
figure mentali men vere, di quello che vede l'occhio corporale le sensibili: ma tan-
to più vere quanto che la mente vede quelle figure in se separare dalla alterita della
materia: Ma el senso esteriore mai se puo veder ne toccare fora di quella alterita
ta: perche la figura ricorre alla alterita dalla visione di quella alla materia: per la qual
cosa è necessario vna esser differente dall'altra: perche essendo fatto vn triangolo
in piana terra, & vn' altro simile, & eguale à quello in vna parete, sempre si troua
ra fra l'uno e l'altro esser vn qualche differentia: si similmente, essendo fatto vna py-
ramide di pietra, & vn'altra simile, & eguale à quella di legno ouer di alcun metal-
lo, sempre vi sarà fra l'una e l'altra qualche differentia, & tal figura pyramidale si
trouerà esser più vera in vna materia che nell'altra, tamen in niuna materia vna si-
gura puo esser così vera, & precisa, che la non possi esser più vera, & più precisa: adon-
que il veder della mente vede le dette figure libere da ogni variabile alterita: &
la mente si troua senza alterita sensibile, e però la mente è libera da ogni materia
sensibile, & quella è come forma alle figure mathematiche. Et se vostra signoria ge-
nerosissima dirà, quelle figure esser forme, la mente sarà forma delle forme: onde
le figure nella mente saranno come nella sua propria forma, e però saranno senza
alterita: adonque ciascuna cosa che la mente vede essa la vede in se medesima: e per

ro quelle cose che la mente vede non sono in alterita sensibile, ma in essa mentes
 & quella cosa che è alterita, & fuori de ogni alterita, non ha in se altro che veritas
 perche la veritas non è altro che una essentia di alteritatis: Et ben la mente nostra
 manca de ogni alterita sensibile, tamen quella non manca de ogni alterita. Adon-
 que la mente laqual non manca de ogni alterita (almen della mentale) vede le si-
 gure absolve da ogni alterita, e però lei vede quelle nella veritas, & non fuori di se,
 perche la vede quelle mentalmente: & questo non può esser fatto fora di essa men-
 te: perche la cosa vista mentalmente non è fora della mentis come il senso tocca
 cando sensibilmente non è fora del senso, ma tocca nel senso: la mente che vede
 in se medesima la cosa inalterabile, condescende che la mens sia alterabile, la non ve-
 de la cosa inalterabile nella sua alterabilita, perche la ira impedisce l'animo che'l
 non può cernere il vero, ma quello lo vede nella sua inalterabilita, & la veritas è
 inalterabilis: Adonque deve che la mente vede, ciascuna cosa laqual vede, lei
 è la veritas di quella, & di tutte le cose che essa mente vede: Adonque la veritas, nel
 la quale la mente vede tutte le cose è forma della mente: e però nella mente è il
 lume della veritas, per il quale è la mens, & in quello essa vede se medesima, & tut-
 te le cose: tamen ella non vede quella veritas per laqual lei si vede se medesima,
 & tutte le cose, ma solamente la vede, perche la è, ma non che cosa la sia: si come il
 veder nostro esteriore non vede la clarita di quella luce solare, per laqual vede
 tutte le cose visibili, tamen el si sperimenta non veder cosa alcuna senza la det-
 tal luce solare, & così fa perche la è, ma non che cosa la sia, ne etiam su la quantita
 di essa luce, se non perche ella è tanta che la eccede la veritas sua: il medesimo è del
 te mienneonde la veritas nella mente è come un specchio insensibile, nel qual la men-
 te vede se medesima, uede etiam tutte le cose visibile per essa, & quella simplicita
 speculari è tanta che la eccede la veritas, & acuita della mentis: quanto più è, più si
 acciuffa, e moltiplica la veritas della mente tanto più è certo e più chiaro essa uede tut-
 te le cose nel specchio della veritas: & quella veritas cresce per la speculatione non
 altrimenti che una scintilla che inardisce ardendose perche ella piglia quello noi
 credimento di potentia. per esso lume della veritas più, e più la si pone in luce: Di-
 co che quella veritas è mandata fuori da quello lume della veritas, perche mai ella
 perviene a quel grado che quel lume della veritas non la possa tirar più eleuata: La-
 qual cosa, & molte altre, considerate dalli predetti antichi Philosophi, deformato-
 ri della sapientia, ouer philosophia comprehendono (come è il nero) non potersi sen-
 za la detta Geometria rettamente philosophare, inuenno deformato in quella esset
 il vero principio e fondamento di essa sapientia, ouer philosophia: per questa cau-
 sa Platone, padre, e maestro de Philosophi non uoleua che alcuno Scholastico en-
 trasse nella sua schola se quello prima non era in Geometria ben esperto: il che fa-
 ceua, perche conosceua che in essa scientia geometrica ogni altra scientia occulta
 se ritroua. Ma perche questa Geometria non può star per se, ne esset ben appresa
 senza la sua sorella Arithmetica, perche seguita la Geometria insieme con la sua so-
 rella Arithmetica esset il principio, & fondamento della sapientia. Onde menan-
 dosi a quel tempo Euclide Megarense, acutissimo philosopho, & in tal faculta fra
 li altri molto perspicacissimo, quello con suo mirabile ingegno: rassetto in quin-
 ce libri regolarmente quelle due discipline, Geometria, & Arithmetica (si in opera-
 tione come in speculatione) con tanto alto & mirabil ordine quanto che huomo
 immaginar potesse, & tal che da quel tempo per fin al presente, senza contradittio-
 ne, ouene il principato in tal faculta. Et perche a quel tempo (per commun ordi-
 ne di essi Philosophi) la prima cosa che si faceva imparare a tutti quelli che si des-
 dicauano alla sapientia, era la Arithmetica, & la Geometria lui uolse intitolare, e chia-
 mar la detta sua opera, Opera di principii: quasi uolendo dire Opera di principii
 e fondamenti della Sapientia, ouer Philosophia: Et questo ordine antichissimo essetua
 to & mantenuto gran tempo. Ma al presente da moderni non solamente è stato
 corretto, ma talmente annullato, che le dette due scienze sono quasi depresse: &

la premiazione

la preiudicatione di tal antico ordine (per quanto posso confidatate) è processo per le infrastrate cause, prima, per la nata variatione delle lingue: per che ciascun desiderante d'andar a fruire il nobil giardino della sapientia, al presente glie neofarso che cerchi principalmente d'intender la lingua dell' antichi Authori, che l'hanno da porre in fa la terza via, (laqual cosa antiquamente non era necessaria, perche tal lingua era a loco propria) & circa cio consuma tal parte di tempo, che non solamente seria baluciale per intendere li detti principii, ma anchora la maggior parte della cosa desiderata: E dappoi che hanno imparata la detta lingua con gran fatica e sudore, e senza alcuna parte, ne principio della cosa desiderata: La maggior parte como stanchi & lassati (per abbreviar il cammino, & risparmiare il tempo scorto) abbandonano la detta via antiqua, si drizzano per vno certo calle, ouer sentiero modernamente trouato. E se per alcuno (come prudente) si mette a' studiar l'Opera del detto sapientissimo philosopho Euclide, oltre che l' troua quella disregolata, e deprauata, (come manifestamente si vede nel 6. le due Tradottioni.) Ma come quello aggiunge alla quinta, scella, & ottava diffinitione del quinto libro limita il moro della uia del dragone con laborioso affanno: & quello e' per cagion d'alcune interposizioni del Campano (le pur sono interposizioni del Campano) qual credendosi di scidar tal diffinitioni (per la sua poca intelligenza) le ha talmente confuse, che l' studiente per nian modo puo cauar al cun costrutta, perche e' sforzato abbandonar l'impresa, e drizzarsi como baltri, per il moderno calle, ouer sentiero. E da qui foeli naio che li nostri moderni non possono aggiungere al segno ouer, aggiungiamo li antiqui & di ragione douebbono pur trappassare piu oltre, conciosia che e' facile lo aggiungere alle cose trouate. Onde fra me pensando alla grandissima utilita che di queste due discipline ne consegua per coloro che le fanno secondo li debiti bisogni allo Intellecto accomodare, accho che quelle tornino nel pristino stato, & che l'Opera dello Ingeniosissimo Euclide sia riconosciuta, non solamente ho voluto durar questa fatica di ristaurarla & integrarla secondo le due Tradottioni, ma etiam per comune utilita dal latino in volgare tradurla & discindarla con expositioni talmente chiare (sopra tutte le diffinitioni, & altri oscuri passi) che ogni mediocre ingegno, senza noia di alcuna altra scienza sara capace di intenderla. Ne di questo uoltra Ruerentia amarauigli, pero che queste due scienze, ouer discipline non hanno bisogno di alcuna altra scienza, inquanto alla lei essentia, ma ben tutte le altre hanno bisogno di loro, come nel processo a quella lo faro cognoscer, & vederet & non solamente le liberali, ma etiam tutte le mecanice. Dappoi fra me pensando a' cui tal mia uel fatica dedicar dooueti, certo nian piu degno di vostra R. (per moltissime ragioni) mi e potuto venire memoria, per essere quella non solamente tramattoria, & ricettacolo di uirtu, ma vn uaso di prudencia, somma di generosità, fonte di magnanimita, lago di liberalita, fiume di consiglio, e mare d' alto ingegno, ualido di humanita, a' cui tutte le opre di uirtu conuocor debbono come a' suo proprio albergo. Onde per non preterir alli termini di ragione, a quella la dedico, offerison, & dono: Ne quella tanga tal due scienze a' uile, pero che come di sopra e' detto antiquamente furono reuerite, seruate, & celebate da tutti li perspicacissimi ingegni, mediante le quali non solo son peruenuti alla notizia e cognitione delle cose terrene, a noi mortali necessarie, ma etiam per mezzo di quelle son uenuti in cognitione delle diuine. Questo testifica il gran Philosopho Pitagora, ilqual tutta la sua dottrina & theologia mediante li numeri dispuso. Imperoche come scrisse Salomon sapientissimo, Deus omnia fecit in pondere, numero, & mensura. non ostante che l' si legge nell' Ecclesiastico al c. 1. Alitudinem caeli, & latitudinem terre, & profundum abyssi quilibet dimensurus est. Nientedimeno tanta e' la uirtu di queste due scienze, ouer discipline, cioe, Arithmetica, e Geometria insieme con la sua figliola Prospettiva, che mediante quelle noi cognosciamo per uirtu del compasso, e delle proportioni quanta sia la rotondita di tutta la terra, & quanto sia il diametro suo, & similmente della s

ati elementi. Perche come dice Aristotele, lo elemento superiore è dieci volte quan-
 to il suo immediate inferiore. Verbi gratia, l'acqua è dieci volte quanto è tutta la
 terra, similmente, l'aire è dieci volte quanto è l'acqua, il fuoco è mille volte quanto
 è tutta la terra: E nondimeno la grandezza di questi corpi grandissimi si cognosce
 non nell'arte della Astronomia per scienza Geometrica, mediante la Perspectiva, &
 per via del calcolo, ma peche li scrittori delle lettere, come scrisse Iudorio nel 3. delle
 Rhinologie) volemo che l'Arithmetica sia la prima delle discipline mathematiche,
 Imperò primamente in bande di quella diremo alcune propositioni. Certa cosa è qual-
 mente quella è matrice & matre delli Musici (come afferma Socrate Seruino, & si-
 milmente Franchin Caliceo nella sua musica,) imperochè senza li numeri, & le sue
 proprietà, proportioni, & proportionalita, non si può cognoscere chiaramente la con-
 sonanza, & dissonanza di tre, ouer più voci, ma con quella el si cognosce che vna
 quinta ouer ottaua fanno somilissima armonia, & grandemente dilettano lo audito-
 re dell'andienti, & similmente con la detta scienza de numeri sappiamo che vna
 quarta grande dissonanza, & non poco turba lo audito. Questa con le sue regole
 calcolatorie, & virtù, de suoi numeri dà la via all'arte giudiziaria detta Astrologia,
 & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Necromantia, Geomantia, Horosco-
 pio, Amfipodio, Augurio, Auspicio, & ad altri Sortilegi. E questo scrive il predetto
 Iudorio, & Cleo di Alcoli, & similmente Cornelio Agrippa nel secondo de occul-
 ti Philosophia. Ma piuesendo vn giorno adimandato il diuin Platone, per qual
 causa l'huomo, fra li animali rationali, era chiamato animal diuino. Alche rispose,
 e perche l'huomo sa numerare, & le bestie non. Quasi volendo dire, che a cognos-
 cer li numeri, con le sue proprietà, era cosa diuina, ouero, che con li numeri l'huo-
 mo vien in cognoscione delle cose alte, & peregrine. Anchora per questa scienza di
 Arithmetica, ouero con le proportioni de suoi numeri el si cognosce nella scienzia
 di Geometria le quantita comunicanti, & incommunicanti, o vuol dir, commen-
 surabili, & incommensurabili, & similmente, le rationale, & irrationale, come nel de-
 cimo del nostro Euclide si manifesta, & similmente, quella con numeri se illustra
 e ci fa capaci della quantita d'ogni figura Geometrica, cioè, de Triangoli, Quadrati,
 Triangoli longhi, Pentagoni, & Esagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & d'ogni altra figu-
 ra plana, & similmente d'ogni corpo solido, si regolare come l'regolare, come sono
 Pyramide, Prisme, ouer Seruati, Sphere, Coni, cylindri, ouer Celonne, Cubi, Ottoba-
 se, Dodecaedre, Vnoba se, con tutte le sue proprietà, & proportioni, come letiam Geome-
 tricamente desiner, & forma il nostro egregio Authore Euclide in quindici libri
 delliquali vnde il sono di Geometria, cioè, il 1.^o il 2.^o il 3.^o il 4.^o il 5.^o il 6.^o il 7.^o il 8.^o il 9.^o il 10.^o il 11.^o il 12.^o il 13.^o il 14.^o & il 15.^o & tre sono di Arithmetica, cioè, il 7.^o il 9.^o & il 10.^o. Il 1.^o &
 tutti questi è commune, il qual è della proportioni, & proportionalitadine di pro-
 portioni, & proportioni altri così se aspetta al numero come alla misura. E tanto la
 vultura, oltre la sua uita dolcezza di studio che si troua nelle contemplationi mathe-
 matiche piene di certezza, che Archimede si recusano per il studio di quelle con suoi
 mecanici ingegni disse vn tempo la Città di Siracusa contra l'impero di Marco
 marcellio Console Romano, giulche acquillo il nome della immortalita. Per virtù di
 queste Dedalo peritissimo fabricò il nominato Laberinto al Minotauro. Per me-
 rito di queste si fanno vari, & diuersi modellis fabricanti ponti con archi, quasi alla
 natura impossibili. Anchora chi con l'intelletto ben considera tutte le forte di an-
 que & moderne machine, & istrumenti bellici, si offensiui come defensiui, come so-
 no ballisti, ripari, bricoli, trabocchi, cata pulce, scorpioli, baliste, ariste, testudine,
 helepoli come dimostra Vetrulo nel decimo sempre con forza di numeri & misu-
 re le loro proportioni si trouano formate, & fabricate. Delle noue inuentioni per
 metrotecche sopra li dir delle moderne machine tormentarie (deme dal volgo, ar-
 gliarie) non voglio replicar per hauerlo altronde detto, & in parte publicato. Ma
 la solamente a dire, che per consiglio di queste (senza alcuna pratica in tal crie-
 cio) la maggior parte rimoua. Da queste medesime discipline germoglia, & nasce
 ponderibus,

la scienza de pesi come apertamente dimostra Iordano in quello de ponderibus, per mezzo della qual scienza Aristotele nelle sue questioni mecanice assegna la causa di ogni miracolosa mecanica inuentione. Di quanto altro e presidio siano le dette due scienze, ouer discipline alla Architettura Varruuo Pollicione nel suo Prohemio lo fa manifesto. Anchora che ben considera & guarda la scienza Perspectina, senza dubbio si trouera che nulla farebbe, se la Geometria come madre sua non se gli accomodasse. Questo ci manifesta il detto nostro Euclide nella sua Perspectina e similmente l'Archidisco Gioiue Cantuariense, ma piu abundantemente Vitruuone, liqual ogni sua proposizione approua, e dimostra con le suddiane proposizioni. Che diremo della Cosmographia, & Geographia? Non ci dimostra Ptholomeo, & tutti li altri eccellentissimi Cosmographi, & Geographi, quanto gli siano necessarie queste due scienze, ouer discipline. Quando de tutto l'omiserio, debitamente proportionando li lor gradi delle longitudine, e latitudine, residano in una piccol carta tutte le famose Prouincie, Citra, Castelli, Monti, Flumi, Uole, & altri siti maritimi, & modis terrarum (come piu volte insieme con V. R. sopra la sua Carta nautica storia habbiamo discusso, & visto, & similmente sopra il suo Globo Alemanico,) & quella sapienza che non per altra causa al present e e penuria di buoni, & eccellenti Astronomi, (al uo che per difetto, & ignoranza delle predette due scienze, ouer discipline ouer che di ben intender l'Almagesto di Ptholomeo, & similmente Gioiue di Monte Regio, senza le suddiane instructioni non certo si puo acquistare. Più forte, Bartolo da Sasso serrato nella sua Teberina, sue figure geometriche uando, e presamente dimostra la Geometria esser necessaria in uero. Più oltre, la guida, & scorta di nostra salute, sacra Theologia, non dimostra apertamente il R. Cardinale Nicolo di Cusa, nel la penultima parte dell'Opera sua, senza detta Geometria non potersi alli Intelletti di nostri comunicarla. La qual parte e intitolata, Complementum Theologicum figuratum in complementis mathematicis. Ma piu, & glie di tanta necessita quella Geometrica disciplina, & scienza, che non solamente li haouini mortali nelle sue cose commensurabile uiano quella (come di sopra piu volte e detto) ma anchora il magnifico Idio, liqual e misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano non si godria senza quella, con laqual anchora questi compositori de immagini, & pittori eccellenti si conformano ad ogni membro uando il suo compasso per li che etiam li peritissimi Architetti (come ci manifesta Varruuo Pollicione al primo capitolo del suo terzo libro) cercano con ogni diligenza di proportionar la Arde, & altri suoi publici, & priuati edifici alla similitudine di detto corpo humano, per esser quello (come e detto) dal sommo Architetore, con debite misure fabricato. Anchora ci si cognosce la nobilita, eccellenza, & altezza di detta Geometria, per la grande fama, & nome di quelli, liquali hanno dato opera ad euerare, e fundar detta scienza, come furono Mercurio Termogisto philosopho, sacerdote, & Re d'Egittoe similmente Pitagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hippocrates, di nostro fuclide, Ptholomeo, Archimede, Apollonio Pergeo, Iordano, Varruuo Architetto, & molti altri liquali per breuita li lasio, per non trarli piu l'auisurio senio di V. R. parendomi che per le cose dette, & allegate quella debba esser, no solamente infortuna, & aduersita qualmente le gia dette discipline non sono famole, ne altre ridi cose, & false faccende similisime inuentioni incredibili poetiche, che di uento & fumo le orocchie nostre psichinoma totalmente accerrata (come e il vero) quel le non solamente esser uere, ma uerissime (come in principio fu detto) e nel primo grado di orreza, come anchora afferma Aristotele nel primo della Posteriori, res. Ho. 15, & similmente Auerois sopra il 1. della Metaphisica, perche non dubito che uostre R. hauera tal cosa agitata, perche son certo che quella con suo mirabile ingegno, & natural discocio nelle sue cose accidentale ne ouera costrutti grandis. Simil liqual con humile e debita reuerentia sommamente me arcommando: Pregando l'omnipotente Idio gli placia di reditargli la sua pristina sanita, e quella accrescer, e conseruar con tutti li suoi adherenti, & benigni, secondo ogni suo buon desiderio. Vale.

A Cio ogni Sentente (volendo) possa con facilità rendersi instrutto del modo de ritrouar ciascuna propositione da me tradotta, così nella prima come nella seconda tradizion latina, & sapere qual siano quelle che sono in una e non nell'altra, ho visto questa tal regola di antiporre al ciascuna propositione d'ouo ordini di numeri vno sopra l'altro, con certa picciol linea interposta, la qual divide la traditione del Campano da quella di Bartholameo Zamberto, cioè, il nome ro che sera sopra la detta linea dinotara il numero di tal propositione nella prima traditione, che è quella del Campano: & quello che sera di sotto, dinotara il numero della propositione nella seconda traditione, cioè, di Bartholameo Zamberto. Et quando sopra la predetta linea sera posto vn, o, dinotara quella propositione non esser nella prima traditione: & similmente quando il detto o, sera posto di sotto dinotara tal propositione non esser nella seconda traditione. Et quando sopra, ouer sotto di tal linea seranno posti duoi, ouero più numeri, dinotara tal propositione esser sembrata in due, o più in tal traditione. Et il medesimo debbesi intendere nelle definitioni: exempli gratia, La quarta definitione del frequente primo libro ha an diposto in margine sopra la predetta linea vn, 4. & di sotto vn, 5. & 6. la qual cosa di co che dinota tal definitione esser la quarta nella prima traditione: & nella seconda esser la quinta & sesta, cioè, data in d'ouo medesimo si debbe intender nelle propositioni.

Il Traduttore.

A Nchora inanti che piu oltre procediamo bisogna notar qualmente la scienza di Geometria, & di Arithmetica se diuide in due specie, vna dellequal (come ha detto in principio) è detta Theorica, cioè, speculatiua, ouer contemplatiua: l'altra è detta pratica, cioè, actiua, ouer operatiua. La theorica, cioè, la speculatiua (come afferma Ptolomeo nell'Almagesto) è per augmento della scienza, perche per mezzo della speculatiua possiamo ritrouar conueniente cose noue, & ampliar la scienza. Ma la pratica, cioè, la operatiua è per operar, cioè, per designare, construir, & fabricar manualmente tutte le cose occorrente. Euclide adunque per darci il fondamento d'una e dell'altra specie, ci ha descritto nell'Opera sua di due specie de propositioni, l'una dellequal ce introduce nella theorica, cioè, nella parte speculatiua: & l'altra, ci conduce alla pratica, cioè, nella parte operatiua. Le propositioni adunque che ci conducono nella speculatiua Grecaamente si dicono Theorematas & quelle che ci guidano alla operatiua si dicono Problemata: & da dette Probleme si apprende il modo & la via di disegnar, discernere, incrinare, deconstruere, divider, e formar non solamente ogni qualita di figura superficiali con tutte quelle accidentali conditioni che occorrono in Pittura, Prospectiua, Ichonographia, Cosmographia, Scenographia, Geographia, & Cosmographia, ma anchora ogni varia qualita di corpo solido con tutte quelle fortis & accidentali conditioni che occorrono possono, non solamente nella Orthographia, Scultura, & Architettura, ma in ogni altra ingeniola operatione da queste dependente, come procedendo manifestamente si potrà vedere.

Accio che la presente opera venga alquanto più correttamente in luce delli suoi errori occorsi nel stamparla, me parso di fare una nota over tavola (non de tutti ma alcuni de quelli che possono generar qualche difficoltà, & accio che ogni studente ne sia di cio aduertito, ho voluto che la detta tavola sia posta quist'antati al principio di lopera, quantunque la interrompa il numero delle carte di tutta lopera. Ma pben intendere la sotto scritta tavola bisogna notare il significato delle sotto scritte lettere over abbreviature che se usara nel dimostrar il modo doue saranno li errori (per abbreviar scrittura.)

A. significa diffinitione. **p.** proposizione. **e.** testo. **c.** commento. **tra.** traduttore. **l.** linee cioe righe della scrittura doue sara lo errore. **col.** colonna prima (cioe la prima fatta della carta. **col.** 2. colonna seconda cioe la seconda fatta della carta. Anchora bisogna notare che li sotto notati errori non si trouaranno universalmente in ogni libro ma in alcuni si, & in alcuni non il che procede che molti errori stampando si sono stati trouati & sono stati emendati sotto alla stampa essendone già gran parte stampati l'idei sic.

Alla prima carta nella diffinitione delle scienze mathematiche a linee. 5. doue dice Arithmetica (leggesi) Arithmetica.

Errori della Epistola.

Altero foglio over carta a linee. 1. della prima colonna doue dice tra antiqua se drizzano (leggesi) tra antiqua & se drizzano. a linee. 37. doue dice omni memoria (leggesi) omni alla memoria. a linee. 43. doue dice perspicacissimi ingegni (leggesi) perspicacissimi & fusi ingegni a linee. 21. della. 2. colonna del mesesimo terzo foglio doue dice animali rationali (leggesi) animali & irrationali a linee. 39. Ioanitta colozza (leggesi) Ioanitta & dolozza.

A fol. 4. a linee. 9. della proposizione (leggesi) della medesima proposizione.

Errori del primo libro.

D. 14. nel traduttore. l. 17. in demo cerchio leggesi il demo cerchio. **d.** 14. tra. l. 1. di quella di questo. **Ed.** 20. tra. l. 17. di duoi equali di duoi lati equali l. 12. lat per equali (lati in equali. **Ed.** 22. tra. l. 7. sopra esse superficie (sopra detta superficie. l. 6. della colonna. 2. con concettano (concorrentano. **P.** 10. doue dice prima nella seconda parte del traduttore a linee. 14. doue dice con le due sequenti, nisi altro atto si potra negare (leggesi) con le due sequenti s'ira ne gura tutta la parte operativa, ma concordando questa insieme con le due sequenti nisi altro atto operativo si potra negare. **C.** p. prima quella dictione che e tra il testo & il commento qual dice il Traduttore un de penam: perche tal exposition non e di traduttore. **C.** p. 2. cl. 10. al lato. d. (il lato. d. c.

p. 3. la figura e stampata roversa non in tutta la la maggior parte perche tar de se auete di tal errore & col flare come appar in margine.

p. 4. cl. 3. Scisfoun relatio (disfoun al suo relatio).

p. 5. Sane angulo di man sin istra della figura gli manca una.

p. 10. nella prima figura gli manca un. **C.** p. 12. cl. 4. linea. a. c. (linea. b. c. nella figura gli manca d. c. **p.** 16. cl. 9. per la terza decima concettione.

(per la terza concettione. **C.** p. 16. cl. 1. per offer la a. c. e. per offer l'angolo a. c. b. al. d. altro so. che la e maggiore (che lui e maggiore. l. 3. alla. g. c. alla. g. c.

p. 17. cl. 3. da l. (del angolo. a. d. 4. cl. 4. ma l'angolo b. c. f. infuso, ma l'angolo c. f. b. infuso. **p.** 19. cl. 1. angulo. b. c. a. c. (angolo. b. c. a.

p. 21. cl. 1. 1. del lato. d. c. del lato. d. c. **p.** 22. cl. 2. peche (perche.

p. 27. cl. 1. penultima e serano (adonque serano. **C.** p. 31. nella bigna si gura nella parte a. g. onera & e concettione cioe trasumli.

p. 37. cl. 4. alla linea. b. c. alla linea. b. d. **C.** p. 39. cl. 6. triangolo. d. b. trian golo. d. b. e. anchor nella secon da figura se nel angolo supremo gli sara una. b. de penam & penam una. & se nel angolo da man sinistra gli sara una. & depenalo & poniti on. b. perche tai figure una parte fur stampate in concettione.

Figura della terza proposizione del primo



INCOMINCIA

IL PRIMO LIBRO

DI EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO.

ET PERSPICACISSIMO

MATHEMATIO.

SECONDO

LE DVE TRADOTTIONI,

NOVAMENTE TRADOTTO.

DI LATINO IN VOLTARE,

PER IL DIGNISSIMO PROFESSORE
DELLE MATHEMATICHE DISCIPLINE

NICOLO TARTALEA

BRISCIANO,

Al commune commodo & vtilità,

CON LA AGGIONTA DI ALCUNE SVR

BELLISSIME ESPOSITIONI.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.



ER INTELLIGENTIA delle cose che seguivano e da
notare, qualmente egli costume (anzi e debito) di ciascuno che
voglia trattar di qualche scienza, o vero disciplina, di finite per
tutramente il soggetto di quella tal scienza, o vero disciplina co
in tutti li suoi occorrenti termini, et perche la Geometria e una
scienza, o vero disciplina contemplativa, la descriptione delle figu
re, o vero forme della quantita continua, immobile, dotta ma
gitudine, verche il soggetto generale di detta Geometria verba ad essere la dot
ta magnitudine immobile: le specie della quale sono tre, cioe, Linea, Superficie,
e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculari sotto 2 vari, & dicit
si ternari, & figure denominate per diversi nomi; percunto l'Autore innanzi che
dia alcuna propositione ci ha voluto ordinariamente diffinir tutte quelle di che
si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il suo chiaro si potrà vedere.

Diffinitione prima.

1. IL Ponto e quello che non ha parte.

Il Traduttore.

IN QUESTA prima diffinitione l'Autore ci di mostra il principio della quan
tita continua (che e il punto) & dice che il ponto e quello che non ha parte

alcuna, cioè, quello di cui non si può toglier, & tragar, né anchora imaginar la mensura, cioè il terzo, cioè il quarto, né alcuna altra parte sensibile. Per la qual definizione di dinouo il detto punto non esser alcuna quantità, & a solamente, esser vn semplice terminale finito dalla natura, cioè dall'arte, cioè a caso ouer con la mente imaginato, dinouante il principio, ouer il mezzo, ouer il fine di alcuna quantità, ouer ueramente qualche altra condizionata parte di una linea, ouer qualche effetto accidentente in vna, ouer più linee, & altre quantità come nelle cose che seguono si vederà palese. Et questo tal punto (nelle operazioni Geometriche) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto volentieri sempre, ouer a caso con qualche filo apponente, ouer dipinto con qualche materia colorata, in qualche spazio: come per esempio habbiamo descritto, ouer segnato in margine. Ma per che alcuno potrà arguir, & dire, che tal sorte di punto (artificialmente fatto dall'operante) non habuer alcuna conuenienza con quello che distingue l'Authentico che l'operante fa: ma il può confutar, ne seguir tiramente piccolo, che l'non possa esser sempre più piccolo, ouer che l' non sia sempre divisibile appresso all'infinito, & per tal causa non esser di alcuna considerazione appresso l'essere, per esser in tutto al contrario della sua definizione. Onde per risolvere questo dubbio rispondo (come habbiamo detto nel principio del Problemio) cioè tutte le operazioni, & costruzioni fatte dall'operante in materia, cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual si voglia altra materia, mai possono esser così vere, & precise che le non possano esser più vere, & più precise se ben il Mathematico considera & riguarda con l'occhio sensibile le cose congiunte con la materia, secondo l'esser suo, inmen secondo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astratta da quella materia doue sono, secondo che sono semplicemente in se, cioè secondo l'intention dell'operante, & non secondo l'opraz l'istintion dell'operante Geometrico: & sempre di far le cose che occorresse in materia, a tutto suo poter, secondo che son semplicemente in se, & che mai le fa così precise, & certo adouo vn punto son intention di far il lecito, che e' sempre certamente in se, cioè, in diuisibilità, qua tal punto, tolto secondo l'intention dell'operante, esser indiuisibile. Il medesimo in istantia afferma l'Act. 2. del 6. della meta, qua dice che la *Scientia mathematica* considera le cose congiunte con la materia secondo l'esser loro, inmen separate da quella, secondo la ragione, che la *Scientia naturale* le considera congiunte con la detta materia all'vn, & all'altro modo, cioè, secondo l'esser, & secondo la ragione, & che seguarda che considerando il detto punto secondo l'esser, & secondo la ragione, per tanto quanto e' realmente quel materiale, cioè, negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal consideratione era naturale, & tal punto secondo questa consideratione non si può negar che l' non sia diuisibile in infinito, & considerando con la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, & secondo la definizione, tal consideratione era mathematica, & secondo quella, si era indiuisibile, che il naturale e' differente dal mathematico in quello, che la considera le cose, & che il mathematico vede d'ogni materia sensibile.

Comparatione del Punto.

Il punto in Geometria, e' simile alla vnita nella Arithmetica, & al principio del numero, & non e' numero, & in musica e' simile al suono nella Musica (come afferma Franchino di Caccia nel 2. capitolo del suo primo libro di musica) e' simile allostante nel tempo, ouer nel moto (come si manifesta Aristotele nel 6. della *Physica*, 2. 4.) E forsi che non sarà troppo di proposito a dire che il detto punto fusse simile alla materia prima, ne li principi delle cose naturali. Anchoa si può dir che il punto sia simil alla lettera consonante in Grammatica, & che in vero quella non e' voce, & e' principio della voce. Vero e', che alcuni Grammatici dicono esser vna voce indiuisibile, & che tali (secondo il mio parere) le ingannano, & che ogni voce e' diuisibile in infinita, & che quella che ogni voce e' presa in tempo, & e' misurata da quello, & ogni tempo e' diuisibile in infinito, & che il punto del primo adouo ogni voce e' diuisibile in infinito, & che la misura e' diuisibile in infinito (per

comunne scientia.) seguita che la cosa misurata sia medesimamente diuisibile in infinito. E però non si può dire, che alcuna voce sia indiuisibile, si come non si può dire, che il ponto sia vna quantita continua indiuisibile, perche seria contradittorio. Si vede adunque che si poterha similitudine con tutte le cose misurate, sia gran si millitudine con l'Idio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome Ponto. & esso Idio, come negli suoi settanta due nomi manifestamente appare. Questo ponto nella seconda tradottione e' detto segno: ma perche questo nome ponto e' più commune, & più frequentato fra li Latini e Volgari che segno, Ponto e non segno, mi e' apparso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nell'e altre diuisioni, etiam nelle prepositioni, perche non mi e' apparso de imitare li Alcuni, liquali hanno stampato vna prepositione della prima tradottione de verbo ad verbum precisamente come sta, col suo commento. Et consequentemente e' quella vna della seconda tradottione pur de verbo ad verbum, come sta col suo commentodaqual milione non e' altro che vna confusione alli studenti: & massime, doue che le prepositioni sono diuerse in conclusioni. Anzi ho osservato questo, che tutte quelle prepositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione; siano doue si vogliono) quantunque nel dire, oer nel preserir gli sia qualche differenza (come e' stato del ponto) ne ho formato vna sol prepositione in volgare; formando la maggior parte de testi volgare sopra quella che ha vocaboli più cōuenienti, cioè sopra la prima: & questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti et ouero dispostioni: perche, in vero la prima tradottione, & nelli testi come nelli commenti v'è generalmente vocaboli più conuenienti & più vicini che la seconda: vero e' che la seconda per in molti testi parla più correttamente che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedrà palese: massime, nel decimo.

Diffinitione, ii.

La linea e' vna longhezza senza larghezza: li termini della quale so, no duoi ponti.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione l'Authore ci diffinisce la prima specie della quantita continua (che e' la linea.) Et dice, che la linea e' vna longhezza senza alcuna larghezza: che li termini di quella sono duoi ponti (essendo però intera terminata:) perche sono molte linee che non sono terminate, como e' la circonferenza di vno cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune, dall'arte: alcune, e' caso: & alcune, immaginate con la mente. Quelle che sono fatte dalla natura, sono le semplici longhezze, ouero le semplici larghezze, ouero grossezze, che sono naturalmente in ogni qualita de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero dall'arte fabricati: & sono crasi li semplici termini delle superficie terminanti detti corpi. Ma perche anchora non si e' diffinito che cosa sia superficie, ne corpo al presente non e' lecito di parlarne, ma nel processo si vedrà manifestamente così essere. Ma le linee fatte dall'arte, ouero a caso sono fatte volentariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stiletto apponito, ouero con qualche materia colorata, in qualche spazio, come per esempio (in varii modi, si come etiam in varii modi possono accadere) hauemo designato in margine. Vero e', che alcuno potrà dire (come ha detto del ponto) che queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non ha uenir conuenienti alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Authore Euclide, attento che mai possono essere tirate, ouero disegnate tanto sottili, che



quelle non habbiano qualche larghezza in se: Nientedimeno questo dubbio se
risolue secondo quello del pentecoste, chi vol considerat ciascuna di dette linee
e' altre simili similmente quelle che sono in ogni qualita di superficie & corpo, co
si secondo la ragione come secondo l'effere, congiointe e nulla con quella materia
di negro colore, o' altra simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale
senza dubbio secondo tal consideratione haaranno sempre qualche larghezza, &
anchor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma che considerera dette li
nie, pur congiointe con detta materia secondo l'effere, ma poi secondo la ragione, se
parate da quella, cioe, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostrò o'
carna tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouera esser reso
luto il dubbio. Si vede adunque che il mathematico, & il naturale, nel considerat le
cose si accordano in vna parte, perche ciascaduno le considera secondo l'effere con
giointe con la materia doue sono insincomi si discordano in vn'altra, cioe, secondo
la ragione perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente con
giointe e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate,
cioe, nude & spogliate della detta sua veste materiale, come fu detto sopra. Il pon
to, il tutto questo afferma Aristotele nel prallegato sesto della *metaphysica*, tutto
il & similmente il Commentatore sopra il primo de op'e & mundo, conueno pri
mo, ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della *physica*, tutto, et lo dichiara
ra. Et sodo che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda & intenda questa dif
ferenza che e' fra il naturale & il mathematico nel considerat le cose, voglio ad
dur anchora vno esempio in campo, molto facile da capire. Hor poniamo che sic
no due misure materiale di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle che
viano quelli mechanici per misurar le cose occorrenti) & che dette misure siano
di equal larghezza, come serbbe che fusino duei passi, & che ciascaduno di essi pas
si sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze, xlii. come si costuma fra li
Architetti: poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un les
gno molto grosso, doue il passo, a.b. e l'altra sia d'un legno sottile, doue il passo, c.d.
dico che chi vol considerat queste due misure, ouero quantita' calimente secon
do che sene, cioe, secondo la materia, senza dubbio si concludera vna esser mag
giore dell'altra, cioe, a.b. esser maggiore della c.d. perche egli e' piu materia d'au
tro, cioe, piu quantita di legno per la sua maggior larghezza & grossezza: & que
sta tal consideratione sera naturale laqual se riferisse alla materia che si vede, cioe,
alla quantita del legno, ma chi vuol considerat queste due misure secondo il come
tra, ouer mathematico (il quale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragio
ne) dirassi queste due misure esser eguale, come e' il vero, perche sono toite & con
siderate secondo la intentione dell'operante che le ha fabricate, liquali le ha fa
te con intentione di far vna semplice lunghezza: il medesimo se intende d'ogni
altra sorte di fusca misura, cioe, per diche, braccia, canne, canetri, & altre simili, o'
siano di ferro, ouer di legno, grosse o' sottile non importa perche, tal grossezza non
vien considerata: & pero' si pensa dire che la linea e' vna lunghezza senza alcuna
considerata larghezza, ouer grossezza. E che' sia il vero che ciascuna delle sopra
dette famose misure siano lince e toite per lince, oltre che Euclide ce lo manifesta
nel decimo, chiamando ciascuna simile, linea data rationale come al suo loco si di
ra: il sapientissimo Commentatore Averrois sopra il secondo della *Physica*, com
incato. xx. volendo dichiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla li
nea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo ras
tifica con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus
abstractis & materialibus vero considerat de eis secundum quod sunt in ma
teria. Al peritus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas
considerationes: non enim considerat de lineis secundum quod est linea simpli
citer, vt Geometria: neque secundum quod est linea lignea, aut area, et naturalis,
sed secundum quod vniuersalis. Perche e' da sapere che per la linea lignea, ouero

metallica se piglia naturalmente come e' demo di sopramano e che la scittura di tal commento dice linea ignea, aut aerea; ma lo credo che sia stato mal tradotto, & che uoglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioe, linea lignea, aut creta: Et questo credo sera bastante alla intelligenza della differenza della consideratione naturale & mathematica, con laqual si resoluera varii dubbj sopra le cose che seguiranno.



Diffinitione.iii.

- 3 La linea retta e' la breuissima estensione da uno ponto ad un'altro che
4 ricue nell'uno el'altro di quelli nelle sue estremita.

Il Traduttore.

HAUENDO lo Authore nella precedente diffinitione distinto che cosa sia la linea in genere. (Ma perche questo genere de linee si diuide in due specie principali, cioe, in retta, e curva, e pero nella presente diffinitione ci uol dar a cognoscere qual sia la retta) e dice che la linea retta e' la piu breuissima estensione, ouero tratta che tirar si possa in amo, ouer con la mente da un ponto a un'altro, ricourendo nelle sue estremita ciascaduno di quelli, come per lo esempio si uedera. Siano li dacti ponti, a, b, come qui in margine uedeli nel primo esempio. Dico che dal ponto, a, al ponto, b, si puo tirar infinite linee l'una maggiore dell'altra, al modo che habbiamo posso qui di fuora in margine habbiamo tirata settamente nel quarto esempio: Essendo adunque la piu breuissima che tirar si possa dall'uno all'altro di detti ponti, sera detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per declaratione della linea retta, & etiam per notitia della curva: perche chi cognosce il dritto de una cosa e sforzato a cognoscere etiam il reuerso, e pero lo Authore non ha uogliuto diffinir altramente la linea curva per esser cosa sua per se, imaginandosi tal cognitione esser eistesa a chi ha uera notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione.iiii.

- 4 La superficie e' quella che ha solamente longhezza & larghezza: li
5 termini della quale sono linee.

Il Traduttore.

IN questa quarta diffinitione l'Authore ci diffinisse la seconda specie della quantita continua (che e' la superficie) & dice che la superficie e' quella che ha solas



mente lunghezza e larghezza, cioè che gli manca la profondità, ouer grossezza li termini della quale (essendo terminata) sono linee, cioè essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come sarà la superficie d'una palla tonda, ouer d'un uo & altri corpi simili. Ma per intendere bene questa diffinitione bisogna notare, quälmente sono alcune superficie fatte dalla natura alcune dall'arte, alcune à caso, & alcune immaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo, dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato, ma per non esser anchora diffuso che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'Auatore, siqual non cossima parlare d'una cosa senza la diffinitione di quella, ma la superficie fatta dall'arte, ouer à caso sono quelle che vengono fatte, ouer designate uoluntariamente, ouer à caso dall'operante geometrico, ouer pictorico, con qualche stiletto apertino, ouer con qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esempio habemo designato in margine, siqual margine è pur anchora lei superficie di questo foglio di carta. Ma dei dubbj possono occorrere nella mente del lettore circa alla sopraposta diffinitione, e circa alla nostra esposizione, l'uso no di qual è questo. Lui potrà dire, la diffinitione dice che la superficie ha solamente lunghezza e larghezza, & non la maggior parte delle superficie hanno più lunghezza & più larghezza, come appare nella superficie a b c d, la quale ha due lunghezze, cioè il lato a b, & il lato c d, & due diverse larghezze, cioè il lato a d, & il lato b c, circa à questo dubbio risponde, che la lunghezza & la larghezza d'una superficie è vna cosa, & li lati, ouer linee che la terminano ne è vn'altra, perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliono) se dicono solamente termini di quella superficie, e non lunghezza, ne larghezza di quella, ha uero è che per mezzo de' diti termini noi vegliamo in cognitione della vera e semplice lunghezza e larghezza de' ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta vera e semplice lunghezza & larghezza noi vegliamo in cognitione della quantita di quella tal superficie, come nel 2. libro si vedera manifesto: & per questo si dice che la superficie ha solamente lunghezza & larghezza, & che li termini di quella sono linee: ma non dice che le linee che la terminano siano la sua lunghezza, ouer larghezza: & questo basta per declaratione del primo dubbio. El secondo è simile à quello della linea, cioè che se potrà dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouer pinte con qualche liquor, ouer ferro colorato haner in se sempre qualche grossezza, ouer profondità, questo dubbio se risolve come quello del ponte, ouer della linea, cioè che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata, secondo che sono in se, cioè senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per declaratione della superficie in genere.

Diffinitione.v.

$\frac{5}{7}$ La superficie piana è la breuissima estensione da una linea à un'altra, che riceua nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Traduttore.

HAUENDO l'Auatore di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioè piana, e globosa, ouer conuessa, ouer spherica, ouer menuta) e pero in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana è la più breuissima superficie che si possa estendere da vna linea à vn'altra, ritenendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perche bño questa che questa diffinitione è quasi simile à quella della linea retta: Onde

similmente

similimente bisogna aduertire che da vna linea a vn'altra si può offendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che toccheranno o nelle sue estremità ciascuna di quelle, tamen se non vna sola se ne può offendere che sia piana, e non più: e quella sarà la più breuissima de tante le altre che offender si possono a come (exempli gratia) siano le due linee a.b. & c.d. come vedi in margine. Nel primo esempio, dico, che dalla linea a.b. alla linea c.d. si può offendere in atto, ouer con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie m. tirata nel secondo esempio che vna fra maggior dell'altra, etiam in altri varij modi: ma la più breuissima che offender si potrà, sarà quella che sarà estesa breuemente, & tenemene dalla detta linea a.b. alla linea c.d. alla similitudine della superficie n. del terzo esempio: la quale offendo la più breuissima fra detta superficie piana, per la precedente diffinitione, domente che la sia estesa talmente che ella reuera nelle sue estremità ciascuna di quelle fra le dette linee: questo dico, perché se ne potrà tirar di più breue di quella fra le dette linee, che non fariano piano, ma non numereremo le dette due linee a.b. & c.d. nelle sue estremità, però su forza a conditioner la diffinitione: et questo credo sia bastante alla dichiarazione della superficie piana etiam alla non pianaperche (come dissi della linea retta) chi conosce la superficie piana e' necessario che etiam conosca la non piana: però non su bisogno diffinirla altramente.

Primo esempio.



Secondo esempio.



Terzo esempio.



Diffinitione. vi.

6 L'angolo piano e' il toccamento, & la applicatione non diretta, de due linee, la espansione dellequale e' sopra la superficie.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione l'Auatore ci da a' conoscere qualmente l'angolo piano e' compreso sotto di tre condizioni. La prima e', il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non ferma l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee a.b. & c.d. lequale si tocca non in punto b. d. una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa vna sola linea che e' tutta la a.b. c. come se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta alla similitudine delle due linee a.b. & c.d. in punto e. ben fermarino l'angolo in punto e. ma se le due due linee d. & e. si espandessero ouer distendessero sopra vna superficie globosa, ouer mennoia, el detto angolo non seria angolo piano, ma non nouo, ouer conueniente douendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioè che le dette due linee se espandano ouer distendano per la superficie cioè per la superficie definita nella precedente diffinitione, a ben che l'Auatore non la specificasse egli suo costume che egli uole che lui nomina linea, ouer superficie, senza altra conditione, e gli uole che s'intenda di quella linea, ouer superficie che e' stata definita, & non altramente: e questa cio' bisogna aduertire: spanden dosi adunque le due linee a.b. & c.d. per una superficie piana, l'angolo e' fatto piano, perché dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non glie altra differenza, solo che la espansione delle due linee del non piano e' in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curve, ouer da una curva, e l'altra retta, per che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio habbiamo disegnato in margine: & questo credo sia bastante alla dichiarazione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico lo- perche, accio non se intendesse dell'angolo solido, delquale se ne parla nell'undecimo libro, ma in questo loco non e' a proposito di parlarne.

Application diretta.



Angolo piano di due linee curve.



LIBRO
Diffinitione.vii.

Angolo rettilineo.



7 Ma quando che due linee rette contengono un angolo, quell'angolo
9 e detto rettilineo.

Il Traduttore.

Perche dell'angoli piani (come diuili, & diemphical nella precedenter diffinitio-
ne) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curve: & alcuni, da una
curua, & una retta, pertanto l'Author ci aduertisce, come e quello angolo che e
contenuto da due linee rette se chiama, angolo rettilineo.

Diffinitione.viii.

8 Quando che una linea retta stia sopra una linea retta, & che li doi
10 angoli contenuti dall'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di
quelli sara retto.

Il Traduttore.



Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioè, retto, e non retto
perche l'angolo non retto se diuide etiam in altre due specie, cioè, in maggior
del retto, e minor del retto: potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo ef-
fer tre, cioè, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'author per la pre-
sente diffinitione ci da a cognoscer l'angolo retto: quasi dice, che quando una linea
retta stia sopra d'una linea retta: cioè, come sta la linea a.b. sopra alla linea c.d. you
si condizionatamente che li doi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle due
te due linee siano eguali tra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea. a. b. &
della parte. d. b. dell'altra sia eguale all'altro angolo contenuto dalla medesima linea
a. b. & dell'altra parte. c. b. della medesima c. d. che ciascuno delli doi angoli se di-
ce angolo retto, &c. Pero per intelligentia delle cose che seguita bisogna notare, che
quando se uol denotare in scrittura un'angolo, quello se preferisse la maggior par-
te, per tre lettere, delle quali la lettera media sempre sara quella che denota si pon-
to doue termina il detto angolo: come per gratia, volendo preferir, ouer dire quello
che habbiamo detto di sopra (secondo si costumara nelle cose seguenti) diremo in
questo modo, Se l'angolo a.b.d. sara eguale all'angolo a. b. c. l'un l'altro sara retto,
Onde per l'angolo a. b. d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea a. b. &
dalla linea b. d. in punto b. & per l'angolo a. b. c. l'angolo contenuto dalla medesima
linea a. b. & dalla linea b. c. in punto b. & così si doue intender nelle cose seguenti.

Diffinitione.ix.

9 Et la linea soprastante e detta perpendicolare sopra a quella doue
10 sopra sta.

Il Traduttore.

B Reuocando in questa diffinitione consequentemente se conclude che la linea
a. b. della figura precedenter se dice perpendicolare sopra alla linea c. d. & que-
sta diffinitione

Angolo retto.



sta diffinitione si debbe intendere congiunta alla precedente, quantunque la sia disgiunta & segregata.

Diffinitione. x.

¹⁰₁₁ Et l'angolo che e' maggior del retto, si dice ottuso.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione l'Author ci aduertisse, qualmente l'angolo che e' maggiore dell'angolo retto si chiama angolo ottuso: e moltipli gratias la linea a.b. siara inclinata sopra alla linea c.d. (come apparia questa seconda figurazione) lei fori mara doi angoli ineguali, l'uno de qualisera maggior del retto, cioè, l'angolo a.b.d. & l'altro sera minore, cioè, l'angolo a.b.c. l'angolo adonq. a.b.d. per la presente diffinitione sera detto ottuso: l'altro che e' minor del retto si diffinisse nella seguente diffinitione: & questa diffinitione insieme con la seguente si debbeno intendet per congiunta con la ottava (si come fu detto anchora della precedente.)

Diffinitione. xi.

¹¹₁₂ Et l'angolo che e' minor del retto, e' detto acuto.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione l'Author similmente ci auisa, qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonq. l'angolo a.b.c. della presente figura si chiamera angolo acuto, e l'angolo a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) & questo basta per la declaratione delle tre specie dell'angoli piani retilinei.

Diffinitione. xii.

¹²₁₃ Il termine e' quello che e' fine della cosa.

Il Traduttore.

QVIA l'Author soto breuita ci diffinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine e' il fine di ciascuna cosa: e moltipli gratias la linea a.b. e similmente la superficie a.b.c.d. & perche ciascuno dell' doi punti a. & b. sono principio e fine della detta linea a.b. adonq. ciascuno dell' dei doi punti a. & b. puo esser detto termine della detta linea a.b. similmente perche la superficie a.b.c.d. finisce nel le quattro linee a.b. a.c. c.d. & b.d. adonq. ciascuna delle dette quattro linee sona termine della detta superficie.

Diffinitione. xiii.

¹³₁₄ La figura e' quella che e' contenuta sotto a' uno, ouer a' piu termini.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione ci da a' cognoscere qualmente la figura e' compresa sotto a' uno, ouer a' piu termini: & qual siano quelle figure che sono contenute sotto a'



vno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto il duoi, cotr tre, ouer quattro, ouer più termini, nelle sequente diffinitioni si fara manifesto, massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che sequano perche serua cola for perora a parlarne in questo loco, e in quello, e per ora si passo senza altro esemplo.

Diffinitione. xiii.

14. Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, la quale è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dal quale tutte le linee rette, che usciscano, & vadino alla circonferentia sono fra loro eguale: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Traduttore.

In questa diffinitione l'Autor ci da a cognoscere qualmente il cerchio è composto sotto di tre conditioni prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non concaua, ne concaua, ouero moconcaua: la seconda, che è contenuta da vn sol termino, ouero da vna sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è vn ponto così conditionato che tutte le linee menate da quello alla circonferentia sono fra loro eguali: che ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio: perche seguita che ogni figura che manca di alcuna di queste conditioni non se intende esser cerchio: et per più gratia, le due figure A. & B. hanno due di quelle tre conditioni che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane, sono etiam continuate da vn solo termino, ouero linea, per chiamata circonferentia, ma non, perche non hanno ne possono habere nel mezzo vn ponto così conditionato, che tutte le linee che, si partono da quello, & vadino alla circonferentia siano fra loro eguale, alcuna di quelle se intende esser cerchio, perche, dicendo esser cerchio bisogna d'habbiane etiam l'altra terza conditione, il centro ha la figura. C. e però la detta figura. C. habendo tutte le dette tre conditioni si chiama cerchio, & così ogni altra simile, ma maggiore, ouer minore, & il ponto. C. sopra il quale vien continuato artificialmente in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: Vero è che alcuno potrà arguir, & dire (come fu detto del ponto, & della linea artificiale) che la detta figura. C. artificialmente fatta, non esser vero cerchio (per molte ragioni, che si potranno addurre) & esser impossibile che l'operante possa costituire vn perfetto cerchio: ma questa oppositione, ouer dubbio le risolve come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello che habbiamo detto nel principio perche seria superfluo a replicarlo di nouo, mi passo con silenzio, loco aduerto.

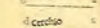
Diffinitione. xy.

15. Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quella, & applica le sue estremità alla circonferentia, & divide il cerchio in due parte eguale.

Il Traduttore.

L' esemplo di questa diffinitione lo habbiamo descritto nella figura della prefata, per ora si passo senza altra declaratione, per esser da se chiara, come si può spertamente vedere.

Il mezzo



Definitioe. xvi.

¹⁶ Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cerchio, & dalla metà della circonferentia.

Il Traduttore.

H Aueudo l'Author definito il cerchio, etiam il centro, & il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o vuol dire, mezzo cerchio: & perche la diffinizione parla chiaro, altramente non la espongo, falso che ho posto la figura in margine per esempio.

Definitioe. xvii.

¹⁷ Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e da una parte della circonferentia maggior, o minor del mezzo cerchio,

Il Traduttore.

mezzo cerchio

Portion
maggiore

Portion minore.

Definitioe. xviii.

¹⁸ Le figure rettilinee sono quelle che sono contenute da linee rette, del
^{20.21.22.23} lequal alcune sono unilateri, lequal sono contenute da tre linee rette:
 alcune quadrilateri, lequali sono contenute da quattro linee rette, al
 cune multilateri, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Traduttore.

Q uesta diffinizione altramente non espongo ne con parole, ne con esempio, per essere da se pianis: le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequente diffinitioni.

Definitioe. xix.

figla
tre.figla
celu.figla
celu.

Il Traduttore.

¹⁹ Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero, & questo è
^{24.25.26} quello ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triangolo
 isoscelo, e questo è quello ch'è contenuto solamente sotto di doi
 lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello che
 è contenuto sotto di tre lati inequali.

I N questa, e nella sequente diffinizione l'Author ci diffinisce li nomi speciali del
 le figure di tre lati, secondo li doi modi che possono esser di due, ouer confuses

rati, cioè, secondo la consideratione dell'loro lati, per laquale sono dette trilateri; ouer secondo la consideratione dell'loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adunque delle dette figure diuise ouer considerate secondo la maniera dell'i lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella che ha tutti li tre lati equali, e quella tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella che ha solamente duoi lati equali, et l'altro maggiore, ouer minore de' quelli: e quella tale si chiama triangolo isocelo: la terza è quella che ha tutti tre li lati ineguali, & quella tale si chiama triangolo scaleno: ouer per d'empio appaia in margine l'altra diffinitione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli, & la seguente diffinitione se fa manifesta.

Diffinitione.xx.

²⁰
27.28.29 Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio, & questo è quello che ha un angolo retto: l'altra è detta triangolo Amblygonio, & è quello che ha uno angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'Autthore diffinisce li altri no mi spedali delle figure di tre lati, secondo l'altra diffinitione fatta secondo la variatione dell' angoli, & non dell'i lati, loqual specie sono pur tre. La prima è detta triangolo orthogonio, & quello triangolo è quello che ha uno angolo retto, si come è il triangolo. a. b. c. ilquale ha lo angolo. b. retto: la seconda è detta triangolo amblygonio, & questo è quello che ha uno angolo ottuso, si come è il triangolo. d. e. f. ilquale ha lo angolo. e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triangolo oxigonio, & questo è quello che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo. g. h. i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè, che ciascuno di deo è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diffinitione non si ha alcuno rispetto alla variatione dell'i lati: perche, il triangolo orthogonio può hauere tutti li suoi tre lati ineguali, & etiam può essere di duoi equali: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diffinitione) potrà essere triangolo isocelo, & finalmente triangolo scaleno: uero è che non potrà essere equilatero, (la causa di questo perle cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si fa da dire nella penultima del primo libro manifesta.) Anchora il triangolo amblygonio può esser di duoi lati equali, etiam di tre lati ineguali, di che dando anchora a' lui li nome secondo la prima diffinitione, potrà essere pur triangolo isocelo, & finalmente scaleno: uero è che non può esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio può esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, ouero di tre lati per equali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diffinitione potrà essere equilatero, etiam isocelo, & finalmente scaleno: per la bisogna aduertire in queste uarie specie di nomi, perche alle volte un triangolo può essere chiamato per duoi nomi, secondo le dette due diffinitioni, & questo basta per la declaratione delle specie delle figure di tre lati.

Diffinitione.xxi.

^{21.22}
30.31.32.33 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato è

to e' de lati equali, & de angoli retti: l'altra, e' detta tetragono longo, e questa e' una figura rettangola, ma non e' equilatera: l'altra, e' detta helmusym, ouero rhombo, la quale e' equilatera, ma non e' rettangola: l'altra, e' detta simile helmusym, ouero rhomboide, la quale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non e' contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatera, eccetto queste, sono chiamate helmuariphe, ouero trapezie.

Il Traduttore.

Nella presente diffinitione l'Author ci fa a cognoscer qualmente le specie rettangole delle figure quadrilatera sono quattro: vna d'elquali e' detta quadrato, & quello e' quello che ha tutti li suoi quattro lati equali, & tutti li suoi angoli retti (come appare per esempio nella figura .A.) l'altra, e' detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadrato, ma non e' equilatera, anzi e' piu longa che larga alla similitudine della figura .B. l'altra, e' chiamata helmusym, ouero rhombo, & questa figura ha per li lati equali, si come il quadrato, ma non ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per esempio appare nella figura .C. D. E. F.) de la quale li duoi angoli ottusi trapiotti .C. & .E. sono ottusi, & li altri duoi contrapiotti .D. & .F. sono acuti: la quarta e' detta simile helmusym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali, nelli angoli retti (come per esempio appare nella figura .G. H. I. J. de la quale li duoi lati oppositi .G. & .I. sono equali, & similmente li duoi .H. & .J. sono equali, & similmente li duoi angoli oppositi .H. & .J. sono equali, & similmente li altri duoi .G. & .I. sono pur equali, tamen tal figura non e' equilatera, ne rettangola, anzi ciascaduno delli duoi lati .G. & .I. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi .H. & .J. & similmente li duoi angoli .I. & .J. sono ottusi, & li duoi .G. & .H. sono acuti. Et perche ora queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, ce ne son no molte altre (come appare in margine, tamen l'Author dice, che tutte le altre, soterano che le quattro specie exemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezie.

Diffinitione. xxxi.

Le linee equidistanti, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

Il Traduttore.

L'author ci diffinisce le linee equidistanti, ouero parallele sotto di due condizioni. La prima e', che siano in vna medesima superficie, & non in diuerse. La seconda e', che stiongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito, che non concorrano insieme: e per qualunque due linee mancaranno in alcuna di queste due condizioni non se intende che siano parallele, ouero equidistanti, exempli gratia, se l'istesso una linea distesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamante con vn capo sopra esse superficie e l'altro elemento solo in aerea, dubbio queste linee haueriano questa condizione che logando in

Quadrato



Figure helmuariphe



B. III



atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte non concenteriano insieme: tamen per questo non se intendera che quelle fossero equisistate, & er che seriano in superficie diuerse. Similmente se in una medesima superficie se tranno due linee, come (exempli gratia) le due linee, a. b. & c. d. diste le nell la superficie del margine, lequale perche potranne quelle dalla parte. a. & c. si vede euidentemente che concenteriano insieme, & pero non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle saranno in una medesima superficie, così condizionatamente, che stiongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarse insieme, quelle se intenderranno esser equidistanti ouero parallele (come per elemi so apparre nelle due linee. e. f. & g. h. lequale euidentemente si vede che poteran henderle, ouero stiongandole da qual parte si uoglia, non concenteriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & pero se intenderranno essere linee equidistanti, ouero parallele: & così (habuendo sufficientemente detto) faranno fine al le diffinitioni di questo primo libro.

Il Traduttore.

I Nanti che procediamo più oltre bisogna notare, che li primi principii di cia scaduna scientia non si cognoscono per demonstratione: ne etiam alcuna scientia d'istenta è prouata li suoi primi principii, perche bisognaria proceder in infinito, Ma quelli tali principii si cognoscono per intelletto: e diuersi il senso, e per to il principio di ogni nostra cognizione incomincia dal senso, Per ilche sono supposti nella scientia, & con quelli se dimostra, & sostiene tutta la scientia: & sono detti principii di quella scientia, perche, prouano altri, & non possono essere prouati da altri, in quella scientia: & quelli primi principii delle scientie alcuni li chiamano petizioni, & alcuni li dicono digressi, ouero suppositiui. Di co adunque che li primi principii che si suppongano in questa scientia, ouero disciplina Geometrica, sono quindici, delliquale sei sono suoi proprii, cioe, che si conengono solamente alla Geometria, & noue sono comuni, cioe, che si conengono a diuerse altre scientie. Et perche la intutione dello Authore di voler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostenere con demonstrationi: Onde per proceder strettamente, lui primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprii principii, liquali (come e' detto) sono sei (come nel processo si vederà) & per questo se chiamano petizioni: & chiunque negasse que ste sei petizioni, negaria tutta la scientia Geometrica, ne con quelle occorreria li disputarla altramente, ma li altri noue (per essere cose notissime, etiam conosciute, & sopposte in altre scientie) lui li uolse chiamare con comune conuenient, ouero comune sententie, come appare in fine delle petizioni.

Petitione prima.

- 1** Adimandamo che se sia concesso che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Traduttore.

L O Authore in questa prima petitione adimanda, che gli sia concesso che da l'uno ponto ad vn'altro el si possa menare, ouero tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto. a. al ponto. b. laqual petitione, per essere all'intelletto euidente, non li puo negare: vero e' che alcuno potria dire, che a voler eleggere tal cosa naturalmente in materia non e' molto facile, perche el si vede che per far più giustamente tale effetto egli stato necessario all'operante trouare cau-
tella,

nella non solamente per tirare vna linea da vn ponto a' vn'altro di grandissima distanza, cioè, vna linea retta di grandissima lunghezza, ma anchora per tirarne certo designarne vna che sia longa solamente vno, ouer dieci palmi. Et che'l sia il vero, el si fa due comunemente per tirar ouer designare le dette linee di poco o di longhezza, el si colluma prima di farli fare vna listina di legno, ouero di altro metallo più plana & tetta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tira le dette linee rette da vn ponto ad vn'altro, secondo le sue occorrenze, la quale listina alcuni la chiamano Rega, & alcuni altri Regola, la qual rega, ouer regola, essendo perfettamente giusta può più giustamente tirare le dette linee rette, doue che la superficie della materia doue se tirano sia perfettamente plana, & che lui sia anchora diligitissimo nell'operare, lequal cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente plana, & retta, & che la superficie della materia doue che si tirano sia similiter perfettamente plana, & che l'operante vili tutta quella perizia diligenza che si possa v're. Similmente per tirare, ouer designare le linee di molta longhezza cotanto di tuore vna corda di tale longa è sufficienza. Sembraua quella con vna spugna infusa in certa acqua tinta comunemente d'un colore rosso, & insieme con vn compagno tirano la detta corda, & ciascuno di loro con vna mano la firmano l'uno all'uno del li duei pordi doue desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dappoi l'uno di loro con l'altra manotica & inarca sforzatamente la detta corda rettamete in aere, dappoi la lascia scorrere, & quella percuotendo nella superficie di quella materia doue si ritroua, vi lascia la linea signata di quel suo liquore, & per che la detta corda si si oleua anticamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella è derivato quel nome linea, la qual linea talmente si tira, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar più cose, non molto facile, lequale per hoc ultra le lascio perche ciascuno per le cose dette le può considerare da se medesimo.

HOr circa a tutti questi debbi io rispondo, & dico, che egliè il vero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come si deno in pei n cipo del Problemò) può esser così giusta, & precise, che la non possi esser sempre più giusta, e più precisamente, di meno considerato tal atto operatione loro di tutti i supplementi della materia (come fa il mathematico) tale peritione non si può negare, ne il nostro intelletto può dubitare di questo. Perche bisogna notare (come più volte ho detto) qualmente tutta la scienza, ouero disciplina Geometrica si diuisa in due parti, cioè, aritica, ouero operatione, & in contemplativa, ouero speculatione, & pero parte di questi primi principi indemonstrabili si supponga per la parte operatione, & parte per la speculatione, quelli che si suppongono per la parte operatione sono solamente tre, cioè, questa & le due sequente petizioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatione. Dico adonq. che questa prima peritione viene ad esser il principio della parte operatione, chi negasse que sta insieme coa le due sequente niuno altro atto operatione si potrà negare, per che tutti le diuisti erano euidentemente. Seguita adonq. che in questi tre primi principi operatione consista tutta la sostanza del nostro bene & mal operare nella le operatione Geometriche, & pero quanto più l'operante viera diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli più giustamente a elequatione che sia possibile, operando in materia, tanto più l'opere sue si troueranno essere al senso giuste & precise secondo la sua intentione, & per il contrario, quanto più errata in ciascuna della dati tre arit, tanto più l'opere sue si representeranno al senso imperite & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna cheusi tutta la sua diligenza nelle sue mecaniche operationi.

Petitione, ii.

- 1 Anchora adimandamo che ci sia concesso che'l si possi slongare una
- 2 retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare,

d a b c

In questa seconda petizione, alpetante alla parte opesia, l'Author dimanda che gli sia concesso che l' si possi s'ougar qualunque linea retta terminata direttamente, cioe in continuo, quanto ci pare, come, esempi grada, se'l fusse la linea a.b.c che l' ci occorresse a douerla s'ougar direttamente in lungo verso, couer verso, d' alui d' poco, secondo l'occorrenza, L'Author dimanda che gli sia concesso che l' si possa fare, perche se'l auerario volesse negar questo atto, d' non s'era possibile a dimostrarlo con ragioni astratte. Ma perche la esperienza sensibile ce lo fa manifesto, tal petizione non si poe negare, ne il nostro intelletto poe dubitare di quoe uero e che l' auerario potria addornir dubbio, si come nella petizione precedente, cioe pigliando tale arbolibro da tutti li impedimenti della materia come fa il mathematico.

Petizione.iii.

- 2 Anchora adimandamo che ce sia concesso che sopra a' qualunque centro ne piace puotemo designare uno cerchio di che grandezza ci pare.

Il Traduttore.

In questa terza petizione l'Author dimanda che gli sia etiam concesso di puotter designar vn cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a' qual ponto, ouer centro li pare, esempi grada, occorrendoli a douer designar, ouer descrivere vn cerchio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a' qual si voglia ponto, come seria a' dis' sopra il ponto a. & che l' auerario gli volesse negar tal cosa, el non seria possibile a poter dimostrarlo tal possibilita, con argomenti astratti, ma poche fopente (nelle descrizioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrizioni grande) con vn corda, longa a sufficienza, fissando vn capo sopra vn ponto centrale, e con l' altra colligata con qualche ferro appondito, ouer con qualche altra materia segure, girante attorno a'orno lo condusse a' p'ntion, tal petizione non e da negare, uero e che l' auerario (parlando naturalmente) vi potria addurre dubbi assai, come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descrivere vn p'nto cerchio, niente dimeno tutti se risolueono, come quelli della prima petizione, cioe sendo tal atto secd' la p'deracion mathematica, e nō naturale, sicche secondo sera risolta ogni dubitatione.

Petizione.iiii.

- 3 Similmente adimandamo che ci sia concesso tutti li angoli retti, et
4 et fra loro equali.

Il Traduttore.

In questa quarta petizione anchora l'Author dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petizione a' ciascun principiante che non habbia alquanto praticato l'angolo retto gli parera alquanto oscura da concedere, ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra non ne garano che vna squadra grande non sia bona per giutar vna piccola, poche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che l' circoscrivono, come, esempi grada, sia l'angolo a.b.c. retto, e similmente nel l'angolo

te l'angolo, d.e.f. sia contenuto da molto minore linee dell'angolo, a.b.c. come si vede in margine, hoc dico che l'angolo, d.e.f. quantunque sia contenuto da minore linee di quello che è l'angolo, a.b.c. è eguale al detto angolo, a.b.c. cioè chi possi nel l'angolo, e sopra l'angolo, b. glislando la linea, e.d. sopra la linea, a.b. di co che l'altra linea, e.d. si glisfura da se medesima sopra l'altra linea, e hoc l'angolo, d.e.f. si glisfura, ouer egualiter attorno attorno con l'angolo, a.b.c. & con se quantunque loquinto all'angolo, saranno eguali, perche se ben le linee, a.b. & e.d. son maggior delle linee, d.e. & f.e. non men quella applicazione non diretta, del le due linee grande, e' simil & equa'al quella delle due piccole, e questo è quello che bisogna conceder, perche di non si possa dimostrar tal cosa, si'mo che agleno, cioè con la esperienza lo mostro.



Petitione. v.

- 4 Adimandamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta calca-
ra sopra due linee rette, & che dno'i angoli da una parte siano mino-
ri di duo'i angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, proterate
in quella medesima parte sia necessario congiungerli.

Il Traduttore.

IN questa quinta petitione l'Author dimanda che ci sia anchor concesso che se una linea retta calcastra sopra a due linee rette alla similitudine della linea a.b. sopra le due linee, d.e. & f.e. & che duo'i angoli da una medesima parte, come seria si duo'i angoli, g.h.i. & e.h.g. del primo esempio, siano minori di duo'i angoli retti, che quelle due linee prorate in quella medesima parte, cioè in la parte verso e.d. & e.f. duei suoi li predetti angoli, sia necessario a sepo congiungerli insieme, come nel secondo esempio appare in poco. Et si questo in uero alferu, ouero alla esperienza è manifesto, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, perche non e da negar tal petitione.

Petitione. vi.

- 5 Similmente adimandamo che ci sia concesso due linee rette non
55 chiudersi alcuna superficie.

Il Traduttore.

IN questa ultima petitione l'Author anchora adimanda, che gli sia concesso che due linee rette non includano alcuna superficie, exempli gratia, si le due linee rette, a.b. & c.d. (come nel primo esempio appare) hoc dico che con que-
ste due linee sole non si possa chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente pontie il punto a. sopra il punto b. (come nel secondo esempio appare) & si tirer poi, ouer uenire il punto b. verso il punto d. talmente che le linee, a.d. & b.c. fa eguale alla c.d. si congiungano insieme (come nel terzo esempio appare) & si allora tutta la linea, a.b. toccherà uersualmente con ogni sua parte l'altra linea, c.d. & fra l'una e l'altra non serreta alcun spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprehendere, etiam vedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Author dimanda in questa ultima petitione, & così faremo, fin al



Primo esempio



Secondo esempio



Terzo esempio



LIBRO

le petizioni, lequale in vero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scienza: & con quel tale chi le negasse non si da disputare.

Questa ultima petizione nella seconda traduzione e' posta nelle commune sententie, & e' l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quasi un po' essere piu' conveniente loco.

Il Traduttore.

Siguia le noue concettioni dell'animo, ouero le commune sententie.

Commune sententie.

Prima.

1 Quelle cose che a' una medesima cosa sono eguale, fra loro sono eguale.

Il Traduttore.

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \hline c \end{array}$$

Exempli gratia: per caso linea a. fusse eguale alla linea c. & che si misurasse la linea b. fusse pur eguale alla medesima linea c. el si concluderia che per commune sententia la linea a. seria similmente eguale alla linea b. perche ogni commune intelletto affermera questo, ne il nostro intelletto puo' credere altramente, & per questo la si chiama commune sententia: il medesimo se intende nel le Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

Primo esempio,

$$\begin{array}{cc} b & a \\ \hline d & c \end{array}$$

2 Et se a' cose eguale siano aggiunte cose eguale, tutte le somme saranno eguale.

Il Traduttore.

secondo esempio,

$$\begin{array}{cc} e & b & a \\ \hline f & d & c \end{array}$$

Exempli gratia: per caso el fusse le due linee a. b. & c. d. eguale fra loro, & che alla linea a. b. gli aggiungessimo la linea b. e. & similmente alla linea d. c. (come nel secondo esempio appare) & che la linea b. e. fusse eguale alla linea d. e. si concluderia che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a. e. seria similmente eguale a tutta la linea c. f. & che in vero non siano fatto intelletto puo' dubitare di questo: il medesimo seguita nelle superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

Tercia.

3 Et se da cose eguale saranno tolte cose eguale, quelle cose che restano saranno eguale.

Il Traduttore.

Questa e' il concetto della precedente: & esempi gratia: se per caso le due linee a. c. & d. e. fussero eguale fra loro: & che da quelle ne fusse tolte, ouero tagliate le due parti, b. e. & f. & che quelle fussero eguali, el si concluderia

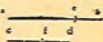
cloderia, per comune concettione, li doi rimanenti, cioè, a. b. & c. d. offer-
re fra loro equali: perche in vero non o fine intelletto poter uiderle il contra-
rio: il medesimo legitima nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Quarta.

- 4 Et se da cose non eguale tu leuarai cose eguale, li rimanenti seran-
no ineguali.

Il Traduttore.

Esempij gratia: se'l fusse le due linee, a. b. & c. d. & che la, a. b. fusse
maggiore della, c. d. & che'l si leualse dalla linea, a. b. la parte, e. b. &
dalla, c. d. la parte, f. d. lequal parti fusieno eguale fra loro, el si concluder-
ia per comune sententia, che li doi residui, cioè, a. e. & c. f. fusieno line-
quali, cioè, che'l residuo, a. e. fusse maggiore del residuo, c. f. perche, il no-
stro intelletto non può dubitare di questo: il medesimo legitima nelle Superfi-
cie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

- 5 Et se a' cose ineguale tu aggiungerai cose eguale, li restanti seran-
no ineguale.

Il Traduttore.

Per esemplificare questa, mostriamo la figura della precedente per essere il con-
tario di quella: esempi gratia: se'l fusse le due linee, a. e. & c. f. inegua-
li, cioè, che la, a. e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiunge-
sti le parti, e. b. & f. d. lequal parti fusieno eguale fra loro, el si concluder-
ia che per comune sententia li doi restanti, cioè, tutta la, a. b. & tutta la, c. d.
essere fra loro ineguale, cioè, la, a. b. essere maggiore della, c. d. perche,
il nostro intelletto non può dubitare di questo: il medesimo li concludera nelle
Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri.



Sesta.

- 6 Se due cose seranno doppie a' una medesima cosa, quelle medesime
seranno fra loro eguale.

Il Traduttore.

Esemplifese per calo la linea, a. b. fusse doppia alla linea, c. & che similmente
la linea, d. e. fusse pur doppia alla medesima linea, c. el si concluder-
ia che per comune opinione, ouer sententia le due linee, a. b. & d. e. essere fra loro equa-
li: perche, in vero non o fine intelletto dubitare di questo: il medesimo li concluder-
ia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Settima.

- 7 Se seranno due cose dellequal l'una e l'altra fa la metta di una me-

defima cosa, l'una e l'altra di quelle sera eguale all'altra:

Il Traduttore.

Empio se per caso la linea a. fusse la metà della linea c.d. & che similmente la linea b. fusse per la metà della medesima linea c.d. et si concluderla per comune concettione, che la linea a. fusse eguale alla linea b. perche nessuno si può inferire negata questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottava.

Se alcuna cosa sia posta sopra a' un'altra, & sera applicata a' quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro eguale.

Il Traduttore.

Empio gratia se l'fusse li doi triangoli a.b.c. & d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenissero talmente insieme che l'uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè che giustasse l'angolo a. sopra lo angolo d. & l'angolo c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo e. & finalmente la linea a. sopra la linea d. & la linea b. sopra la linea e. & in fine, sopra la linea c. e. et si concluderla per comune sententia, che quelli doi triangoli fussero fra loro equali. Il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale, & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse vna linea sopra vn'altra, & che si conuenissero talmente insieme che l'una non eccede l'altra dalli capi, ne dalle bandiere si concluderla pur per comune sententia che fussero eguali, perche il nostro intelletto non potrà errar altramente.

Nona.

Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Traduttore.

Empio gratia se dalla linea a.b. se ne tagliasse vna parte, come seria a dire la b.c. et si concluderla per comune sententia, che la detta parte b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea a.b. il medesimo si concluderla in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantita, cioè, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente ne li Angoli &c.

Altre concettioni, ouero comune

scienze aggiunte dal
Gaspiano.

Ma egli da notare che oltre queste commune concettioni dell'animo, ouero sententia, l'uclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehen sibile. De lequal queda ne è vna.

Se due quantita eguale seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equamente maggiore, ouer

oer egualmente minore oer insieme eguale.

Il Traduttore.

Exempli gratia, se le due linee a, b & b fussero eguale fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla c , dire che per comune scienza di si concludera che ambedue quelle (cioe. a & b) fussero oer eguali oer maggiore della detta linea c , oer egualmente minore, oer che tutte tre fussero eguale.

Anchora vu'altra.



Quanta è alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere tanta poter qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, quello universalmente è vero, oer se li antecedenti seranno maggiori di conseguenti, oer minori, perche la magnitudine, cioe, la quantità continua di crescer in infinito, ma negli numeri non è così, ma se il primo sera subensibile al secondo, sera qual si voglia terzo egualmente subensibile di almeno quattro: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discende in infinito.

Il Traduttore.

Certamente il Campano, nell'aggiunger questa sopra scritta seconda, concettiva che si è dimostrato di poco giudicio, a' noier che un principiante suppona una cosa che non fa, ne è capace di saper che cosa la sia per sia a' tanto che non intende che cosa la sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere, la qual cosa si definisce nella terza definition del quinto libro, se similmente che cosa sia multiplice e submultiplice si definisce nella seconda definition del demo quinto, & però io chiedo a ogni studente che non perda tempo in voler intendere quelle cose aggiunte, impero che la maggior parte sono cose frivole, & che confondon l'intelletto del studente, & interrompon l'ordine dell'authore, siqual è di non parlar d'alcuna cosa avanti la definitione di quella (come vuol il debito) similmente di non metter cosa alcuna su per sé, cioe, che non sia bisognosa in alcuna altra cosa nell'opra sua, & similmente di non essere disincanto, & se pur in alcun luogo parua che fusse stato disincanto, la causa era processa dalli scrittori & Copistache hauevano interludio, & trasportato le due traditioni de preposizioni, come in questa nostra tradottione (causa delle due traditioni) procedendo si possa uedere, Anchora è l'uso comune di argui re in ogni sua dimostrazione con le cose passim, & non con quelle che hanno da venire (come vuol il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupporre che il studente non habbia notizia alcuna di quella cosa non è stata con siderata dal Campano.



HOr per far fine a questi primi principii della scientia Geometrica, siquali si conueniscono (come è demo) per intelletto, mediante il senso, & non per demonstratione, & venir a quelle cose che si cognoscono per demonstratione. Bisogna notar egualmente in più oio si dice l'Phonome supervua colapche alcuna volta diciamo saper quelle cose che deliqua q' habbiamo certezza simplicemente per alcuni di nostri cinq sensierum pli gratia, se io sento vno a' cantare io direi ch'io lo che colui cantasse se lo vedo vno che corre io direi ch'io lo che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, oer molle, calda, oer fredda io direi ch'io lo che quella cosa è dura, oer molle, calda oer fredda similmente s'io gusto una cosa dolor, oer garba io direi ch'io lo che quella cosa è dolor, oer garba similmente s'io odoro una cosa odorifera, o' puzolente io direi ch'io lo che quella cosa è odorifera, oer puzolente alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperienza, siqual modo cognosciamo le cose medicinali, & quello anchor di

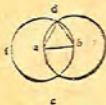


emo sapere: alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequale ne habbiamo certezza per intellettualemente che l'intelletto nostro non può credere il contrario: & questi sono li primi principii delle scientie, liquali, cognosciuti li loro termini, & mediate sono cognosciuti: & esempi gratiasde alcuni cognosce che cosa sia il tutto, & che cosa sia la parte, & gli non può dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: medesimo seguita in tutti li altri: & intendimento il proprio sapere (così me afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro che intendere per dimostrazione: però propriamente di quelle cose che intendiamo per dimostrazione: siamo detti habere la scientia: & di quella sorte di sapere, & di quella scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua proposizione, come procedendo manifesta, mentre si potrà vedere.

Problema prima. Proposizione prima.

¹ Possiamo sopra una data retta linea costruir un triangolo equilatero.

Il Traduttore.



Sia la data retta linea, a, b, voglio sopra di questa costruir vno triangolo equilatero, & per elegger tal cosa, io ponero il piede immobile del mio compasso, co' esso sopra l'una delle estremità della linea, cioè, in ponto, a, & l'altro piede mobile lo allargato per infino all'altra estremità, cioè, al ponto, b, & secondo la quantità di essa linea data per la terza peritione del cerchio, a, b, d, & dopo quel suo, di nono farò centro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto, b, & per la medesima peritione (secondo la quantità della medesima linea) l'altro il cerchio, c, a, d, b, liquali cerchi se intersecceranno fra loro in doi punti, liquali sono, c, & d, & l'uno de doi punti (poniamo il ponto, d) continuerò con ambe due le estremità del la data linea, tirando per la prima peritione le due linee, d, a, & d, b, & così sera costruido il triangolo, d, a, b, liqual dico esser equilatero, perché, dal ponto, a, liqual è centro del cerchio, c, b, d, & sono tirate le linee, a, d, & a, b, per infino alla circonferenza di quello, perche saranno eguale, per la definizione del cerchio, similmente anchora, perché, dal ponto, b, che è centro del cerchio, c, a, d, sono tirate le linee, b, a, & b, d, per infino alla circonferenza di quello, quelle medesime saranno fra loro eguali, Adunque perché l'una e l'altra delle due linee, a, d, & b, d, è eguale alla linea, a, b, (come di sopra si è approuato) quelle medesime saranno anchora fra loro eguali, per la prima conuertione. Adunque sopra la data retta linea habbiamo collocato vn triangolo equilatero, che è il proposto.

Il Traduttore.



Bisogna notar che quando l'occasione di descriver semplicemente il detto triangolo equilatero sopra vna data retta linea, cioè, che l non fusse di bisogno di farla dimostrazione di tal operar, non è necessario di descriver integralmente li doi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte de' due fanno la interseccazione in ponto, d, (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto d, tirar le due linee, d, a, & d, b, & sera designato il detto triangolo, ma volendo dimostrare, & assignar la causa che quel sia equilatero, egli è necessario a compire il detto doi cerchi, & arguire come di sopra si fanno: il medesimo si debbe intendere in uno lxx delle sequente probleme.

Il Traduttore.

Consequentemente a questa proposizione nella prima traduzione gli è stato aggiunto dal Campano il modo di descriver sopra la medesima linea le altre due

tre due specie di triangoli, cioè il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati ineguali, la qual cosa per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perchè chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) troua la lui non hauer posto alcuna proposizione in tutta l'Opera sua frustra, cioè, che non sia stata bisogno nelle constructione, o altro speculatione di qualche altra di quelle che seguitano. Adouque non trouandoli loco in tutta l'Opera sua doue sia bilo generale tal proposizione aggiunta (massime per quel modo) si puo dire lei esser cosa superflua, & fuor di proposito, perche la habbiamo lasciata, per non confonder il Studente con tal proposizione inutile, & che pot uolse il modo di esser qui vna tal problema, la vigesima seconda di questo primo libro generalmente et lo dis mostra.

Problema.ii. Propositione.ii.

2 Da un dato ponto possiamo condurre una linea retta eguale a qualunque proposta retta linea.

Si fa il ponto dato, a, & la linea data, b, c, voglio dal ponto a condurre una linea retta eguale alla linea b, c, (casi che in qual parte si voglia,) per far adouque que sto compingetto il ponto a con vna delle due estremi della linea b, c, (qual sia pare,) hor congiogasi il detto ponto a, con la estrema c, tirata la linea a, c, sopra la qual linea costrutto vn triangolo equilatero (secondo la doctrina della ptecedente,) il qual sia a, c, d, e lo quella estrema della data linea con la qual ho congiogato il dato ponto, cioè nella estrema c, ponero il piede immobile del mio compasso, & descriverò sopra di quello vn cerchio secondo la quantita della data linea (il qual sia il cerchio, e, b,) & allongerò il lato del triangolo equilatero che e' opposto al ponto dato, cioè il lato d, per il centro del cerchio descritto per infino alla circonferenza di quello, & sia tutta la linea c, d, e, a, secondo la quantita di quella sopra il centro, d, lineato vn cerchio il qual sia il cerchio, e, f, e dopo questo stongerò il lato d, a, per infino alla circonferenza di quello vicino cerchio, & quello concorra nella circonferenza di quello in ponto, i. Cioe adouque che la linea a, i, e' eguale alla b, c, perche le due linee b, c, & e, c, sono fra loro eguale, perche vanno dal centro del cerchio e, b, alla circonferenza di quello, & similmente anchora le due, d, f, & d, e, sono fra loro eguale, perche etiam loro vanno dal centro del cerchio e, f, alla circonferenza, & le due linee, d, a, & d, c, sono etiam eguale, perche sonoli lati del triangolo equilatero. Adouque le tre dette due linee d, a, & d, c, cesseranno l'ouere via dalle due d, e, & d, f, che sono fra loro eguale, il duoi resti di quella linea d, f, e, c, saranno etiam equali (per la terza comune sententia,) Adouque perche l'ona e' l'altra delle due linee a, i, & b, c, e' eguale alla c, e, quelle medesime sono fra loro eguale per la qual cosa dal ponto a habbiamo tirata la linea a, i, e' eguale alla linea b, c, che e' il proposito.

Il Traduttore.

Moid principianti, che anchora non fanno che cosa sia il procedere scienti-
fico demonstratione, quasi si scandalizzano di questa sopra scritta proposizione
ne l'opra sua bastanza) pretendogli, (come e' il vero) poterli eseguire tal pro-
blema per più cozza via, cioè pigliando diligentemente con vn compasso la mi-
sura della data linea, b, c, & con tale appurata di compasso assignarne vn'altra
di tal quantita che termini nel detto ponto a, la qual cosa (per esser euidente al fen-
so) pare a lui che non si debba, ne si possa negare. A questo le risponde che egli
il vero che tal conclusion per esser euidente al solo in materia, ma si può negare



mentedimeno tal operare non seria dimostrativo, & l'Autthore e' tenuto a demon-
strar ogni sua proposizione, si operativa come (specularia, accennando le sei petizio-
ni a lui concesse nel principio : Ma alcuno poterà dir che l'Autthore haveria fatto
meglio a poner tal proposizione per principio, o vero per petizione che per propo-
sizione, perchè, io vero quella non e' meno evidente, o vero concetibile che il tirar
via linea senza da un punto à un'altro, o vero il siongare una data linea terminata.
Certo à quell'altra particolarità rispondo, che l'Autthore non ha adimandato la
concessione delle sei petizioni per essere cose evidenti, o vero facile da conceder, an-
zi lui l'ha adimandato per esser impossibile à dimostrara alcuna di quelle; & quan-
do lui haueffe potuto trouar modo de dimostrara alcuna di quelle, lui non haueua
poita quella tale per principio, ne adimandato che la gli fusse concessa, anzi lui la
haueua poita per proposizione, & quella dimostrata si come ha fatto di quella so-
praferita : essendo adunque la sopraferita dimostrabile (come di sopra appart)
vergogna seria stata all'Autthore haueua poita per petizione,



Problema.iii. Propositione.iii.

3 Proposte due linee rette ineguale, dalla più longa di quelle polli-
3 mo tagliarne una parte eguale alla minore.

Stano le due linee a, b & c, d ineguale, & sia la a, b minore, voglio dalla c, d tagliarne una parte che sia eguale alla a, b & per far questo, dal punto c tiro una linea eguale alla a, b , (secondo che detto insegna la precedente) la qual sia e, f & farò adunque il punto e centro, & descriverò un cerchio facendo la quantità della c, d la qual segnerà la linea e, f in punto i dico adunque che la linea c, i sarà eguale alla linea a, b , perché ambedue vengono dal centro e alla circonferenza del medesimo cerchio & perché l'una & l'altra delle due linee a, b & c, i sono eguale alla linea e, f & quelle medesime faranno fra loro eguale, che è il proposito.

H. T. Henderson.

Similmente di questa soprascritta proposizione si come della passata molti si sono
gloriosi scandalizate per le medesime ragioni della passata, perché in vero que-
sta non è altro che il contrario della seconda peutione, la quale domanda che sia
concesso che si possa storgere una data linea retta terminata direttamente in lon-
go quanto ne parrebbe ad alcuno pareria che l'Authore potesse similmente po-
ner la soprascritta per peutione, & ordinandiar che fusse concesso che de una da-
ta linea retta terminata sene potesse tagliar quanto si pare, Cerca il quello rispon-
do, che la detta seconda peutione è indemonstrabile: la soprascritta è demonst-
rabil, e però vergogna saria stata all' Authore à poner tal proposizione per cosa inde-
monstrabile, siendo demonstrabile: e però nuno si deue scandalizare di tali buse
proposizioni, perché, con quelle cose baste, & note, se dimostrera poi le cose più al-
te, & meno note.

Theorema prima. Propositione III.

4 De ogni duo tri angoli, de li quali li duo lati dell' uno seranno equali alli duo lati dell' altro: & li duo angoli di quelli, contenuti da quei li lati equali, seranno equali l' uno all' altro: Anchora le bafe di quei li seranno equali: & li altri angoli dell' uno alli altri angoli dell' altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo fera equali.

Silva

L'angolo a, b, c (residuo) e' eguale all'angolo a, b, c (residuo) l'uno e l'altro di quel li e' sopra la base, che e' il primo proposito.

Theorema. iiii. Propositione. vi.

Se dai angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li doi lati riguardante quelli angoli, saranno equali.

Questa e' il conuerfo della precedente inquanto alla prima parte di quel la, perche essendo il triangolo a, b, c , del quale li doi angoli b, c e' siano equali dico che il lato a, b, c e' eguale al lato a, c . Perche se non sono equali per l'ad uertario, l'uno di quelli necessa' sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato a, b sia maggiore. Adonque del lato a, b , maggiore ne seguremo una parte alla equalita del minore, per la terza propositione, talment che il super ficio sia dalla banda verso a , hor sia refecato in ponto d , & sia la b, d , e' eguale alla a, c , & sia protratta la linea c, d . Intendo adonque li doi triangoli a, b, c & d, b, c , liquali prouero esser equalitari & equiangoli. Perche li doi lati d, b & b, c , del tri angolo d, b, c sono equali alli doi lati a, c & b, c del triangolo a, b, c , e l'angolo b, c e' eguale all'angolo c, b, d per il presupposito adonq la base d, c e' eguale alla bas si b, a , & l'angolo d, c, b e' eguale all'angolo a, c, b , cioe la parte e' eguale al tutto, che e' impossibile.

Il Traduttore.

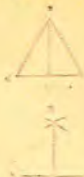
Nota che l'angolo d, c, b , uerrà s' esser eguale all'angolo b, a, c perche l'angolo a, c, b etiam lui e' eguale al detto angolo b, d, c dal presupposito seguita per com mune sentenza l'angolo d, c, b , esser eguale all'angolo a, c, b la parte al tutto che e' impossibile.

Theorema iiii. Propositione. vii.

Se dalli doi ponti terminanti alcuna linea retta v'ciranno due linee rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto e' impossibile dalli medesimi ponti esser tirate altre linee eguale alle sue, co'terminali che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Si la linea a, b , dalle estremita dellaquale siano peccate da una medesima par te due linee rette lequale concorrino in vno medesimo ponto, come faria la linea a, c & la b, c , lequale concorrino nel ponto c . Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremita due altre linee, lequale concor rino ad altro ponto che nel ponto c , domente che quella laquale sera tirata dal pon to a , sia eguale alla linea a, c & quella che sera tirata dal ponto b sia eguale alla li nea b, c , la qual cosa, se fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioe verso c) lequale concorrino nel ponto d , & sia la linea a, d , e' eguale alla a, c & la linea b, d , e' eguale alla linea b, c . Adonq, ouer che'l ponto c sia dentro del triangolo, ouer de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato perche allhora la parte seria eguale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, coer l'una delle due linee a, d , & b, d , separa l'una dell'altre due linee a, c , & b, c , e, e' certamente che ne l'una ne l'altra saranno seguite ne dall'una ne dall'altra per po niamo che l'una delle due seguiti l'altra delle altre due, come apparin la prima figura & sia protratta la linea c, d , adonq, per li doi lati a, c & b, c del triangolo a, b, c , sono

sono eguali l'angolo a, c, d sarà eguale all'angolo a, b, c (per la quinta proposizione) similmente perche nel triangolo b, c, d li doi lati b, c, c, d sono eguali li doi angoli b, c, d, c, b e sarà similmente eguali per la medema proposizione ne che per l'angolo b, d, c maggiore dell'angolo a, d, c sia per l'angolo che l'angolo a, d, c sia maggiore dell'angolo a, c, d donde che la parte sarà maggiore del suo tutto la figura è impossibile. Ma se il punto d cade de fora del triangolo a, b, c mentre che le linee non si legino come nella seconda figura appare protracto la linea d, c e all'figura: due linee b, d, d, c, b, c sono alla basa p linea a, d, d, c, a, c & poche le linee a, d, d, c, a, c esse li doi angoli a, c, d, a, c e serino eguali (per la quinta) similmente perche la b, c, c, b, d, d son eguali li angoli che sono sotto alla basa (li quali sono c, d, d, c, d, c), serino eguali per la stessa parte della medema quinta) adonque perche l'angolo c, a, d è minor dell'angolo a, c, d , seguita che l'angolo d, c, a sia minor dell'angolo a, d, c . In questa cosa è impossibile cioè che il tutto sia minor della parte e per il medesimo modo si ridura l'aduersario al conseguente quando che il punto d cade de dentro del triangolo a, b, c .



Theorema. y. Propositione. viii.

8 De ogni doi triangoli delli quali li doi lati di l'uno siano eguali alli doi lati dell'altro, & la basa dell'uno sia eguale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati eguali e necessario esser eguali.

Siano li doi triangoli a, b, c, d, e, f sia lo lato a, c eguale allo lato d, f lo lato b, c eguale allo e, f & la basa a, b eguale alla basa d, e . Dico che l'angolo a, c, e eguale all'angolo d, f, e l'angolo a, b, c all'angolo d, e, f l'angolo a, b, d all'angolo d, e, f per dimostrar questo lo porro mentalmente la basa a, b sopra la basa d, e e che perche sono equali una di quelle eccederà l'altra (per lo porro modo della penultima conclusione) adonque cuer che il punto c cade sopra il punto f ouero non ma ponendo che il p cade essendo adonque l'angolo a, c, e sopra l'angolo d, f, e le due linee a, c, b, c e d, f, e, f conuegueranno sopra alle due d, f, e, f per esser esse fra loro del perisopposito per lo conuenio modo della detta penultima portione adonque perche l'angolo a, c, e non eccederà il ecceduto dall'angolo d, f, e sono fra loro eguali (per la medesima portione) similmente arguirai li altri angoli esser fra loro equali. Ma se si fosse possibile per l'aduersario che il punto c non cadesse sopra al punto f ma in altro loco come seria dire nel punto g hor perche la linea a, c (che veria a esser la g, d) è eguale alla d, f & la linea b, c (che veria a esser la e, g) è eguale alla linea e, f quelle tirate da vna medesima parte potereno in doi diversi posti cioè nel posto g & nel posto f la cosa è impossibile per la precedente addi que per forza el punto c cadera sopra al punto f & l'angolo a, c, e conueguerà sopra l'angolo d, f, e & similmente li altri doi angoli conuegueranno sopra al suo corrispondente adonque seranno eguali per la penultima conclusione che è il proposito.



Problema. iiii. propositione. ix.

2 Potemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti eguali.

9 Sia il dato angolo che bisogna diuidere l'angolo a, b, c lo tagliaro dalle due linee a, b, b, c (che contengano il detto angolo) le due b, d, d, b, c (per la terza proposizione) fra loro equali & si prodraro la linea d, c e sopra di laquale, costruerò il triangolo d, e, c egualitero (per la prima proposizione) & tiraro la linea a, d hor dico che quella diuide il detto angolo dato in due parti eguali & per dimostrar questo incedo li doi triangoli a, b, d, d, c, c & perche li doi lati b, d, d, c del triangolo a, b, d sono equali alli doi lati b, c, c, d del triangolo a, c, d & la basa a, b è eguale alla basa a, c (per la precedente) l'angolo a, b, d è eguale all'angolo a, c, d che è il proposito.





IN questa si come nella prima, bisogna notare che per dividere semplicemente il detto angolo a, b, c in due parti eguali, cioè non volendo far la dimostrazione di tal operazione non è necessario a disegnare il triangolo d, f, e , & manca a tirare la linea d, e una volta lo amate a trovare il punto f , per mezzo della intersezione delle circonferenze di due cerchi (come sopra la prima proposizione fu detto) & dopo tirare la linea d, f , & era eseguito tal problema, & così aduertirli nell'altre che seguivano, perché molte cose se fa per poter far la dimostrazione.

problema. vi. proposizione. x.

10 Possiamo dividere una proposta retta linea in due parti eguali.

10 Sia la proposta retta linea che è di bisogno dividere in due parti eguali la linea a, b , sopra di quella costrutto il triangolo a, a, b , equilatero, & dopo questo dividerò l'angolo a in due parti eguali per la dottrina della precedente con la linea c, d , hor dico che la linea c, d , divide la data linea a, b in due parti eguali in punto d , & per dimostrarlo quoniam tirando li due triangoli a, c, d , & b, c, d , & ar- guendo in questo modo li due lati a, c , & b, c , del triangolo a, c, d , son eguali alli due lati b, c , & a, c , del triangolo b, c, d , & l'angolo a, c, d uguale all'angolo b, c, d , al tro adonq (per la quarta) la base a, d sarà eguale alla base b, d , seguita adonq che la linea a, b , sia divisa in due parti eguali nel punto d , che è il proposto.

Il Traduttore.

Ahora per dividere semplicemente una data linea in due parti eguali (poniamo la linea a, b) basta a trovar le due opposte interseccazioni (quali sian g, h) di due cerchi che occorrono nel formare il triangolo equilatero & la li- nea g, h , tirata dall'una interseccazione all'altra farà il proposto.

problema. vii. proposizione. xi.

11 Data una linea retta, da un pōto signato in quella poterò tracciare una p-
11 perpendicolare sustentata dall'una e l'altra parte da due angoli equi e retti.

Sia la data retta linea a, b , nella quale sia dato il pōto c , dalquale sia diletto. Sgno tirar fuori una perpendicolare. Adonq volendo eseguire tal effetto farò la linea b, c , & equal alla linea a, c , & sopra a tutta la a, b costruirò il triangolo a, b, c equilatero, & dopo tiro la linea c, d , la quale dico esser perpendicolare sopra la detta linea a, b , & per dimostrarlo tal cosa intendo li due triangoli a, c, d , & b, c, d , & perché li due lati a, c , & b, c , del triangolo a, c, d , son eguali alli due lati b, c , & a, c , del triangolo b, c, d , & la base a, d alla base b, d , adonq per la ottava l'angolo a, c, d sarà eguale all'angolo b, c, d , per la quale cosa ciascun di loro sarà retto (per la ottava distinzione) & la linea c, d , sarà perpendicolare sopra la linea a, b , che è il proposto.

problema. vii. proposizione. xii.

12 Possiamo condurre una perpendicolare a una data retta linea da in
12 definita quantitate da uno pōto signato fora di quella.

Sia il pōto a , signato fora della linea b, c , dalquale bisogna condurre una per-
pendicolare alla detta linea b, c , adonq per eseguire tal cosa allungarò la linea b, c , in l'una e l'altra parte quanto bisogna, & sopra al pōto a , descriverò un cer-
chio di tal grandezza che seghi la detta linea a, c , in due pōti siqual pōno sia
il cerchio d, e, g , & quale seghi la linea b, c , in due pōti d, e , & da poi congo-
rerò il pōto a , con li due pōti d, e , & con le due linee a, d , & a, e , & dopo dividerò
l'angolo d, a, e in due parti eguali con la linea a, f , (per la nona proposizione)
hor dico che la linea a, f , è perpendicolare sopra la linea b, c , & per dimostrarlo que-

Ho inteso li doi triangoli $a.d.h.$ & $a.f.h.$ & perche li doi lati $a.d.$ & $a.f.$ del tri-
angolo $a.d.h.$ sono eguali alli doi lati $a.f.$ & $a.h.$ del triangolo $a.f.h.$ perche le
due linee $a.d.$ & $a.f.$ vengono dal centro alla circonferentia, & l'angolo $a.h.e.$ comu-
ne ad ambedui & l'angolo $a.$ dell'uno e' eguale all'angolo $a.$ dell'altro, & per la
prima proposizione, la base $d.h.$ sara eguale alla base $f.h.$ & l'angolo $a.h.$ dall'an-
golo $a.h.f.$ per la qual cosa l'uno de l'altro sara retto, per la stessa diffinitione, &
per la nona, la linea $a.h.$ sara perpendicolare sopra la linea $b.c.$ che e' il proposito.

Theorema. vi. Propositione. xii.

¹² Li doi angoli costituiti di ogni linea retta, che stia sopra a' una li-
¹³ nea retta, ouero che sono retti, ouero che sono eguali a' doi an-
goli retti.

Si che la linea $a.b.$ sia sopra alla linea $c.d.$ dico che li doi angoli costituiti
dalla detta linea $a.b.$ con la linea $c.d.$ ouero che sono ambidui retti, ouero che
sono eguali a' doi angoli retti, li quali angoli feno e' l'angolo $a.b.d.$ & l'altro e'
l'angolo $a.b.c.$ & per dimostrar questo arguto' in questo modo. Ouero che la li-
nea $a.b.$ sara perpendicolare sopra la $c.d.$ ouero che la sara perpendicolare so-
pra la detta linea $c.d.$ costituirà doi angoli eguali e' retti per lo conuerso mo-
do della ottaua diffinitione, che e' il primo proposito. Ma se la non sara perpen-
dicolare, ma che quella sia declinante sopra quella, poniamo verio' dall'ora la
detta linea $a.b.$ costituirà doi angoli, l'uno di quali sara acuto, cioe l'angolo $a.$
 $b.d.$ & l'altro sara ottuso, cioe l'angolo $a.b.c.$ hor dico che questi doi angoli insi-
eme sono eguali a' doi angoli retti, & per dimostrar questa cosa, con-
duro la perpendicolare $b.e.$ per l'undecima propositione, sopra la linea $c.d.$ del
laquale li doi angoli $a.b.e.$ & $a.b.d.$ sono retti, per lo conuerso modo della ter-
za diffinitione, adunque perche li doi angoli $d.b.e.$ & $a.b.e.$ se equantano al
l'angolo $d.b.e.$ liqual e' retto, giouano anchora l'angolo $c.b.e.$ che e' retto, ouero che
seranno eguali a' doi angoli retti, perche li doi, cioe $d.b.e.$ & $a.b.e.$ sono egua-
li all'angolo $c.d.b.$ che e' retto, il terzo, cioe l'angolo $e.b.d.$ si e' retto, pero tutti
tre sono eguali a' doi retti, ma l'angolo $a.b.c.$ ottuso e' eguale a' doi di questi
tre angoli, cioe all'angolo $c.b.e.$ che e' retto etiam all'angolo $a.b.a.$ adunque li
doi angoli $a.b.e.$ & $a.b.d.$ sono eguali a' doi angoli retti, che e' il proposito. Et
nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un
punto, in qual si voglia superficie piana, sempre quello sara eguale a' quattro an-
goli retti.



Theorema. vii. Propositione. xiii.

¹⁴ Se da uno punto de una linea retta usciranno due linee rette in di-
¹⁴ uerse parti, & fara li doi angoli attorno di se retti, ouero eguali a'
doi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congiunte diretta-
mente, & sono una sol linea.

Si la linea retta $a.b.$ & dal punto $b.$ videranno doi linee rette in parte oppo-
site, & l'una sia la linea $b.c.$ & dall'altra parte opposita sia la linea $b.d.$ lequal
linee facciano li doi angoli, liquali son $c.b.a.$ & $d.b.a.$ eguali a' doi angoli retti,
hor dico che le due linee $c.b.$ & $d.b.$ sono congiunte direttamente l'una & l'altra
& sono una sol linea, laqual e' la linea $c.b.d.$ & se la non sara una sol linea, per
l'interuario, sia protraia la linea $c.b.d.$ continuo' & diremo, & per non esser una
linea con la linea $b.d.$ transira ouero di sopra della detta linea $b.d.$, come fa la $b.f.$



enter c'istoro come fa la *b.e*. Adonq perche sopra della linea *c.b* s'egli cade la li
nea *a.b* li doi angoli *a.b.e* & *a.b.f* per la precedente seran equali a doi angoli
li retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta peritioone, an
chora li doi angoli *a.b.a* & *a.b.f* son equali a doi angoli retti, dal presupposti
adgilche li doi angoli *a.b.e* & *a.b.f* seran equali alli doi angoli *c.b.a* & *c.b.f*.
adonq cauando comunemente l'angolo *c.b.a* li doi rimanenti, per la terza co
rtitione, seranno fra loro equali, cioe l'angolo *d.b.a* *figla* equal all'angolo *e.b.f*.
laqual cosa e' impossibile che la parte sia equal al tutto, & per la medesima via
tu approuerai la linea *c.b* protratta per fino in *e*, che l'angolo *a.b.d* sera equal
all'angolo *a.b.e* che e' pur impossibile, per laqual cosa sera conuerso l'auerario
a confirmare che protratta la linea *c.b* caderà precise in la linea *b.d* & la linea
c.b esser una sol linea, e non due, che e' il proposito.

Theorema.viii. Propositione. xvi.

- 15 Tutti li angoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino,
15 fra loro son equali, Perilche egle manifesto che quando due linee
rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a
quattro angoli retti.



Siano le due linee rette *a.b* & *c.d* lequali se seghino fra loro in ponto *e*. Dico
che l'angolo *d.e.b* e' equal all'angolo *a.e.c* & l'angolo *b.e.c* e' equal all'ango
lo *d.e.a* pche li doi angoli *a.e.c* & *c.e.b* sono equali a doi angoli retti, per la
terradecima propositione, & similmente li doi angoli *c.e.b* & *b.e.d* sono pur
equali a doi angoli retti, per la medesima propositione. Adonq li doi angoli
a.e.c & *c.e.b* sono equali alli doi angoli *a.e.b* & *b.e.d*, pche così li doi primi co
me li doi secondi sono equali a doi angoli retti: hora comunemente leua
remo, così alli doi primi come alli doi secondi l'angolo *c.e.b* li doi rimanenti,
che son li doi angoli *a.e.a* & *b.e.d* seranno fra lor equali, per la terriadecima co
rtitione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo *c.b.d* esser equal all'an
golo *d.e.a*, che e' il proposito.

Theorema.ix. Propositione. xvi.

- 16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo qual ne pa
16 re, quel fara l'angolo estinico maggiore dell'uno e dell'altro an
golo intrinico del triangolo a se opposto.



Sia che'l triangolo *a.b.c* sia protratto el lato *a.b* per fino in *d*. Dico che l'an
golo *d.b.c* e' maggiore di l'uno & dell'altro di doi angoli di dentro del tri
angolo a lui opposti, delliquali l'un e l'angolo *b.a.c* & l'altro e' l'angolo *b.c.a*.
& per dimostrar questo lo diuidero il lato *c.b* in due parti equali, per la decer
ta della decima, in ponto *e*, & protra la linea *a.e* per fin al ponto *e*, timente
che la *a.e* sia equal alla *a.e*. poi traro la linea *b.f* farò questo lo intendo li
doi triangoli *e.a.b* & *e.b.f* & perche li doi lati *a.e* & *e.e* del triangolo *a.e.c*
sono equali alli doi lati *e.b* & *e.b* del triangolo *e.b.f* & l'angolo *e* dell'uno si
e' equal all'angolo *e* dell'altro, per la precedente propositione, perche sono
angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo *e.c.a* sera equal al
l'angolo *e.b.f* & per tanto l'angolo *b.a.d* qual e' maggiore dell'angolo *c.b.f* sia
parte, sera etiam maggiore dell'angolo *a.e.c* per esser la *a.e* & *e* equal al *e.b* & la sua
parte, & così hauemo dimostrarato come l'angolo *c.b.d* de fuori del triangolo e'
maggiore dell'angolo *a.c.b* di dentro del triangolo a lui opposto. Similmente
anchora

anchora se approua che la e è maggior dell'angolo a . Perche diuidere il lato a in due parti eguale nel punto g , per la decima proposizione, & proccarò la linea g , per fin in h , talmente che la g sia eguale alla g , & per la terza proposizione, dopo proccarò la h , poi intendo il duo triangoli a, g, h , & g, h, h , che il duo lati a, g, h del triangolo a, g, h sono eguali alli duo lati g, h, h del triangolo g, h, h , & l'angolo g dell'uno è eguale all'angolo g dell'altro, per la quinta decima proposizione, & per la quarta proposizione, l'angolo g, a, c è eguale all'angolo g, h, h , hor perche l'angolo K, h, d è eguale all'angolo contraposto g, h, h , per la quinta decima proposizione, sera etiam eguale all'angolo e, a, g , per la prima coniectura, & perche l'angolo e, b, d è maggiore dell'angolo K, h, d , sera etiam maggiore dell'angolo g, a, c , a quello eguale, che è il proposito.

Il Traduttore.

Bisogna aduertire che la linea h, b , protratta verso f , de necessitate passa sopra la linea b, e , perche la linea b, K , non se diuorce dalla linea b, e , per essere in quella medesima.

Theorema. x. Proposizione. xvi.

17 Duo angoli di ogni triangolo (colti come si uogli) & no minori di due angoli retti.

Sia il triangolo a, b, c . Dico che qualunque duo angoli di quello sono minori de due angoli retti, perche essendo per uno vn lato di quello, come seria il lato b, c , per fin a d , per la precedente, l'angolo c , estrinseco seria maggiore della, etiam maggiore dell'angolo b , ma l'angolo b , estrinseco insieme con l'angolo c , intrinseco sono eguali a due angoli retti, per la terza decima. Adunque li duo angoli a, b, c , intrinseci seranno minori de due angoli retti, & similmente l'angolo a , insieme con l'angolo c , (intrinseco) seranno pur minori di due angoli retti, perche all'angolo c , intrinseco uolendo equiualere a due angoli retti bisognaria accompagnarlo con vn altro angolo che fusse eguale all'angolo a, c, d estrinseco, di che alcuni di quelli duo intrinseci a lui opposti, cioè a, b, c , non sono sufficienti, per esser ciascuno di lor minori del detto angolo a, c, d , estrinseco. Similmente se sera proccarò il lato b, a , per il medesimo modo el si approua che li duo angoli a, b, c sono minori de due angoli retti, che è il proposito.

Theorema. xi. Proposizione. xviii.

18 Il lato più longo de ogni triangolo è opposto al maggior angolo.

Sia come in lo triangolo a, b, c , il quale ha il lato a, c , maggiore del lato a, b . Dico che l'angolo a, b, c è maggiore dell'angolo b, c, a . Perche il lato a, c è maggiore del lato a, b , della parte verso a , ne segneremo vna parte eguale a a, b , per la terza proposizione, qual sia a, d , & produrò la linea b, d , (per la prima proposizione) Ma perche l'angolo a, d, b , intrinseco del triangolo b, d, c , per la sesta decima proposizione, è maggior dell'angolo b, c, d , intrinseco a lui opposto, & l'angolo a, d, b è eguale all'angolo a, b, c , per la quinta proposizione, perche il lato a, d fu posto eguale al lato a, b . Adunque l'angolo a, b, c sera anchora lui maggiore del detto angolo b, c, d , che se l'angolo a, b, d (per se solo) è maggiore del c , molto più tutto l'angolo a, b, c , sera maggiore del detto angolo c , che è il nostro proposito. Anchora, perche il lato a, b è maggiore del lato b, c , per lo modo dato di sopra, se potrà pur che l'angolo b, c, a è maggior dell'angolo b, a, c .

C. lili



Theorema.xii. Propositioe.xix.

¹⁸ Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposto al piu longo lato.

¹⁹

Si a il triangolo a.b.c. haoune l'angolo a.b.c. maggiore dell'angolo b.c.a. cdi
 So che il lato a.c. e' maggior del lato a.b. Per che se li demostaro a.c. non e' mag
 gior del lato a.b. per l'auario. Per necessario che li sia adouque ouer equal a lui
 ouer minor di lui. se egli e' equal a lui l'angolo a.c.b. seria equal all'angolo c.b.
 a. per la quinta propositioe, che seria contra il presupposto nostro, il qual fu che
 l'angolo a.b.c. fusse maggiore dell'angolo b.c.a. Adouque lo lato a.c. non puo e'
 ser equal al lato a.b. Dico anchora che li non puo esser minore, perche se li lato
 a.c. fusse minore del lato a.b. l'angolo a.b. c. seria minor dell'angolo a.c.b. (per la
 precedente) che seria moie perauo al nostro presupposto, il qual fu che l'angolo
 a.b.c. fusse maggiore dell'angolo a.c.b. Adouque li lato a.c. non puo esser ne es
 quale ne minore del lato a.b. e' necessario che li sia maggiore, che e' il proposito.

Theorema.xiii. Propositioe.xx.

²⁰ Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si uoglia) giunti insieme sono
²¹ piu lunghi del restante lato.

Si a il triangolo a.b.c. Dico che li duoi lati a.b. & a.c. giunti insieme sono piu
 lunghi del lato b.c. & per dimostrar questo, si protrano la linea b.d. per una
 la d. tale che b.d. sia equal alla a.c. poi si tirara la linea c.d. Et per la
 quinta, l'angolo a.c.d. sera equal all'angolo d.b.c. & perche tutto l'angolo b.c.d.
 maggiore dell'angolo a.c.d. (sua parte) sera etiam maggiore dell'angolo d.
 adouque, per la decimaua propositioe, il lato b.d. sera maggiore del lato b.c.
 Ma il lato b.d. e' equal alli duoi lati a.b. & a.c. per la qual cosa li duoi lati a.b. & a.c.
 giunti insieme sono maggiori d. il lato b.c. che e' il proposito.

Theorema.xiiii. Propositioe.xxi.

²² Se dalli duoi ponti terminati un lato d'un triangolo uisciranno due
²³ linee rette, & che quelle si congiungano in un punto che sia di den
 tro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu bre
 ue delle altre due linee del triangolo, e pteniranno maggior angolo.

Si a come in questo triangolo a.b.c. che dalle due estremita del lato b.c. uisci
 rano le due linee b.d. & c.d. lequale concorrono de dentro del triangolo
 a.b.c. nel ponto d. dico che le dette due linee b.d. & c.d. insieme g. non sono piu
 certe che le due linee b.a. & c.a. l'un del triangolo a.b.c. insieme giunti. Et che
 l'angolo b.d.c. contenuto da quelle e' maggiore dell'angolo b.a.c. come uero dal
 li predetti duoi lati, & per dimostrar questo s'ouero il lato b.d. per fin che so
 ghi il lato a.c. in ponto e. hor dico che li duo lati a.b. & a.c. del triangolo a.b.c.
 giunti insieme sono maggiori del lato b.c. per la vigesima propositioe, & giun
 gendosi equalmente la parte ouero linea e. c. li duoi lati a.b. & b.c. & a.c. seranno
 maggiori insieme giunti della duoi lati b.d. & c.d. e. (per la quinta concettione)
 la qual cosa seria in mente poi perche li duoi lati d.e. & e.c. del triangolo d.c.e.
 giunti insieme sono maggiori del lato d.c. (per la medesima vigesima propo
 sitione) giunti insieme conueniente la linea d.b. li duoi lati b.d. & a.c. seranno ancho
 ra maggiori delli duoi lati b.d. & d.c. e. (per la quinta concettione) donde se li duoi
 lati b.c. & a.c. seranno maggiori delle due linee protinate b.d. & c.d. & che li duoi
 lati a.b. & a.c. sono maggiori delli duoi lati b.d. & c.d. e. (come di sopra fu ap
 ptoato

procurato, quando dilli, *serba in mente*) tanto maggiormente faranno maggiori delle dette due linee *procurate*. *b.d.f.c.d.e* che e' il proposto. Ma perche l'angolo *b.d.f.c.d.e* maggiore dell'angolo *d.e.f* (per la sedicesima proposizione) & l'angolo *d.e.f* e' per la medesima decimasesta proposizione e' maggiore dell'angolo *a.b.c* douque molto maggior sara l'angolo *b.d.f.c.d.e* del dinto angolo *a.b.c* che e' il secondo proposto.

Problema.viii. Proposizione.xxii.

Proposte tre linee rette, dellequali le due, quale si uogliono, giunte insieme sieno piu lunghe dell'altra, potremo, con altre tre linee, a quelle eguale costituire un triangolo.

Siano le tre proposte linee *a.b.c* eguale siano così conditionate, che due, qua si si voglia di quelle, giunte insieme siano maggiore dell'altra, perche altriuamente non se possa di tre eguale a quelle costituire un triangolo (per la vigesima proposizione) & douque quando uorro costituire un triangolo di tre linee eguale alle tre predette, faccio la linea *a.c* alla quale dalla parte *a* non gli pono fin determinato, & dalla parte del *a* lineo seggo la parte *d.f* eguale alla linea *a.c* (per la prima proposizione) & *d.f.g* equali al *b.f.c.g* h. equali alla *a* & fiero il punto *f* centro, descrivo il cerchio *d.f* secondo la quantita *d.f* & similmente fino *g* centro descrivo il cerchio *h.f* liquali doi cerchi se intersegonno in doi punti, l'uno di quelli e' il punto *k* altramente seguita che l'una delle tre linee saria maggiore, ouer eguale alle altre due giunte, che saria contrari al presupposto. hor dal punto *k* tiro la linea *k.f* & la linea *k.g* & sara costituito il triangolo *k.f.g* de tre linee eguale alle tre proposte *a.b.c* perche le due linee *d.f.f.g* sono eguale, perche ambedue vanno dal centro alla circonferenza del cerchio *d.f* & perche la *h.f* mea e' eguale alla *d.f* per la prima conuentione, sara etiam eguale alla *f.g* lato del triangolo, similmente *g.h.f.g* sono eguale, perche vanno dal centro alla circonferenza del cerchio *h.f* & *h.f* se posso eguale alla linea *a* adonque *g.k* sara eguale alla linea *a* per la ditta prima conuentione senza uita, ouer conuenimento, & perche *f.g* in toto eguale alla linea *b* adonque li tre lati del triangolo *k.f.g* sono eguali alle tre date linee *a.b.c* che e' il proposto.

Problema.ix. Proposizione.xxiii.

Data una linea retta sopra un termine di quella, potremo designare un angolo rettilineo eguale a qualuque angolo rettilineo pposito.

Siano data la linea *f.e* che e' in la figura superiore, & siano le due linee che con si giungono il dato angolo *a.b.h*, sotto alqual angolo tiraro la base *a.d* desiderando si di fare sopra il punto *f* della linea *e.f* vno angolo eguale all'angolo dato. A giungo alla linea *e.f* la linea *d.f* eguale alla *a* & dalla linea *f.e* seggo, ouer assego, *g* eguale alla *b*, & dalla *g.e* assego etiam la *g.h* eguale alla *b* & *a* & fo per li doi punti *d.f* & *g* descrivo li doi cerchi *d.f* & *g.h* secondo la quantita delle due linee *d.f* & *g.h* liquali se interseghano fra loro in punto *k* si come mo sira la procedura, & dntre le linee *k.f* & *k.g* saranno li doi lati *k.f* & *k.g* del triangolo *k.f.g* equali alli doi lati *a.d* & *b.h* del triangolo *a.b.h* & la base *g.f* e' eguale alla base *a* adonque, per la terza l'angolo *k.f.g* sara eguale all'angolo contenuto dalle due linee *a.d* & *b.h* che e' il proposto.

Theorema.xy. Proposizione.xxiiii.

De ogni doi triangoli, di quali li doi lati dell'uno saranno eguali alli doi lati dell'altro, se l'uno di doi angoli contenuti sotto di



quelli lati equali, ſera maggiore dell'altro. Anchora la baſa del me-
deſimo ſera maggiore della baſa dell'altro.



Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ ſiano li doi lati $a.b.$ & $a.c.$ equali alli doi lati $d.e.$ & $d.f.$ cioè ciaſcun al ſuo relativo. $a.b.$ al $d.e.$ & $a.c.$ al $d.f.$ ſia l'angolo a maggior dell'angolo d . ſi dico che la baſa $b.c.$ ſera maggiore della baſa $e.f.$ & per dimoſtrar quello ſaro l'angolo e & f per la dottrina della precedente, equali all'angolo a . delqual l'angolo e e' ſua parte g e' minor di lui & ponero $d.g.$ equal alla $a.c.$ ouero alla $b.c.$ tiraro la linea $e.g.$ laqual triſtra di ſopra della linea $e.f.$ ſegondo la linea $d.f.$ ouero ſopra la medefima linea $e.f.$ ſicché co quella vna medefima linea ouer di ſotto di quella, hor poniamo prima niente che la triſtra di ſopra la $e.f.$ ſegondo la linea $d.f.$ (come appar nella prima figura) ſi raro la linea $e.g.$ ſera continno il triangol $d.e.g.$ de doi lati equali, che ciaſcun di quelli e' equal al lato $a.c.$ di che l'angolo d ſera equal all'angolo d & g per la prima propoſitione più equal coſi l'angolo d & g ſera maggior dell'angolo e & f parte dell'angolo d & g ſia lui equal, ſelche ſe l'angolo d & g da ſi e' maggior dell'angolo e & f tanto più maggior ſera tutto l'angolo e & f del dmo angolo e & f & ſe ſe ſequa che l'angolo e & f maggior del lato $e.f.$ per la decimanoſa propoſitione, hor dico che l'angolo e & f e' equal alla baſa $b.c.$ perche li doi lati $a.b.$ & $a.c.$ del triangolo $a.b.c.$ ſono equali alli doi lati $d.e.$ & $d.f.$ del triangolo $d.e.f.$ & l'angolo a & g poſto equal all'angolo b & c & d , per la quarta propoſitione, la baſa $e.g.$ ſera equal alla baſa $b.c.$ per la qualcoſa ſe la $e.g.$ e' maggior alla $e.f.$ eſiſta la $b.c.$ & quella equal ſera maggior della detta $d.f.$ che e' il propoſito. Ma ſe la $e.g.$ triſtra ſopra la medefima linea $e.f.$ (come in queſta altra ſeconda figura appare) & ſiano inſieme vna medefima linea alhora la $e.f.$ ſera parte della $e.g.$ adunque, per la vltima conſequentia, la $e.f.$ ſera minor del $d.g.$ che e' il propoſito ſino Ma ſe la $e.g.$ tranſiſſe di ſotto della $e.f.$ (come in queſta altra figura appare) ſiano ſtongate le due linee $d.f.$ & $d.g.$ (ſequal ſono equal) ſino in k & h & per la ſeconda parte della quinta propoſitione, li doi angoli che ſono ſotto alla baſi $f.g.$ ſeranno equali, cioè lo angolo k & g ſera equal all'angolo h & g ſelche tutto l'angolo e & f ſera maggior del detto angolo h & g ma ſe l'angolo e & f e' maggior del dmo h & g tanto più maggior ſera lo dell'angolo e & f parte di quello adunque, per la nona propoſitione, il lato $e.g.$ ſera maggior dell'ato $e.f.$ & per conſequentia ſera maggior della $e.f.$ che e' il propoſito. Queſto vltimo mēbro ſi potera anchora prouare per la vigeſima prima, perche per quella in la diſpoſitione della terza figura, le due linee $d.g.$ & $d.e.$ ſeranno maggiore delle due linee $d.f.$ & $d.e.$ perche la $d.g.$ e' equal alla $d.f.$ (per queſto che ambedue ſono equal alla $a.c.$) ſera la $e.g.$ maggior della $e.f.$ per la qualcoſa etiam la $b.c.$ ſera maggior della medefima $e.f.$ che e' il propoſito, tamen e' meglio dimoſtrar per il primo modo, acciò che in ogni diſpoſitione ſia arguto per la quinta.

Theorema. xvi. Propoſitione. xxy.

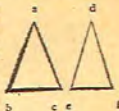
D'ogni doi triangoli, di quali li doi lati dell'un ſiano equali alli doi lati dell'altro, & che la baſa dell'uno ſia maggior della baſa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la baſa maggior) ſera maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto deſſi medefimi lati.

Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ ſiano li doi lati $a.b.$ & $a.c.$ del primo equali alli doi lati $d.e.$ & $d.f.$ del ſecondo, cioè ciaſcuno allo ſuo relativo, & ſia la baſa $b.c.$ maggior della baſa $e.f.$ dico che lo angolo a ſera maggior dell'angolo d . queſta e' il conuerſo della precedente, laqual ſe dimoſtrera in queſto modo. ſe l'angolo a , non e' maggior, per l'ad-
neceſſario

verfario, dell'angolo, d. f. era adunque eguale, ouer minor di lui, eguale non poe
 effere, perche fe così fuffe, per la quarta, la baf. b. c. f. era eguale alla baf. e. d. che
 f. era contra il prefuppofto. Ma dico che anchora d. non poe effere minore per
 che fe l'angolo, a. f. ule minore dell'angolo, d. b. f. b. c. f. era, per la prece-
 de, minor della baf. e. d. che f. era molto contra il prefuppofto, adunque non poe
 f. f. ule l'angolo, a. effere ne eguale ne minor dell'angolo, d. e' neceffario che fia
 maggiore, che e' il propoſito.

Theorema. xvii. Propoſitione. xxi.

36 De ogni duo triangoli di quali li duo angoli di l'uno f. erano equa
 20 li a' duo angoli di l'altro ciaſcuno al ſuo reſtino, anchora che un
 lato dell'uno ſia eguale a' un lato dell'altra, o' ſia quel tal lato fra li
 duo angoli equali oueramente oppoſito a' uno di quelli, anchora li
 duo reſtanti lati di l'uno f. erano equali alli duo reſtanti lati dell'al-
 tro, ciaſcuno al ſuo riſguardante, ouer reſtino, & ſimilmente l'altro
 angolo di l'uno f. era eguale a' l'altro angolo dell'altro.



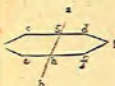
Siano li duo triangoli, a. b. c. & d. e. f. & ſia l'angolo, b. eguale all'angolo, e. &
 l'angolo, c. egual all'angolo, f. & ſia el lato, b. c. eguale al lato, e. f. ouer l'uno
 deſi altri duo lati, a. b. & a. c. ſia eguale a' uno deſi altri duo lati, d. e. & d. f.
 cioe uno di loro al ſuo reſtino, cioe che a. b. ſia eguale al d. e. ouer a. a. d. f. Di-
 co che li altri duo lati dell'uno f. era eguale alli altri duo lati dell'altro, & l'altro
 angolo dell'uno f. era egual all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo, a. f. era eguale
 all'angolo, d. Potero adunque primaſamente che lo lato, b. c. ſopra del quale giace
 no li duo angoli b. c. ſia eguale al lato, e. f. ſopra del quale giace no li duo angoli
 e. f. & li altri ſono ſtri poſti equali alli duo angoli b. c. hor dico che l'angolo, a. b.
 f. era eguale al lato, d. e. al lato, a. c. al lato, d. f. & l'angolo, a. all'angolo, d. Perche
 poſſo d. ſia per l'aduerſario, che il lato, b. non ſia eguale al lato, e. l'uno di que-
 li f. era adunque maggiore, hor poſiamo che il lato, d. e. ſia maggior del lato, b.
 io ſeguro del lato, d. e. la parte, g. e. equali al lato, a. b. per la terza propoſitione, &
 produco la linea, g. f. li duo lati adunque, g. d. & e. f. del triangolo, e. g. f. ſono equa-
 li duo lati, a. b. & b. c. del triangolo, a. b. c. & l'angolo, a. b. c. eguale all'angolo
 g. e. f. dal prefuppoſito, per la qual coſa l'angolo, g. f. e. f. era eguale all'angolo, a. c.
 b. per la quarta propoſitione, & perche l'angolo, d. e. f. e' anchora lui eguale al
 detto angolo, a. c. b. dal prefuppoſito per la prima conſideratione, f. era etiam eguale
 all'angolo, g. e. f. ſa parte, che e' impoſſibile per l'ultima conſideratione, adunque d.
 f. era eguale al lato, a. b. per la quarta propoſitione, il lato, d. f. era etiam eguale al la-
 to, a. c. & l'angolo, d. all'angolo, a. f. era eguale che e' il primo membro della diſtich-
 ſion propoſita, ſia anchora li duo angoli, b. & e. equali alli duo angoli, c. & f. come
 prima, & ſia lo lato, a. b. eguale & oppoſito all'angolo, e. eguale al lato, d. e. ſi-
 gual e' oppoſito all'angolo, d. ſi-qual e' poſſo eguale all'angolo, c. dico che lo lato, b. c. f. era
 equal al lato, e. f. & il lato, a. c. al lato, d. f. & l'angolo, a. all'angolo, d. & ſi lo lato, e. f.
 f. f. era eguale al lato, b. c. per l'aduerſario l'uno di loro f. era maggior dell'altro, ſia
 adunque e. f. maggior del b. c. e per tanto ponero, e. h. eguale al b. c. per la terza
 propoſitione, & produco la linea, d. h. & f. era conſtituido il triangolo, d. e. h. che li
 duo lati, d. e. & e. h. ſon equali alli duo lati, b. c. & b. a. del triangolo, a. b. c. & l'angolo
 c. h. e. f. eguale all'angolo, b. dal prefuppoſito, di che l'angolo, e. h. d. f. era eguale
 all'angolo, b. c. a. per la quarta propoſitione, & l'angolo, e. per effere eguale anchora
 all'angolo, c. f. era etiam eguale all'angolo, e. h. d. per la prima conſideratione, la qual
 coſa e' impoſſibile, per la ſettadecima propoſitione, che l'angolo, e. h. d. e' intrinſico
 del triangolo, d. h. f. ſia eguale allo angolo, h. d. f. intrinſico, & oppoſito adon-
 que il lato, e. f. f. era eguale al lato, b. c. & ſimilmente, per la quarta propoſitione,



Il lato $d.f.$ al lato $a.c.$ sera eguale, & l'angolo $e.d.f.$ all'angolo $b.a.c.$ che e' il secundo membro della propofita diuifione, diche tutto il propofito sera manifesto.

Theorema.xviii. Propofitione.xxvii.

- ²⁷ Se una linea retta cadera sopra a' due linee rette, & faccia li doi angoli coalterni fra loro eguali, quelle due linee serano equidiftante.



Sia come e' la linea $a.b.$ la qual cade sopra le due linee $c.d.$ & $e.f.$ & faga la linea $e.d.$ in ponto $g.$ & la linea $e.f.$ in ponto $h.$ & fia l'angolo $d.g.h.$ eguale all'angolo $e.h.g.$ Dico che le dette due linee $c.d.$ & $e.f.$ sono equidiftante, ma se poſſoſſi e' per lo aduerſario, che non ſiano equidiftante poniamo che protratte dalla parte $c.e.$ concorrano nel ponto $k.$ ouero dalla parte $d.f.$ nel ponto $l.$ & fia per come ſi voglia, che occada lo impoſſibile per la decimaſetta propoſitione, per che l'angolo intrinſeco ſera eguale allo intrinſeco, & oppoſito, perche uno deſti deſti angoli alterni liquali ſono poſti eguali ſera lo eſtrinſeco, & l'altro ſera lo intrinſeco, perche concorrendo le due linee $c.d.$ & $e.f.$ in ponto $k.$ ſera formato vno triangolo, che ſera $g.h.k.$ & ſera prodoto il lato $k.g.$ ſina in $d.$ facendo l'angolo $h.g.d.$ eſtrinſeco, li quale e' poſſo eguale all'angolo $e.h.g.$ intrinſeco, & oppoſito, & ſera ſi ſi voglia, che occada lo impoſſibile per la ſopralegata propoſitione perche l' e' impoſſibile che le due linee, protratte da qual parte ſi voglia, concorrano, ſaranno equidiftante per la uigimaſecunda diuifione, che e' il propoſito.

Theorema.xix. Propofitione.xxviii.

- ²⁸ Se una linea retta uegnera sopra a' due linee rette, e che l'angolo intrinſeco cauſato da quella ſia eguale all'angolo eſtrinſeco a' ſe oppoſito, ouer che li doi angoli intrinſeci da una medefima parte ſiano eguali a' doi angoli retti, quelle due linee ſaranno equidiftante.



Sia come la linea $a.b.$ la qual ſega le due linee $c.d.$ & $e.f.$ nelli doi ponti $g.h.$ & ſia l'angolo $g.$ intrinſeco eguale all'angolo $h.$ intrinſeco, della medefima parte uero $d.f.$ ouer che li doi angoli $g.h.$ intrinſeci ſoit dalla medefima parte ſiano eguali a' doi angoli retti. Dico che le due linee $c.d.$ & $e.f.$ ſono equidiftante, hor ſia primamente l'angolo $d.g.a.$ eguale all'angolo $e.h.g.$ & perche l'angolo $e.h.g.$ per la quinta decima propoſitione ſera anchora lui eguale all'angolo $d.g.a.$ per la prima concorſione, ſera etiam eguale all'angolo $g.h.f.$ per la qual coſa la linea $c.d.$ e' equidiftante alla linea $e.f.$ per la precedente propoſitione, per che li angoli $g.h.f.$ & $e.h.g.$ coalterni ſono eguali, anchora ſiano li doi angoli $d.g.h.$ & $e.h.g.$ eguali a' doi angoli retti, & perche li doi angoli $d.g.h.$ & $e.h.g.$ ſimilmente ſono eguali a' doi angoli retti, per la terza decima propoſitione l'angolo $e.g.h.$ ſera eguale all'angolo $e.h.g.$ per la qual coſa le dette due linee $c.d.$ & $e.f.$ per la detta propoſitione precedente, ſaranno equidiftante, che e' il propoſito.

Theorema.xx. Propofitione.xxx.

- ²⁹ Se una linea retta cadera sopra a' due linee equidiftante, li doi angoli coalterni ſaranno eguali, & l'angolo eſtrinſeco ſera eguale allo angolo intrinſeco a' ſe oppoſito, e ſimilmente li doi angoli intrinſeci conſtruidi dall'una e l'altra parte ſaranno eguali a' doi angoli retti.

Siano le due linee $a.b.$ & $c.d.$ equidiftante, ſopra lequale cade la linea $e.f.$ & ſi gido quelle nelli doi ponti $g.h.$ dico che li doi angoli $g.h.$ coalterni ſono eguali

quelli, & che l'angolo g. e intrinfico si e uguale all'angolo h. intrinfico a se oppo-
sto, tolto dalla medesima parte, & che li due angoli g. h. intrinfici tolti da una
medesima parte sono equali, a due angoli retti. & questa e il concetto delle
due precedenti, hor per dimostrar che l'angolo b. g. e uguale all'angolo c. h.
g. procederemo così, se l'angolo b. g. h. non e equali all'angolo c. h. g. uno de
quelli sera maggiore, si adunque maggiore lo angolo a. h. g. & per che li due
angoli a. h. g. & h. g. h. sono equali a due angoli retti per la 17. proposizione,
& perche l'angolo b. g. h. e minor del detto angolo c. h. g. ponendolo con lo an-
golo d. h. g. in una linea serano minori de due angoli retti, adonq se le due
linee a. b. & c. d. fossero parallele dalla parte del b. h. d. occorrerebbono ad alor
pocho (per la quarta peritione) come seria al pto. k. a donq non seria no
equidistante per la vigesima seconda diffinitione) che e contra il proposito,
perche questo e impossibile, serano adonq li detti due angoli b. g. h. & c. h. g.
coalterni equali che e il primo proposito, & da questo si manifesta anchora il
secondo perche l'angolo b. g. h. e uguale all'angolo a. g. e. (per la quistade
elma) adonq per la prima concettione l'angolo a. g. e. e etiam equali all
angolo c. h. g. & hoc lo christiano sera equali allo intrinfico a se oppo, & e al
con do proposito, dal qual similmente si manifesta il terzo, perche li due angoli
a. g. e. & c. h. g. sono equali, & adonq comunamente l'angolo a. g. h. la soma
sera anchora equali, dalche li due angoli c. h. g. & a. g. h. sono equali alli due
angoli a. g. h. & c. h. g. & perche li due angoli a. g. e. & a. g. h. (per la 17.) sono e-
quali a due angoli retti, adonq li due angoli a. g. h. & c. h. g. serano equali a due
angoli retti, che sono li due angoli intrinfici tolti dalla medesima parte retti.
loca, che e il terzo proposito.

Theorema. xxi. proposizione. xxxi

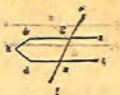
30 Se due linee rette seranno equidistanti a una medema linea, que-
ste medesime seranno fra loro equidistanti.

Siano le due linee a. b. & c. d. delle quale l'una & l'altra siano equidistanti alla
linea e. f. Dico che queste due linee, cioe la a. b. & c. d. sono fra loro equi-
distanti, & questo e vero universalmente, o siano le dette linee a. b. & c. d. in
medema superficie con la medesima linea e. f. oueramente no (tamen in que-
sto loco non se intende altrimenti se non secondo che tutte siano in una super-
ficie, & di quelle che sono in questa superficie, si approua nella nona proposi-
tione del 1. che sono equidistanti, & hoc adonq siano tutte tre in una superficie
io dirò la linea g. h. secondo le due tre linee nelli tre punti k. l. m. & perche
la a. b. e equidistante alla e. f. l'angolo a. k. l. e uguale all'angolo l. m. d. (per
la prima parte della precedent perche sono coalterni) & perche la c. d. e etiam e-
quidistante alla e. f. l'angolo l. k. n. (intrinfico) sera equali all'angolo l. m. d.
(intrinfico a se opposto, per la seconda parte della precedent) & dicesi se li due
angoli a. k. l. & a. k. l. e. l. m. e. e equali all'angolo k. l. l. (per la prima peritione)
ne seranno etiam fra loro equali, per la qual cosa se l'angolo a. n. l. e egi all'an-
golo l. m. d. le dette due linee a. b. & c. d. sono equidistanti (o la vigesima setti-
ma proposizione) perche li detti due angoli sono coalterni, che e il proposito.

Problema. x. Propositione. xxxii

31 Da uno punto dato fora di una proposta retta linea potemo con-
durre una linea retta equidistante a quella linea proposta.

Si il punto a. dato de fora della linea b. c. dal quale si voglia tirare una linea
equidistante alla linea b. c. si tirino la linea a. d. calante come si uoglia con la

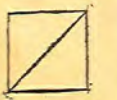
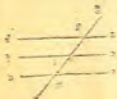


linea *b.c.* continuando l'angolo *a.d.c.* & l'angolo *a.d.b.* Et sopra el punto *a.* massimero (per la dottrina della vigesima terza proposizione) l'angolo *a.c.d.* eguale all'angolo *a.d.b.* ouer l'angolo *a.d.c.* eguale all'angolo *a.d.c.* (che da tra quei medesimo) & perche li detti angoli sono coalterali la linea *f. c.* sera equidistante alla linea *b.c.* (per la vigesima settima proposizione) che e il proposito.

Theorema. xxi. Proposizione. xxxii.

L'angolo extrinseco di ogni triangolo d'un lato prodotto e eguale alli duei intrinseci allui opposti. Et tutti li tre angoli intrinseci di quello e necessario esser eguali a duei angoli retti.

Sia el triangolo *a.b.c.* sia allungato el lato *b.c.* fino indico che l'angolo *a.c.d.* extrinseco si e eguale alli duei angoli *a. & b.* intrinseci opposti a lei in sieme giord. & che li tre angoli *a. b. & c.* del detto triangolo *a.b.c.* ciascuno giord sono eguali a duei angoli retti & per dimostrar questo dal punto *a.* tirano (per la dottrina della precedente) la linea *e.f.* equidistante alla linea *a.b.* & l'angolo *f.c.a.* sera eguale all'angolo *a.* (per la prima parte della vigesima nona) perche sono coalterali & l'angolo *f.c.d.* extrinseco si e eguale all'angolo *b.* intrinseci co (per la seconda parte della medesima vigesima nona proposizione) per la qual cosa tutto l'angolo *a.c.d.* extrinseco si e eguale alli duei angoli *a. & b.* intrinseci a lui opposti che el nostro primo proposito & perche li duei angoli *a. b. & c.* del detto sono eguali a duei angoli retti (per la terza decima proposizione) adunque li tre angoli *a. b. & c.* intrinseci del triangolo seranno eguali a duei angoli retti che e il secondo proposito & notache per questa proposizione e manifesto che tutti li angoli de ogni figura moldangole ouer poligone sono eguali a tanti angoli retti quanto e el numero chella e distante dalla prima, doppiato verbe gratia delle figure moldangole ouer poligone la prima e de tante si e il triangolo perche ogni si puo formar figura de rette linee de in ocho de tre lati perche con duei linee rette non si puo costruire figura superficiale (per la vicina petizione) pero el triangolo e la prima figura de rette linee la seconda figura si e il quadrilatero la terza si e el pentagono ouer figura de cinque lati & angoli & così abradando el numero della lati ouero angoli a quel numero si voglia contando di quello el numero binario di rimanente sera el numero dell'ordine della figura come essempli gratia de una figura de otto lati & angoli per voler el numero ordinario della detta figura conta de otto duei per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura pre detta a la quale sei sera la sesta figura & così se procedera in ciascuna altra, & adonche quel triangolo qual e la prima figura tutti li suoi angoli sono eguali a duei angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto e el doppio del numero ordinario della figura che e uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno eguali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordinario della figura la quale e duei per essere la seconda, doppiato de duei si e quattro & li cinque angoli del pentagono che e la terza saranno eguali a sei angoli retti cioè al doppio de tre che e el numero ordinario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati seranno eguali a duoden angoli retti cioè al doppio de sei che e el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & così videra in ciascuna figura de molto numero de angoli la qual cosa se manifesta della infra scripta causa perche qualunque figura tale si e divisible & resoluibile in tanti triangoli quanto dista dalla prima ouer quinto & el suo numero ordinario tiradote sette linee da qual voi de sei angoli alli angoli opposti & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono eguali a duei angoli retti pero se indopio el numero



Se in la formita de due linee equidistanti, & di equal quantita, sia
no congiunte due altre linee, quelle medesime faranno anchora e-
quale, & equidistante.



Stano le due linee $a.b.c.d.$ & $e.f.g.h.i.k.$ & equidistanti & equali, dell'inquale conglongerò le sue estremità per le linee $a.e.$ & $b.h.$ & le quali dico esser equali, & equidistanti. Si per dimostrare questo io tirarò la linea $a.d.$ & perche le due linee $a.b.c.d.$ & $e.f.g.h.i.k.$ non equidistanti, dal presupposto, l'angolo $b.a.d.$ sarà eguale all'angolo $a.d.c.$ & per la prima parte della vigesimanona proposizione: & de i due lati $a.b.$ & $a.d.$ del triangolo $b.a.d.$ sono equali alli doi lati $d.c.$ & $d.a.$ del triangolo $d.c.a.$ & l'angolo $d.a.b.$ del primo è eguale all'angolo $a.d.c.$ del secondo. A dotti que, per la quarta proposizione la base $b.d.$ del primo è eguale alla base $a.c.$ del secondo, & l'angolo $a.d.b.$ del primo è eguale all'angolo $d.a.c.$ del secondo. Ma poche li doi doi angoli son coalteri alla linea $a.c.$ sarà egualitate alla linea $b.d.$ per la vigesima septima proposizione, & perche prima ho approuato che le medesime due linee ouer base $a.c.$ & $b.d.$ son equali, l'uni & l'altro posutto è manifestato.



Theorema. xxiij. Propositione. xxiij.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li an-
34 goli contraposti equali, & lo diametro divide quella per mezzo.



Sia la superficie $a.b.c.d.$ delati equidistanti, cioè che la linea $a.b.$ sia equidistanti
se alla linea $c.d.$ similmente la linea $a.c.$ alla linea $b.d.$ hor dico che le due li
nee $a.b.$ & $c.d.$ sono eguale fra loro similmente le due linee $a.c.$ & $b.d.$ sono etiam
fra loro eguale, cioè che fra loro s'è simile al suo opposito. Anchora dico che
l'angolo $a.$ è eguale all'angolo $d.$ & lui contraposto similmente l'angolo $b.$ è
eguale all'angolo $c.$ iudicando il diametro $a.c.$ & di quale etiam d'istidera quella detta
superficie $a.b.c.d.$ per mezzo, cioè in due parti eguale, l'equal colè dimostrato in
quello modo perche $a.b.c.d.$ son equidistanti dal peripposito, li duei angoli
 $b.a.d.$ & $c.d.a.$ sono equali per la prima parte della vigesima nona propo
sitione, perche sono coalterni, hor intendoli duei triangoli $a.b.d.$ & $a.c.d.$ & perche li duei
angoli $a.$ & $d.$ del triangolo $a.b.d.$ son equali alli duei angoli $a.$ & $d.$ del triangolo
 $a.c.d.$ & lo lato $a.d.$ sopra del quale giaceo quelli angoli equidistanti l'angolo l'altro
triangolo è commune $a.d.$ adunque per la vigesima settia propositione, lo lato $a.b.$ &
ra eguale al lato $c.d.$ & similmente lo lato $a.c.$ al lato $b.d.$ & sera eguale etiam l'ang
olo $b.$ sera eguale all'angolo $c.$ & perche li duei angoli $a.$ & $b.$ sono equali alli duei
angoli $d.$ & $c.$ è dimostrato di sopra adoue per la seconda conoctione, tutto
l'angolo $d.$ sera eguale a tutto l'angolo $a.$ & lui contraposto - dico anchora che
il diametro $a.c.$ & come è detto di sopra d'istidera quella superficie in due parti eguale
perche $a.b.c.$ è eguale al $c.d.a.$ & $a.c.d.$ è commune ad ambe li duei lati $a.b.$ & $c.d.$
del triangolo $a.b.d.$ sono equali alli duei lati $a.c.$ & $b.d.$ del triangolo $a.c.d.$ & l'ang
olo $d.a.b.$ è eguale all'angolo $a.c.d.$ adunque per la quarta propositione, la li
nea $a.c.$ sera eguale alla linea $b.d.$ etiam tutto il triangolo $a.b.d.$ sera eguale a tut
to il triangolo $a.c.d.$ che è il propo.

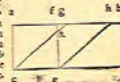
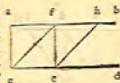
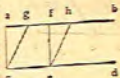
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistanti è detta **parallelogramma**.

parallelogramma, & le (specie di queste figure parallelogramme, ouer de lati egual
di fianci, sono solamente quattro & queste quattro son quelle che fanno diffinita
in la vigesima prima diffinitione, cioè il quadrato, il tetragon longo, il rhombo,
& il rhomboido.

Theorema. xxy. Propositione. xxxv.

³⁵ Tutte le superficie de lati equidistanti costituite sopra una medesi-
³⁵ ma basa, & in medesime linee equidistanti, sono fra loro eguale.

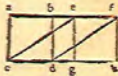
Siano le due linee $a, b, & c, d$, equidistanti intra lequale sia la superficie a, c ,
sopra de lati equidistanti, sopra la basa a, c , & sopra la medesima basa & intra le me-
desime linee sia l'altra superficie g, o, h , & similmente de lati equidistanti, dico che
le due predette superficie sono eguale, laqual cosa se dimostrera in questo modo.
Perche l'una e l'altra delle due linee a, f, g, h sono eguale alla linea a, c, e , (per la
precedente propositione) adunque per la prima concettione la linea a, f, g, h e
eguale alla linea a, c, e , diche leuando continuamente ad ambedue la linea, g, f ,
rimanera le due linee $a, g, & f, h$, laquale restano etiam fra loro eguale, (per la ter-
ta concettione) anchora perche (per la precedente) il lato a, c, e e eguale al lato
 f, h, e , per la seconda parte della vigesima noua propositione l'angolo h, f, e e
eguale a l'angolo g, a, c , & loe lo dimostrino allo iustissimo a se opposito, diche il
diouo lato $a, c, & a, g$ del triangolo a, c, g sono equali alli diouo lati $f, h, & f, h$ del tri-
angolo f, h, e , & l'angolo a, c, g dell'uno e eguale a l'angolo f, h, e , adunque (per
la quarta propositione) il triangolo a, c, g sara eguale al triangolo f, h, e , adon-
que giouando a cadauno la inuoluta figura quadrilatera laqual e g, c, e, h , (per
la prima concettione) la superficie a, c, e, h sara eguale alla superficie g, c, h, e , che
e il propositione se la linea a, g della figura superiore andasse a terminare nel
punto f , come in questa seconda figura appare, dico anchora che la superficie
 a, c, h, e e eguale alla superficie a, c, f, e , che con la medesima argumentatione di so-
pra (sara) se dimostra, perche per la medesima via li diouo triangoli $a, f, c, & f, h, e$,
sono fra loro equali, diche agiongendo a ciascun il triangolo c, e, c , la superfi-
cie a, c, f, e sara eguale alla superficie f, o, c, h , che e il propositione. Ma se per caso la
linea a, g della prima figura andasse a terminare intra $f, & b$, come in questa ter-
ta figura appare. Similmente dico che la superficie g, c, h, e e eguale alla superfi-
cie a, c, f, e , che coe se dimostrera, perche per la propositione precedente argumen-
tando come de sopra fu fatto, la linea a, f sara eguale alla linea g, h , diche agiong-
do a l'una e l'altra la linea f, g sara etiam intra la linea a, g , eguale a tutta la linea
 h, f, g , per le medesime reason de sopra adute il triangolo a, g, c sara eguale al tri-
angolo f, h, e , adonque agiongendo l'uno e l'altro il triangolo c, h, e , & detrahone
poi il triangolo e, g, h , da l'uno e dall'altro restera in vniuersa la superficie g, o ,
 h, e , eguale alla superficie a, c, f, e , che e il propositione.



Theorema. xxvi. Propositione. xxxvi.

³⁶ Tutte le superficie parallelogramme, costituite in base eguale, &
³⁶ fra medesime linee parallele, sono fra loro eguale.

Siano adonque le due superficie a, b, o, d , & c, e, f, g, h parallelogramme ouer de
lati equidistanti costituite intra due linee equidistanti, laqual sono le due linee
 $a, b, & c, h$, & sopra equali base laqual base son a, d , & c, g, h . dico che la superficie a ,
 b, o, d , e necessario che la sia eguale alla superficie c, e, f, g, h , laqual cosa se appone-
ra in questo modo lo tirato le due linee a, c , & d, f , donde (per la trigesima terza
propositione) la superficie a, c, d, f sara de lati equidistanti, per questa reason, per
che a, c e eguale & equidistante al a, d , perche l'uno e l'altro e eguale al g, h , &
guita adonque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie a, b, o ,
 $d, & c, e, f, g, h$ e eguale alla superficie a, c, d, f , diche per la prima concettione se
ranno etiam fra loro eguale, che e il propositione.



Theorema. xxvii. Propositione. xxxvii.

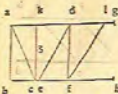
37 Tutti li triangoliquali sono costituiti di sopra una medesima ba-
sa & fra due medesime linee equidistanti sono fra loro equali.



Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.b.c.$ costituiti di sopra la base $b.c.$ & fra le due linee $a.e.$ & $d.b.$ equali, hor dico che li doi tri-
angoli $a.b.c.$ & $d.b.c.$ sono fra loro equali, poché tirato la linea $a.g.$ equidistante alla
linea $b.a.$ similmente la linea $c.h.$ equidistante alla linea $b.c.$ per la dottrina della
trigesima prima proposizione, & per la trigesima quarta proposizione, le due
superficie $a.b.c.g.$ & $d.b.c.h.$ saranno equali, & perche li doi triangoli $a.b.c.$ &
 $d.b.c.$ sono la metà di ciascuna di quelle (per lo contrario della trigesima quar-
ta proposizione) adunque li doi triangoli sono etiam fra loro equali (per
la settima concettione) che è il proposito.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxviii.

38 Se doi triangoli saranno costituiti di sopra base equali, & fra mede-
sime linee equidistanti, saranno fra loro equali.



Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ costituiti di sopra le base $b.c.$ & $e.f.$ equali
& fra le linee $a.g.$ & $d.h.$ equidistanti, hor dico che li doi triangoli sono
fra loro equali. Et per dimostrar questo tirato la linea $c.k.$ equidistante alla
linea $a.b.$ (aro del triangolo $a.b.c.$) & similmente la linea $f.l.$ equidistante alla
linea $d.e.$ & le due superficie $a.b.c.k.$ & $d.e.f.l.$ saranno equali (per la trigesima sesta
proposizione) & perche li doi triangoli sono la metà di ciascuna di quelle
(per lo contrario della trigesima quarta proposizione) di che (per comune
sentenza) li doi triangoli saranno equali, che è il proposito.

Theorema. xxix. Propositione. xxxix.

39 Ogni doi triangoli equali se saranno costituiti di sopra una mede-
sima base, & da una medesima parte, saranno fra due linee equidistanti.



Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.b.c.$ costituiti di sopra la base $b.c.$ da una me-
desima parte, & siano equali. Hor dico che questi doi triangoli sono fra due
linee equidistanti. Questo è il contrario della trigesima settima. Dal punto $a.$ tira-
ro una linea equidistante alla base $b.c.$ la quale se quella transire per il punto $d.$
& manifestò il proposito, se non quella transire di sopra, oret di sotto, transisce
prima di sopra, & sia la $a.e.$ & produca la linea $b.d.$ per fine a' tanto che segua la
linea $a.e.$ in punto $e.$ & tirato la linea $c.e.$ & perche il triangolo $a.b.c.$ è equali
al triangolo $a.b.c.$ (per la trigesima settima proposizione) Etiam lo triangolo
 $d.b.c.$ sia posto equali al detto triangolo $a.b.c.$ Adunque (per la prima concet-
tione) lo triangolo $b.d.c.$ oret equali al triangolo $b.e.c.$ la qual cosa è impossi-
bile, che la parte sia equali tutto (per l'ultima concettione) di che tirando dal
punto $a.$ una linea equidistante alla base $b.c.$ non potrà transire di sopra dal
punto $d.$ Anchora dico che non potrà transire di sotto dal punto $d.$ & se pur
fuire possibile (per l'adversario) poniamo sia la linea $a.f.$ segante la linea $d.b.$ in
punto $f.$ tirato adunque la linea $f.c.$ & perche il triangolo $d.b.c.$ (per la trige-
sima settima proposizione) si è equali al triangolo $a.b.c.$ similmente il triangolo
 $d.b.c.f.$ sia posto equali al detto triangolo $a.b.c.$ & dende (per la prima concettione)
il triangolo $b.d.c.f.$ sia equali al triangolo $b.e.c.$ & la parte sia equali al tut-
to, che è impossibile (per l'ultima concettione) adunque perche la linea proceda
dal punto $a.$ equidistante alla base $b.c.$ non può transire, ne di sopra, ne di sot-
to, dallo punto $d.$ seguita di necessitate, che quella transisce per esso punto
 $d.$ il quale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla pre-
cedente.



evidente ci manifesta che se una linea retta segata li due lati d'un triangolo in due parti eguale quella tal linea sara equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostra in questo modo. Sia il triangolo $a.b.c.$ che li due lati $a.b.$ & $a.c.$ di quel lo siano segati dalla linea $d.e.$ in due parti eguale nelli duei ponti $d.$ & $e.$. Dico che la linea $d.e.$ e equidistante al $b.c.$ & per demostrar questo tirato nel qua drilatero $d.e.b.c.$ li duei diametri $d.e.$ & $b.c.$ hor dico che il triangolo $d.e.b.$ e la trigesima octava proposizione sara eguale al triangolo $a.d.e.$ perche sono sopra due buse eguale, perche $a.d.$ & $b.e.$ eguale alla $d.a.$ dal presupposto, e ciascun di loro termina nel ponto $e.$ dal qual se poo tirar vna linea che sara equidistante alla buse ouer linea $b.a.$ per la trigesima prima proposizione, diche se poo dir che sono etiam fra due linee equidistanti, abbenche la linea non gli sia tirata. an chora per le medesime ragione il triangolo $c.d.e.$ sara eguale al medesimo trian golo $a.d.e.$ diche per la prima coniectura, il triangolo $d.e.b.$ sara eguale al trian golo $d.e.c.$ & equali sono costituidi sopra la medesima buse $d.e.$ & donde per la pre sente trigesima nona proposizione, saranno fra due linee equidistanti, adonque la linea $d.e.$ e equidistante alla linea $b.c.$ che e il proposito.

Theorema xxx. Propositione xl.

40 Se doi trigoli equali saranno costituiti sopra equal buse d'una me desima linea, & da una medesima parte egli e' necessario quelli esser conuenuti fra due linee equidistanti.

Siano li doi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ equali costituidi sopra le due buse $b.c.$ & $e.f.$ eguale, lequal buse sono d'una medesima linea, cioe $b.c.$ & $e.f.$ ambidui da vna parte medesima, cioe verso $a.$ & $d.$ dico adonque li detti doi triangoli esser fra due linee equidistanti, e quella e' il conueto della trigesima octava & se ap procha per quella medesima, li come etiam la precedente per la trigesima seste ma, dal ponto $a.$ sia tirata una linea equidistante alla $b.c.$ & laquale se la trasfira per il ponto $d.$ e manifestosi proposito, se non quella se la trasfira di sopra, ouer di sotto come $l.a.g.$ & trasfira prima di sopra, e sia prodotta la $e.d.$ per la na a quella laqual sia $e.g.$ & sia tirata la linea $g.f.$ per la trigesima octava, il tri angolo $a.b.c.$ sara eguale al triangolo $g.e.f.$ per la quale cosa il triangolo $d.e.c.$ e sara eguale allo triangolo $g.e.f.$ cioe la parte sara eguale al tutto, la qual cosa e' impossibile, adonque non trasfira di sopra, trasfira adonque di sotto, & segua la linea $d.$ & $e.$ in ponto $h.$ & sia data la linea $f.h.$ & per la triges ima octava il triangolo $d.e.c.$ sara eguale al triangolo $a.b.c.$ per laqual cosa sara etiam eguale al triangolo $g.e.f.$ & cioe la parte al tutto, laqual cosa e' impossibile ad onque perche quella non trasfira se non per il ponto $d.$ e' manifestosi il proposito.

Theorema xxxi. Propositione xli.

41 Se vno parallelogrammo, & vno triangolo saranno costituiti in vna medesima buse, & in medeme linee equidistanti, el parallelogro fu mo conueni esser doppio al triangolo.

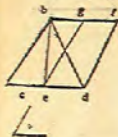
Sia il parallelogrammo $a.b.c.d.$ & lo triangolo $a.b.d.$ sopra la buse $d.$ fra le due linee $a.c.$ & $b.d.$ lequale siano equidistanti. Dico che il parallelogram mo $a.b.c.d.$ e' doppio al triangolo $a.b.d.$ & per questo lo tirato il diametro $a.d.$ ilquale divide il detto parallelogrammo in due parte eguale, per lo corollario della trigesima quarta proposizione, adonque il triangolo $a.b.d.$ sara la mita de del detto parallelogrammo, & perche il triangolo $a.b.d.$ e' eguale al triangolo $a.b.c.$ per la trigesima settima proposizione, seguita adonque che il triangolo $a.b.d.$ e' etiam la mita del detto parallelogrammo $a.b.c.d.$ che e' il proposito. similmente tu potrai approuare che se un parallelogrammo & vno triangolo saranno costituiti sopra equal buse, & fra medesime linee equidistanti, el parale



logrammo ſera etiam doppio al detto triangolo, laqual coſa Euclide non ha po-
ſto, perche' liggeramente e' manifeſta da queſta precedente, & dal correlario della
trigeſima quarta, & per la trigeſima ottava. Oſiſio il parallelogrammo, per il di-
metro in doi triangoli, & ſopra la baſi del parallelogrammo, fra le medefime
linee equidistanti coſtituido il triangolo, alquale il parallelogrammo ſera dop-
pio o pù del detto correlario, & cſio triangolo ſera eguale ad altro, g. la trigeſima ottava.

Problema.xi. Propoſitione.xlii.

42 Potemo deſignar una ſupficie de lati equidistanti in un angol eguale a
un angolo aſſignato, e ch'ella ſupficie ſia eſſe a un triangolo aſſignato.



La lo aſſignato angolo a, & lo aſſignato triangolo b, c, d, voglio deſcriuer
una ſuperficie de lati equidistanti che ſia eguale al dato triangolo b, c, d, &
che doi di ſoi angoli contraposti ſian eguali al angolo a, perche' la non po-
tremo far un angolo ſolo eguale al angolo a, (per la trigeſima quarta propoſitione)
neſciuido la baſi c, d, in doe parti eguali, per la decima propoſitione, in punto
e, ſiro la linea b, e, & dal punto b, condoro la linea b, e, equidistante alla linea c, d,
& ſopra il punto, e, della linea, d, e, coſtituiſco l'angolo d, e, g, eguale a l'angolo
a, (per la trigeſima terza propoſitione) & dal punto d, ſiro la linea d, f, equidistan-
te alla linea, g, e, & ſera coſtituido il parallelogrammo g, e, f, d, il quale contien in
ſe tutte le coſe aſſignate, perche' il triangolo b, c, e, e' eguale al triangolo b, e,
d, per la trigeſima ottava propoſitione, per eſſer la, c, e, eguale alla, e, d, & donco
tutto il triangolo b, c, d, verba a' eſſer doppio al triangolo, b, e, d, ma perche' il
parallelogrammo g, e, f, d, e' anchora lui doppio al medefimo triangolo b, e, d,
per la precedente, perche' ambidoi ſono ſopra la baſi, d, e, & in medefime linee
equidistanti ſequita adunque per la ſeſta conſtructione, che il dato parallelogram-
mo ſia eguale al triangolo b, c, d, per eſſer ciaſcun di loro doppi al triangolo b,
e, d, & che hauemo deſcriuo il parallelogrammo g, e, f, d, eguale al triangolo, b,
c, d, aſſignato, & l'uno & l'altro di doi angoli g, e, d, & d, f, g, di quello contrapo-
ſiti ſono equali all'angolo a, aſſignato, che e' il propoſito.

Speculatione, xxxii. Propoſitione, xliii.

43 Li ſupplementi di quelli parallelogrammi che ſono attorno del dia-
metro di ogni parallelogrammo ſono fra loro equali.



La il parallelogrammo a, b, c, d, in lo quale tiro lo diametro, b, c, e ſimilmente
ſiro la linea, e, d, equidistante a l'uno e l'altro deſi doi lati a, b, & c, d, la quale
ſega il diametro, b, c, in punto h, dal quale punto h, ſiro la linea, k, g, equidi-
ſtante a l'uno e l'altro lato, a, c, & b, d, ſimilmente che quella ſega l'uno e l'altro deſi
preſenti lati, b, & c, d, di che tutto lo parallelogrammo a, b, c, d, ſera diſto in
quattro parallelogrammi, cioe a, g, h, e, g, h, b, h, e, & b, h, c, f, d, delli quali li
doi (cioe, e, c, k, h, & g, h, b, f,) ſono detti ſtare attorno il diametro, b, c, perche
queſto manifeſta per mezzo di loro, & pero ſono attorno il diametro, li altri doi
parallelogrammi, cioe a, e, g, h, & k, l, f, d, ſono detti ſupplementi, & queſti doi
ſupplementi ſono equali l'uno & l'altro. Perche' li doi triangoli a, b, h, & c, d, h,
ſono equali per il correlario della trigeſima quarta. Similmente anchora li doi
triangoli g, h, b, & f, h, b, ſono equali per lo medefimo correlario della trigeſima
quarta propoſitione. & li doi triangoli, b, h, e, & k, h, e, ſimilmente ſono equali
li per lo medefimo correlario. Adunque leuando via li doi triangoli g, h, b, & e,
h, & de tutto il triangolo a, b, h, & ſimilmente li doi triangoli b, h, c, & k, h, c, de
tutto il triangolo b, c, d, ſeruo li doi reſidui per la terza conſtructione anchora
fra loro equali li quali reſidui ſono li detti doi ſupplementi, che e' il propoſito.

Problema.xii Propoſitione, xliiii.

44 Propoſita una linea retta, ſopra quella puotemo deſignare una ſu-
perficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che eſſa ſuperf-

che sia eguale a' uno triangolo assegnato.

Sia la data linea $a.b$. & il dato angolo a . & lo dato triangolo $d.e.f$. hor voglio si
 pra la linea $a.b$. designarsi una superficie delati egualissima, talmente che la data
 linea $a.b$. sia vn dilati di quella, & che l'uno e l'altro de' doi angoli contrap-
 positi sieno equali all'angolo a . perche la non può hauer vn angolo solo eguale al
 l'angolo a . per la trigesima quarta proposizione, & chetutta la predetta superfi-
 cie sia eguale al triangolo $d.e.f$. Questa tal proposizione e' differente dalla qua-
 draesima seconda in questo che qui si da vno lato della superficie che se ha da
 descriver, cioe la linea $a.b$. ma in la detta quadraesima seconda non se me da
 niuno, quando adunque vorro descriver questa tal superficie sopra la data li-
 nea $a.b$. gli aggiungo la linea $a.g$. & di essa linea $a.b$ in diremo a quella laqual
 pongo eguale alla base $e.f$. del triangolo dato, sopra dellaquale linea $a.g$. continuo
 l'co vno triangolo eguale al dato triangolo $d.e.f$. & l'co equilatero laqualea faccio
 in questo modo. continuo l'angolo $a.g$. & l'angolo a . & l'angolo a .
 l'angolo a . per la doctrina della vigesima terza proposizione, & per
 che la base $a.g$. sia posta eguale alla base $e.f$. adunque il triangolo $a.g.k$. per la vi-
 gesima setta proposizione, sara eguale, & equilatero al triangolo $d.e.f$. hor diris
 dero la base $a.g$. in due parti eguale in lo ponto h . & tiraro la linea $k.h$. & dal pō-
 to k . produrò la linea $m.k.n$. equidistante alla linea $g.h$. & per la trigesima octava
 proposizione, il triangolo $a.h.b$. sara eguale al triangolo $g.h.k$. hor sopra il pō-
 to a . con la linea $g.a$. tiro l'angolo $g.a$. l'angolo a . dato per la vigesi-
 ma terza proposizione, & dal ponto h . produrò $h.m$. equidistante al $l.a$. & sara
 costituito il parallelogrammo $m.h.l.a$. fra le due linee $m.a$. & $g.h$. l'equal pūta
 l'ellogrammo $m.h.l.a$. per la quadraesima prima proposizione, sara doppio al
 triangolo $k.h.a$. per laqualea sara etiam eguale a tutto il triangolo $a.g.k$. & simil-
 mente al triangolo $d.e.f$. propoito (per la prima concettione) tiraro adunque
 la linea $b.n$. equidistante alla linea $l.a$. per la trigesima prima proposizione, co-
 stituisce il parallelogrammo $l.a.n.b$. Anchora produrò il diametro $n.a$. l'eguale
 tiro per fina a tanto che l'concorra con la linea $m.h$. anchora lei produrta in pō-
 to o . l'equal concorro approuaremo in fin di quella proposizione, & dal ponto o .
 tiro la linea $o.p$. equidistante alla linea $h.b$. & produrò la linea $n.b$. fina che la si
 intersega con la linea $o.p$. come fa in ponto q . & sara costituito il parallelogram-
 mo $m.o.n.q$. hora s'longare la linea $l.a$. per fin al ponto p . dilche tutto il grande
 parallelogrammo sara diuiso in li quattro parallelogrammi $l.a.n.b$. $l.a.m.h$. $a.h.o.p$.
 & $o.p.n.q$. delli quali li due $l.a.n.b$. & $h.o.a.p$. sono intorno al diametro $n.a$. & li
 altri due $l.a.m.h$. & $a.p.n.q$. sono detti supplementi l'quali per la precedente
 proposizione sono equali, & perche il triangolo $d.e.f$. come di sopra ho dimostra-
 to si e anchora lei eguale al supplemento $m.h.l.a$. sara etiam (per la prima con-
 cettione) eguale all'altro supplemento $a.h.o.p$. & l'equal e' costituito sopra la data
 linea $a.b$. & perche l'angolo $b.a.p$. per la quinta decima proposizione, sara eguale al
 l'angolo $l.a.h$. l'angolo a . dato si e' eguale al detto angolo $l.a.h$. (perche coes-
 ti e' costituito) & adunque per la prima concettione, che l'angolo $b.a.p$. sia
 equal al a . dato. Egle adunque manifesto che sopra la linea $a.b$. data essergli do-
 scirra la superficie de' lati equidistanti $a.b.p.q$. eguale al dato triangolo $d.e.f$. &
 l'uno e l'altro di doi angoli $a.g$. (contraposti di quella) sono equali al dato an-
 golo a . come fu il propoito. Hor ci resta a prouare che produscendole due linee
 $n.a$. & $m.h$. e' necessario che se congiungano, come fu di sopra prouato, hor per
 che le due linee $n.b$. & $m.h$. l'una e l'altra e' equidistante alla linea $l.a$. sara
 etiam per la trigesima proposizione, fra loro equidistanti, & per la terza parte
 della vigesima nona, li doi angoli $m.n.b$. & $a.m.h$. son equali a doi angoli ret-
 ti, & perche l'angolo $l.a.n$. e' menor de tutto l'angolo $m.n.b$. per l'ultima concet-
 tione, & d'egli doi angoli $m.n.b$. & $a.m.h$. gli altri insieme sara menor di doi an-
 goli retti, questa adunque la quarta portione che s'longado le due linee $n.a$. & $m.h$.
 in quella poe e' necessario che oboccoran insieme laqualea era da dimostrare.

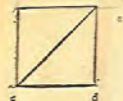


o Possiamo costituire un Parallelogrammo, eguale a' un dato rettili-
45 sco in un dato angolo rettilineo.

Siano il dato rettilineo $a.b.c.d.$ & lo dato angolo rettilineo $f.a.e$, hor bisogna costruire vno parallelogrammo eguale al predetto rettilineo $a.b.c.d.$ ma che sia così conditionato che habbia uno angolo eguale allo angolo e , ma perche lui non ne puo habere uno senza duoi, cioè duoi contraposti, per la trigesima quarta proposizione, diremo adunque che habbia duoi angoli contraposti eguali al dato angolo e , & per concludere questa cosa fare in questo modo, tiro la linea $d.b.$ dividendo il dato rettilineo in li duoi triangoli $a.b.d.$ & $d.b.c.$ poi, per la quadragesima seconda proposizione, costruisco il parallelogrammo $f.k.h.g.$ eguale al triangolo $a.b.d.$ habuente l'angolo $h.k.f.$ eguale al dato angolo e , & sopra la linea $h.g.$ per la precedente proposizione, costruisco il parallelogrammo $h.g.m.l.$ eguale all' altro triangolo $d.b.c.$ habuente l'angolo $m.h.g.$ eguale al predetto angolo e , dato. Et perche li duoi angoli $f.k.h.$ & $m.h.g.$ vno per uno sono stati costruiti eguali all' angolo e dato, di che per la prima concettione saranno etiam fra loro eguali. Etaggiungendo comunemente a ciascuno di loro l'angolo $g.h.k.$ per la seconda concettione, li duoi angoli $f.k.h.$ & $g.h.k.$ saranno etiam eguali all' duoi angoli $g.h.k.$ & $g.h.m.$ ma perche li duoi angoli $f.k.h.$ & $g.h.k.$ per la terza parte della vigesima nona proposizione sono eguali a duoi angoli retti li duoi angoli adunque $g.h.k.$ & $g.h.m.$ seranno etiam eguali a duoi angoli retti, & quita adunque per la quarta decima proposizione che la linea $k.h.$ & la linea $h.m.$ siano direttamente congiunte insieme & sieno insieme vna sol linea che saria la linea $k.m.$ hor perche in le due linee $k.m.$ & $f.g.$ (lequale sono equidistanti) sono segate dalla linea $h.g.$ li duoi angoli $h.g.f.$ & $m.h.g.$ alterati sono eguali per la prima parte della vigesima nona proposizione, & congiunti comunemente, all' uno e l'altro, l'angolo $h.g.l.$ li duoi angoli adunque $m.h.g.$ & $h.g.l.$ sono eguali all' duoi angoli $h.g.f.$ & $h.g.l.$ (per la prima concettione) & li duoi angoli $m.h.$ & $g.h.g.l.$ per la terza parte della detta vigesima nona Proposizione, sono eguali a duoi angoli retti, seguita adunque che li duoi angoli $h.g.l.$ & $h.g.f.$ siano eguali a duoi angoli retti, di che le due linee $f.g.$ & $g.l.$ sono indrette congiunte per la quarta decima proposizione, & sono finite vna sol linea, che e' la linea $f.l.$ Ma perche $f.k.$ (per la trigesima quarta proposizione) e' eguale alla $h.g.$ etiam equidistante, similmente $m.l.$ e' eguale & equidistante alla medesima $h.g.$ (per la trigesima proposizione) & $f.k.$ & $m.l.$ saranno etiam fra loro eguali & equidistanti, & le due linee $k.m.$ & $f.l.$ che le congiungano (per la trigesima terza proposizione) sono eguali & equidistanti. Adunque tutto $k.f.m.l.$ e' parallelogrammo. Et perche il parallelogrammo $k.f.h.g.$ e' costituito eguale al triangolo $a.b.d.$ & similmente il parallelogrammo $h.g.m.l.$ al triangolo $d.b.c.$ adunque tutto il parallelogrammo $k.f.m.l.$ sara eguale a tutto il rettilineo $a.b.c.d.$ & perche l'angolo k in costituito eguale all'angolo e dato, di che habbiamo costituito il parallelogrammo $k.f.m.l.$ Lequale al dato rettilineo $a.b.c.d.$ e' in l'angolo k equal al dato angolo e che e' il proposto.

Il Traduttore.

Bisogna notare qualmente il dato rettilineo $a.b.c.d.$ puo essere contenuto da linee equidistanti, & non equidistanti, etiam da piu di quattro lati, perche questo nome rettilineo, e' un nome generale sotto alquale si intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto e' il dato rettilineo sulte contenuto da cinque lati quello se doveria risolvere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea $k.m.$ costruiti il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & così se andaria procedendo quando che'l dato rettilineo sulte contenuto



li & l'angolo. b. del primo è eguale all'angolo. b. del secondo perche l'uno e l'altro e' composto d'un angolo retto, & dell'angolo. a. b. e. seguita adouque, per la detta quarta proposizione, ch'è il detto triangolo. b. e. f. sia equal al ditto triangolo b. a. d. & che il quadrato b. d. g. a. è doppio (come e' detto di sopra, al triangolo b. e. f. sera tuam doppio per comune scientia) al triangolo. b. a. d. sta perche il parallelogrammo. b. d. l. m. è anchora lui doppio al medesimo triangolo. a. b. d. differ la quadragesima prima proposizione, perche ambedu son contenuti sopra la base. b. d. & fra le due linee. b. d. & a. lequidistanti, seguita adouque, per la sesta concessione, che'l parallelogrammo. b. d. g. a. sia eguale al parallelogrammo b. d. l. m. per esser descritti di loro doppio al triangolo. a. b. d. & per questo medesimo modo, & con le medesime proposizioni proueremo che li duei triangoli. a. b. c. & a. e. c. sono equal fra loro, & lo parallelogrammo, oer quadrato. a. b. c. e' doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il parallelogrammo. c. e. l. m. sera pur doppio a qual si voglia, seguita poi come di sopra, che'l parallelogrammo. c. e. l. m. sera equal al quadrato. a. b. c. & d. che tutto il quadrato grande. b. o. d. e. p. esser composto delli predetti duei parallelogrammi. b. d. l. m. & c. e. l. m. sera eguale ad ambeduoi li predetti quadrati insieme giunti, che è il proposito.

Il Traduttore.

DA questa pposizion si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascu quadrato è doppio al quadrato della sua costa, conseruati gratia, sia il quadrato a. b. c. d. nelqual tiro il diametro. a. d. hor dico che'l quadrato descritto di sopra, a. d. g. la precedente, sera doppio al quadrato descritto sopra la costa, oer lato. a. c. oer sopra vndelli altri tre lati, laqualcosa si dimostrera in questo modo, perche il lato. a. c. e' eguale al lato. c. d. p. la definizione del quadrato, & similmente l'angolo. c. e' retto adouque (per la predetta proposizione) il quadrato del lato. a. d. del triangolo. a. d. c. per esser opposto all'angolo. c. che retto sera eguale alli duei quadrati delli duei lati. a. c. & c. d. & d. Aliquali duei quadrati seranno equali per comune scientia) & il che essendo eguale ad ambeduoi insieme, g. conserue scientia) sera doppio a vna sol di quelli, perche vno vien a esser la misera de la somma de tutti due, per esser equali l'uno all'altro, & questo e' quello che vuol inferire.

Theorema. xxxiii. Proposizione. xlviii.

Se il quadrato che vien descritto da uno lato d'un triangolo, detto in le medesimo, sera eguale alli duei quadrati, che uengon descritti dalli doi restanti lati, l'angolo alqual e' opposto quel tal lato e' retto.

Sia il triangolo. a. b. c. & sia il quadrato del lato. a. c. eguale alli duei quadrati delli doi lati. a. b. & b. c. insieme giunti. Dico che l'angolo. b. (siquale si oppone al detto lato. a. c.) e' retto. E questa e' il conuerso della precedente. Al punto. b. tiro la linea. b. d. per la vndecima proposizione, perpendicolare alla linea. b. c. & pongo quella eguale alla linea. a. b. & produco la linea. c. d. Fe perche l'angolo. d. b. c. e' retto il quadrato adouque del lato. c. d. sera eguale (per la precedente) alli duei quadrati delli altri doi lati. c. b. & b. d. & perche. b. d. si possa eguale al. b. a. li loro quadrati per comune scientia) seranno equali, perche sopra linee eguale se descriuono quadrati equali hor giungendo comunemente a l'uno & l'altro delli doi duei quadrati il quadrato della linea. c. b. due somme seranno eguale, per la prima concessione, & perche vna de queste due somme sera eguale al quadrato della. a. c. l'altra sera eguale al quadrato della. d. c. Adouque li quadrati delli doi. a. c. & d. c. seranno equali, & perche li quadrati equali son con tenuti de linee equali, g. comune scientia) adouque la linea. a. c. sera eguale alla linea. d. c. & d. che li tre lati. a. b. a. c. & c. b. del triangolo. a. b. c. sono equali alli tre lati. b. d. b. c. & c. d. del triangolo. d. b. c. seguita adouque, per l'ottava proposizione che l'angolo. a. b. c. sia eguale all'angolo. d. b. c. & perche l'angolo. d. b. c. e' retto, sera etiam retto l'angolo. a. b. c. che e' il proposito.

Fine del primo libro.

INCOMINCIA IL SECONDO LIBRO DELL PRINCIPII DE EUCLIDE MEGARENSE

acutissimo mathematico, secondo le due traduzioni
da Nicolo Tartalea Bracciano, con somma
diligentia dal Latino in volgar
re traducto.

Ogni parallelogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle
due linee che circondano l'angolo retto.

Per intelligetia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie
principale di parallelogrammi sono due, cioè rettangolo, & non rettan-
golo il rettangolo e' quello che ha tutti i suoi quattro angoli retti, & il non ret-
angolo e' quello che non ha alcuno angolo che sia retto, & l'una e' l'altra di que-
ste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo, l'una e' il qua-
drato, & l'altra e' il rettangon longo, & le specie del parallelogrammo non ret-
tangolo l'una e' il rhombo, & l'altra e' il rhomboide, & tutte queste specie furon
distinte in la vigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito,
L'autor per maggiore nostra instructione, & intelligetia delle cose che seguira, in
questa diffinitione ci aduertisce qualmente il parallelogrammo rettangolo e' de-
tto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendono uno di suoi quattro
angoli retti, accio che meglio ne intendi, sia il parallelogrammo a. b. c. d. & sia
rettangolo, dico che questo tal parallelogrammo, & altri simili se dira essere
contenuto sotto alle due linee a. b. & a. c. che comprendono l'angolo d, per tre
to lequale sono pur eguale alle altre due prime, per la trigesima quarta del pri-
mo, & questa diffinitione, ouer suppositione deriva da questo, Perche la quanti-
ta di ogni figura superficiale, o' sia rettangola, o' non rettangola, parallelogram-
ma o' non parallelogramma, sempre se apprende, ouer conosce la sua quantita
per mezzo della quantita della sua vera longhetta, & larghetta, & la sua vera
longhetta, & larghetta non e' sempre eguale a quelle due linee che circondan-
no, ouer comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura para-
llogramma rettangola, & sempli gratia la quantita della vera longhetta del pro-
prio parallelogrammo rettang. a. b. c. d. e' tanto quanto la quantita dell'una del-
le due linee a. b. ouer c. d. & la quantita della sua vera larghetta e' tanto quanto
la quantita dell'una delle due linee a. c. ouer d. b. la qual cosa o' seguita negli altri
parallelogrammi non rettangoli, cioè nel rhombo, ouer nel rhomboide, ne etiam in
altra figura, perche le due linee che contengono alcuni degli angoli del rhombo,
ouer del rhomboide, ouer d'altra figura, non se egualia l'una alla quantita della
sua vera longhetta, & l'altra alla quantita della sua vera larghetta, si come nel
parallelogrammo rettangolo e' detto, e pero non se dice, ne si puo dire che il r-
to, ouer il rhomboide, ouer altra figura non rettangolo sia contenuta sotto ad alcu-
ne due di quelle linee che comprendono alcuno di suoi angoli, come e' il parallelo-
grammo rettangolo e' detto.

Anchora bisogna notare che questo parallelogrammo rettangolo si continua a
nommarlo sotto molti altri diversi nomi, ouer parlari. E per esempio, sia le due
linee a. b. & b. c. dico che tanto si significa, ouer importa a dire.

Quello che vien fatto del dorso della a. b. & b. c.

Il rettangolo della a. b. in la b. c.

Il prodotto che vien fatto del dorso della a. b. in la b. c.

La moltiplicazione della a. b. in la b. c.

Quello che e', contenuto sotto della a. b. & b. c.

La superficie rettangola contenuta sotto la a. b. & b. c.

Parallelogrammo rettangolo.





Quanto che è a dire il parallelogrammo rettangolo descritto dalle dette due li-
nee, poter contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la *b, c*, ortogonalmente sopra
l'una delle estreme della *a, b*, poniamo in punto *b*, & dal punto *c*, tirare la li-
nea *c, d*, equidistante alla *a, b*, & dal punto *a*, tirare la linea *a, d*, equidistante alla
c, b, laqual se intersega con la *c, d* in punto *d*, & sarà compito il parallelogram-
mo rettangolo *a, b, c, d*, contenuto sotto le dette due linee *a, b*, & *b, c*. (o' per die
meglio sotto di due altre eguale a quelle) & se le dette due linee s'interse-
cano per numero di qualche famosa misura, etiam il detto parallelogrammo sarà noto
per numero, esempi gratia, se la linea *a, b*, fusse otto piedi di lunghezza, & la *b, c*,
ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto parallelogrammo sarà qua-
ranta piedi superficiali, cioè quaranta quadretti di un piede per faccia, & questo
quaranta nasce dalla moltiplicatione della *b, c*, & *a, b*, cioè de cinque fatto ot-
to fa quaranta, & con tal modo si conosce la quantità superficiale di ogni para-
llogrammo rettangolo, cioè se misura la sua lunghezza & larghezza, dopo il
se moltiplica il numero delle misure della lunghezza, fa il numero delle misure
della sua larghezza, & il prodotto di tal moltiplicatione sarà la quantità super-
ficiale di tal parallelogrammo, cioè sarà tanti quadretti d'una di quelle misure co-
che misurasti per faccia, o' seno piedi, o' perche, o' passa, & accio che meglio
s'intendiate voglio dar ve altro esempio, sia il parallelogrammo rettangolo *g, h, i, k*,
sia la linea *g, h*, o'uer *k, k*, sette misure, poniamole perche, & la linea *g, i*,
sia cinque perche, come etiam per le sue divisioni appare, hor dico che l'ar-
ea superficiale di questo parallelogrammo sarà trentacinque, liqual trentacin-
que nasce dalla moltiplicatione di cinque fa sette & questo trentacinque dico che
gile trentacinque quadretti di una percha, per lato, laqualcosa se manifesta in
questo modo tirando da ciascuna delle intermedie divisioni della linea *g, h*, una
linea equidistante all'una & l'altra *g, i*, & *k, k*, alla similitudine della linea *a, d*,
similitudine de ciascuna delle intermedie divisioni della linea *g, i*, tirando una li-
nea equidistante all'una & l'altra linea *g, h*, & *k, k*, alla similitudine della linea *a, b*,
& fatto questo sarà diviso il detto parallelogrammo in trentacinque quadretti,
come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo ap-
proprate ciascuno di quelli esser una percha per faccia, cioè una di quelle sette
divisioni della linea *g, h*, quale supponiamo seno perche, & questo è quello
che volmo inferire.

¶ Quelli Parallelogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spa-
zio parallelogramo, sono detti stare attorno al medesimo diametro,
& qual si uoglia de quelli detti parallelogrammi che stanno attorno
al detto diametro con li duoi supplementi è detto gnomone.

Quali seno li parallelogrammi che stanno attorno del diametro, & quali seno li
supplementi fu dichiarato sopra la demonstratione della quadragesimaterza
del primo.



Sia il parallelogrammo *a, b, c, d*, & lo diametro di quello *a, d*, liqual diametro
sia diviso dalle due linee *e, f*, & *g, h*, dette equidistanti all'uno opposto del
dinto parallelogrammo, liqual se segghino fra loro sopra il detto diametro *a, d*, in
punto *k*, dicesi quello tal parallelogrammo sarà diviso in quattro parallelogra-
mi, & li duoi de quelli, cioè li parallelogrammi *a, g, k, k*, & *k, h, d*, liquali el dia-
metro *a, d*, sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra
alla detta quadragesima terza propositione del primo etiam fu detto, & li altri
duoi che non sono legati del detto diametro *a, d*, sono detti supplementi, per la
quadragesimaterza del primo, liqual duoi supplementi sono *e, k, h, k*, & *g, k, b*.
hor dico che quelli duoi supplementi giunti con via de li duoi parallelogram-
mi *a, g, k, k*, & *k, h, d*, che stanno attorno al diametro, insieme, componono

vna figura chiamata gnomo, verbi gratia, rollendo il parallelogrammo, x, h, f , & insieme con li due supplementi, k, e, h, f, g, k, b, f , formatanno una figura, come qua in margine appare, la qual (come è detto di sopra) si chiamata gnomo, & chi tolesse anchora l'altro parallelogrammo, a, e, g, k , con li predetti due supplementi, k, e, h, f, g, k, b, f , formatanno etiam loro vna figura, come qua in margine appare, la quale, come è detto di sopra, si chiamerà similmente gnomo, & quello che vogliamo inferire. Onde seguita che aggiunte a ciascuno di quelli due gnomo il parallelogrammo che gli manca, reformatanno vn'altra volta tutto il parallelogrammo, & abenchè il detto gnomo cresca di area, & tamen il non se altera, ouer resta della sua circonferentia laterale, si come dice Archibole ne li predicamenti.

Il Traduttore.

Volto sopra scritto corollario vol inferire che per l'aggiungere ouer cuncte de li sopra detti parallelogrammi, sempre se cresce, ouer se diminuisce la superficie della figura, doue si aggiunge, ouer cuncta, & tamen mai gli cresce ouer mai minuisce la circonferentia laterale, compili gratia, se del parallelogrammo, a, b, e, d , ne cunctiamo lo parallelogrammo, a, g, e, k , & ridotta lo primo gnomo, il qual gnomo ne sera di minor superficie del parallelogrammo, a, b, e, d , tamen la sua circonferentia laterale sera eguale alla circonferentia laterale del detto non parallelogrammo, doue che la sei linea, k, h, f , & g, & b, & d, & e, & c, che circondano il detto gnomo, sono eguale in somma quattro, a, b, d, c , che circondano il non parallelogrammo, la qual cosa per te facilmente apprehenderai, senza altra dimostratione.

Theorema prima. Proposizione prima.

- Se seranno due linee rette delle quale una sia diuisa in quante parti si uoglia, Quello che uien fatto del dritto dell'una in l'altra sera eguale a quelli rettangoli, che seranno prodotti dal dritto della linea non diuisa in cadauna parte della linea particolarmente diuisa.

Siano le due linee a, b, c, e , vna delle quali a, b, c, e sia diuisa poniamo in tre parti, & di l'una delle quali parte sia a, d, e , & la terza c, b , hor dico che quel che vien fatto dal dritto della linea c, b in tutta la linea a, b sera eguale a quelli parallelogrammi rettangoli (giunti insieme) che seran fatti della linea c in la a, d, e in la d, e & in la e, b , si per dimostrare questo sopra li duei punti a, b, c, e , & in quelle due linee a, b, c, e si appropinquare alla linea a, b , (per la doctrina dell'undecima proposizione del primo) delle quali perpendicolate ne tirato le duei parti a, d, e & b, c , che ciascuna sia eguale alla linea c , & poi compirli il parallelogrammo a, b, f, g , douendo la linea g, c questo tal rettangolo, ouer parallelogrammo proprio il dritto della linea c in tutta la linea a, b , come di sopra fu detto. Anchora de li duei punti d, e , & tiraro le due linee d, h, e, g , & equidistanti alle duei linee a, d, e & b, c , & l'una & l'altra di quelle seranno eguale per la trigesima quarta proposizione del primo & similmente l'una & l'altra sera egual alla linea a, d, e & la prima conuertione alla linea c . Adonque per le cose distinte di sopra il rettangolo a, d, f, h , vien prodotto dal dritto della linea c in la linea a, d, e & vien dimostrato contenuto sotto a quello (come in detto di sopra) & così il rettangolo d, h, e, g della detta linea c & della linea d, e sera contenuto & similmente il rettangolo e, g, b, f vien per fatto della linea c dritta in linea e, b , & perche tutti questi tre rettangoli si pocioli insieme giunti in più tosto totalmente tutto il gran rettangolo a, b, f, g , pero tutti tre giunti insieme sono eguali a quello, che è il proposto.



2. Se una linea retta fera divisa in parti Q uello che e fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, fera eguale a' quelli rettangoli che seranno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.



Si la linea $a.b.$ biqua fia divisa in quante parti si voglia, ma per il presente fia divisa in tre l'una fia $a.c.$ la seconda $c.d.$ la terza $d.b.$ hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea $a.b.$ in se medesima che seria il quadrato di quella, fera eguale a quelli tre rettangoli che seranno fatti dal dutto de tutte la dita linea $a.b.$ in ciascuna di quelle tre parti, cioè nelle tre linee $a.c.$ $c.d.$ $d.b.$ & per dimostrar questo sopra la linea $a.b.$ per la quadagesima sesta propositiōe del primo, descrivuo il quadrato $a.b.e.f.$ & dalli suoi ponti $c.d.$ & $d.b.$ produco le due linee $c.g.$ & $d.h.$ equidistanti alli due lati $a.c.$ & $b.f.$ & dische tutto il quadrato $a.e.f.b.$ fera diviso in tre rettangoli, liquali son $a.e.g.c.$ $c.g.d.h.$ & $d.h.f.b.$ & perche le due linee $c.g.$ & $d.h.$ sono eguali, & ciascuna di loro sono eguale al lato $a.c.$ che e quanto la $a.b.$ per la trigesima quarta propositiōe del primo, addoppi li tre rettangoli, sono contenuti sotto alla linea $a.b.$ per lunghezza, & per larghezza l'uno e contenuto sotto alla parte $a.c.$ l'altro sotto alla parte $c.d.$ il terzo sotto alla parte $d.b.$ & perche li due tre rettangoli implesso totalmente tutto il quadrato $a.b.e.f.$ il nostro proposito vien a esser manifesto. Anchora per la prece dente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea $k.$ eguale alla linea $a.b.$ & perche il rettangolo compreso sotto alla linea $k.$ & alla linea $a.b.$ divisa fera eguale, alli rettangoli fatti della linea $k.$ in le tre parti della linea $a.b.$ come nel precedente fu dimostrarato, ma perche il rettangolo della $k.$ in la $a.b.$ e quanto il quadrato della $a.b.$ & li tre rettangoli della $k.$ in le parti de $a.b.$ tanto quanto li tre rettangoli de $a.b.$ in le tre parti di lei medesimo, perche la $k.$ & la $a.b.$ sono eguale seguita adunque la verita del nostro proposito.

Theorema.iii. Propositiōe.iii.

3. Se una linea retta fera divisa in due parti (come si uoglia) Q uello che vien fatto dal dutto di tutta la linea in l'una de dette due parti, fera eguale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.



Si la linea $a.b.$ divisa in $a.c.$ & $c.b.$ dico che e illo ch'è fatto da tutta la linea $a.b.$ in la sua parte $a.c.$ cioè rettangolo formato sotto a tutta la linea $a.b.$ & la sua parte $a.c.$ fera eguale al quadrato della medesima parte $a.c.$ insieme con lo rettangolo contenuto sotto alle due parti, cioè $a.c.$ & $c.b.$ per dimostrar questo costruo sopra la linea $a.b.$ il rettangolo $a.b.d.e.$ talmente che la sua larghezza $a.d.$ sia eguale alla parte $a.c.$ & questo fero per la doctrina della prima propositiōe, potendo ponti $c.$ produco la linea $c.f.$ equidistante alli due lati $a.d.$ & $b.e.$ la qual linea $c.f.$ fera eguale al lato $d.a.$ & al lato $b.e.$ per la trigesima quarta propositiōe, & per la prima positiōe sera etiam eguale alla parte $a.c.$ & che il rettangolo $a.c.d.f.$ fera quadrato, et fera quello della parte $a.c.$ & l'altro rettangolo $c.b.d.e.$ e quello che fero della parte $a.c.$ & $c.b.$ in la parte $c.b.$ perche se vede che la sua larghezza $c.f.$ e eguale alla parte $a.c.$ & la lunghezza e l'altra parte $c.b.$ & perche questi due rettangoli, cioè il quadrato $a.c.d.f.$ & lo rettangolo $c.b.d.e.$ implesso totalmente tutto il gran rettangolo $a.b.d.e.$ seguita adunque che lo due siano eguali a quello, & perche questo gran rettangolo e contenuto sotto alle due linee $a.b.$ & $a.c.$ & $a.d.$ e eguale alla parte $a.c.$ adunque il nostro proposito e manifesto.

qualifigo anchora per unaltro modo se potera far quella demonstratione, cioè tolendo la linea g eguale alla linea a & perche il rettangolo della linea g in tutta la linea a, b , per la prima proposizione di questo) sera eguale alli duoi rettangoli fatti della linea g indiffusa in le due parti a, c & c, b della linea a, b , diuisa, & lo rettangolo della linea g in tutta la linea a, b è tanto quanto lo rettangolo della parte a, c in tutta la detta linea a, b , perche g, c è tanto quanto lo rettangolo de g in tutta la parte a, c , & tanto quanto il rettangolo de g in tutta la parte a, c , etiam il rettangolo de g in l'altra parte c, b , è tanto quanto il rettangolo della parte a, c in l'altra parte c, b , di che per la detta prima proposizione di questo sera delocida to il nostro proposito.

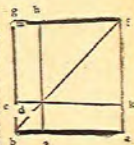
Theorema. iiii. proposizione. iiii.

- 4 Se una linea retta sera diuisa in due parti come si uoglia, quello che uien fatto dal dritto de tutta la linea in se medesima, e' eguale alli quadrati che uengono fatti dal dritto dell'una e' l'altra parte in se medesima & al dritto dell'una parte in l'altra due volte.

Corollario

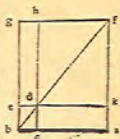
- 4 Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogramme, che il diametro segna per mezzo sono ambedue quadrate.

Si la linea a, b diuisa in a, c & c, b , dico che il quadrato de tutta la linea a, b , è eguale alli duoi quadrati delle due linee a, c & c, b , & al doppio di quello che fatto dal dritto della linea a, b in a, c , (cioè del rettangolo de a, b in a, c). Et per dimostrare questo descrivero sopra la linea a, b , per la quadragesima ista del primo il quadrato a, b, g , & tiro il diametro f, b , & dal punto c , per la trigesima prima proposizione del primo, dico la linea c, h , equidistante alli duoi lati b, g & a, f , la qual segna il diametro f, b nel punto d , del qual punto d , tiro la linea c, e , per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati a, b & c, g , & così tutto il quadrato a, b, g sera diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi cioè a, c, e, d & c, d, b, g , sono li duoi supplementi, li quali sono equali tra loro per la quadragesima terza proposizione del primo li altri duoi cioè c, d, f, h , & c, d, e, d sono quelli che sono legati per mezzo del diametro f, b , & quelli duoi sono quadrati liqual cosa se dimostrera in questo modo, perche c, h e' equidistante al lato a, f , & ambedue sono seguate della linea f, b , di che per la vigesima parte della vigesima nona del primo l'angolo b, d, c , ritrinfuso sera eguale allo angolo b, f, a , in trinfuso a se opposto, & perche lo angolo a, b, f è eguale a uno choira lui al dritto angolo b, f, a , per la quinta proposizione del primo, perche il lato a, f e' eguale al lato a, b del triangolo a, f, b , di che per la prima concorrenza l'angolo c, d, b sera eguale all'angolo a, b, d seguita adunque per la sesta proposizione del primo, che il lato c, d , sia eguale al lato c, b del triangolo c, b, d , & per la trigesima quarta proposizione del primo, il lato d, e sera eguale al lato a, b , si misurare il lato e, b al lato c, d , seguita adunque per la prima concorrenza che il parallelogrammo c, d, b, e , sia di quattro lati equali, dico etiam quel esser rettangolo perche la linea c, d, e , equidistante alla linea c, b , & c, b & ambedue sono seguate della linea a, b , di che per la terza parte della vigesima nona del primo, li duoi angoli d, c, b & e, b, c in trinfuso sono equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo b, e, c e' retto per essere l'angolo del quadrato a, b, g , e' necessario che etiam l'angolo d, c, b sia retto & per la trigesima quarta del primo, li duoi angoli c, d, e



$\triangle bcd$ & $\triangle dce$ contrapposti saranno retti, adunque $\triangle bcd$ & $\triangle dce$ fera quadrato, & fera il qua-
 drato della linea bc , & per lo medesimo modo e uia se approuera, Kd , Lh , & da
 quadrato, il che il correlario fera manifesto, & perche il lato Kd del quadrato
 $KdLh$, (per la trigesima quarta del primo) e' eguale alla linea ac , & inquit ad-
 onque che il quadrato $KdLh$, sia il quadrato della linea ac . Adonque li doi
 quadrati $abcd$, & $cdce$ sono li doi quadrati delle due linee ac , & cb , & per
 che li doi supplementi, acd , & cbd sono eguali, per la quadragesima ter-
 tia del primo, & lo supplemento acd , & $cdce$ contenuto sono alla linea ac , & alla
 linea cb , perche cd e' eguale al cb , adonque ambidnoi li supplementi acd , &
 cbd , & $cdce$ giaceranno insieme il doppio del prodotto della parte ac , & in la
 parte cb , & perche quelli doi supplementi insieme con li doi quadrati acd ,
 $cdce$, & cbd , implesano precisamente il gran quadrato ab , & gde di tutta la linea ac ,
 badonque tutti lor quattro sono eguali a lui solo, che e' il proposito. Nella pri-
 ma traduzione se fa la dimostration della presente quasi al opposto di quello,
 che lui prima costituice il quadrato $cdce$, & sopra la parte cb , poi gli s'aggiu-
 ga al detto quadrato il gnomone facendo il duto diretto dell'altra linea ac ,
 eguale se fara in questo modo, in lo quadrato $cdce$, estir il diametro bd , &
 dal punto a , duca la perpendicolare sopra la linea bd , la qual sia la linea ax ,
 la qual ax insieme col diametro bd , produca fina a tanto che poterano nel
 punto L , & dal punto L produca Lh , equidistante alla linea ax , & bd , qual Lh insieme
 con bc produca fina che concorranno in punto g , & produca gd fina in h , &
 d fina Kx , & così sera costituito il gran parallelogrammo ab , & g , diviso in quat-
 tro parallelogrammi, come apparet, hor se bisogna dimostrar che lui sia qua-
 drato insieme con lo parallelogrammo $KdLh$, quello si fara mediante il pre-
 supposto quadrato $cdce$, perche li doi lati cd , & ce del triangolo $cdce$ ho-
 no eguali li doi angoli d , & c , & cd , & ce , sono etiam eguali per la quinta del pri-
 mo, & perche l'angolo e e' retto (dal presupposto) di che per la trigesima ses-
 conda del primo, li doi lati cd , & ce , & cd , & ce , ciascun di loro sera la mita
 d'un angolo retto, & per le medesime raison l'uno e' l'altro dell'altri doi angoli
 cd , & ce , & cd , & ce , faranno la mita d'un angolo retto, per la qual cosa li quattro an-
 goli cd , & ce , & cd , & ce , & cd , & ce , & cd , & ce , ciascun di loro faranno la mita d'un
 angolo retto, & questo se approuera (per la seconda parte della vigesima nona
 del primo) perche la linea bd e' eguale due linee ac , & cb , & equidistante, & similme-
 te le altre due gd , & ce , & gd , & ce , etiam gd che sono pur equidistanti, di che l'angolo bd ,
 gd , & ce e' eguale all'angolo cd , & ce , & la mita d'un retto angolo cd , & ce , & gd , & ce , &
 l'angolo cd , & ce , & gd , & ce , adonque li doi angoli bd , & gd , & ce , & gd , & ce , &
 sono e' mezzo angolo retto, adonque li doi lati bd , & gd , & ce , & gd , & ce , del triangolo bd ,
 per la sesta del primo faranno eguali similmente li doi lati cd , & ce , & cd , & ce , del trian-
 golo cd , & ce , & per le medesime raison seran eguali, & per la trigesima quarta del pri-
 mo il parallelogrammo $KdLh$, sera de lati eguali etiam rettangolo, perche li
 doi angoli terminanti in L sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto
 l'angolo g , & L , sera retto, similmente l'angolo h , & d , & similmente per la trenta
 parte della vigesima nona del primo, l'angolo a , & g , l'angolo g , & h , faranno retti, si-
 milmente li doi lati g , & h , & g , & h , del triangolo g , & h , & faranno eguali (per la sesta
 del primo) & similmente li altri doi lati a , & g , & a , & g , del altro triangolo a , & g , &
 eguali. Adonque li doi parallelogrammi ab , & g , & $KdLh$, faranno quadrati,
 per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato ab , & g , e' il quadra-
 to di tutta la linea ab , & quello e' diviso in quattro rettangoli li doi che sono at-
 torno al diametro Lh , sono li quadrati delle due linee ac , & cb , perche la linea
 cd , e' eguale alla linea ac , & li doi supplementi sono eguali fra loro, per la qua-
 dragesima terza del primo, & l'uno di quelli, cioe a , & cd , & ce contenuto sono al
 se due linee ac , & cb , & cd , & ce , perche cd , & ce e' eguale al detto cb , & adonque li doi suppli-
 menti acd , & cbd , & $cdce$ giaceranno insieme il doppio di quello che e' fatto
 della linea ac , & in la linea cb , & perche li doi supplementi insieme con li
 doi quadrati delle due linee ac , & cb , implesano precisamente il gran quadrato

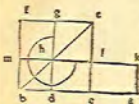
a, b, g, adunque tutti quattro se aequaliano a' lui solo, che e' il proposito. Anchora per un'altro più spedito modo se puo far questa dimostrazione, sia anchora la medesima linea, a, b, divisa in a, c, & c, b, dico che'l quadrato de tutta la linea, a, b, e' eguale alli duoi quadrati delle due linee, a, c, & c, b, insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee, a, c, & c, b. Che per questo altro modo lo dimostraro sopra la linea, a, b, (per la quadragesima sesta del primo) costruisi sopra il quadrato, a, b, g, d, quello ero tutte le linee, come di sopra ha fatto, cioè, e, f, b, c, h, a, c, & c, b, perché li tre angoli del triangolo, g, f, b, sono (per la vigesima seconda del primo) eguali a' duoi angoli retti, & perché l'angolo, g, e' retto (dal pre-supposito) occorrita adunque che li altri duoi (cioe l'angolo, g, f, b, & g, b, f,) insieme siano un sol angolo retto, & perché li duoi lati, g, f, & g, b, del detto triangolo, g, f, b, sono equali (dal pre-supposito per esser li lati del quadrato) li duoi angoli, g, f, b, & g, b, f, (per la quinta del primo) saranno equali, & perché tutti duoi sono un sol angolo retto, adunque ciascuno di loro s'era un mezzo angolo retto, & perché la linea, a, b, lega le due linee, f, a, & c, b, equidistanti, l'angolo, d, c, b, s'era l'istesso fraquale all'angolo, a, c, b, interiusculo, & perché l'angolo, a, c' retto (per esser l'angolo del quadrato) l'angolo, d, c, b, s'era etiam retto, & perché li tre angoli del triangolo, g, o, b, (per la decima trigesima seconda del primo) sono equali alli duoi angoli retti, & perché l'angolo, c, e' retto li altri duoi insieme s'erano un sol angolo retto, & perché l'angolo, d, b, c, e' mezzo angolo retto (come le e' provato nel triangolo, a, f, b, adunque l'altro angolo, c, d, b, s'era un altro mezzo angolo retto, & adunque li duoi angoli, c, b, d, & c, d, b, s'erano equali (per la sesta del primo) li duoi lati, c, d, & c, b, s'erano etiam equali (per la trigesima quarta del primo) li lati, d, e, f, & c, b, s'erano equali al lato, a, b, & c, b, al lato, c, b, & c, d, l'angolo, d, e, b, al l'angolo, d, c, b, d, e' retto, similmente tutto l'angolo, b, a, f, retto (d'è l'angolo del gran quadrato) retto s'era etiam tutto l'angolo, d, a, lui opposito, adunque, e, d, b, s'era quadrato, & della linea, c, b, come appare) & per la medesima ragione s'era etiam quadrato, e, f, b, seguita adunque che li duoi parallelogrammi, d, b, e, f, & c, b, d, e, sono luocati al diametro, b, b, sono quadrati, il corroborato adunque s'era manifesto, & perché, d, e' eguale alla e' quadrato adunque, d, e, f, s'era il quadrato della linea, a, c, & perché li duoi supplementi, a, c, d, & d, b, e, g, sono equali (per la quadragesima nona del primo) & perché il supplemento, a, c, d, e' contenuto sotto alla linea, a, c, & alla linea, c, b, (per esser, c, d, eguale al lato, c, b,) adunque ambeduoi li detti supplementi insieme, s'erano il doppio del rettangolo fatto della linea, a, c, & la linea, c, b, & perché li detti duoi supplementi insieme con li detti duoi quadrati delle due linee, a, c, & c, b, implicano precisamente il gran quadrato, a, b, g, della linea, a, b, adunque tutti quattro s'erano equali a' lui solo, che e' il proposito. Anchora più facilmente se potera far la dimostrazione della soprascritta proposizione (per la seconda & terza proposizione) senza più gratia, sia anchora la linea, a, b, divisa in a, c, & c, b, dico che'l quadrato de tutta la linea, a, b, s'era eguale alli duoi quadrati delle dette due linee, a, c, & c, b, & al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti, a, c, & c, b, che per questo altro breue modo se dimostrera. Perché il quadrato della linea, a, b, (divisa in a, c,) e' eguale (per la seconda proposizione di questo) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea, a, b, in le sue due parti, a, c, & c, b, ma perché ciascuno di questi duoi rettangoli sono, equali al rettangolo de tutta la linea, a, b, in la parte di questo) compili gratia, il rettangolo de tutta la linea, a, b, in la parte, a, c, e' eguale al rettangolo della a, c, in la c, b, & al quadrato della detta, a, c, (per la terza di questo) similmente l'altro rettangolo della linea, a, b, in l'altra c, b, e' pur eguale a un altro rettangolo della detta linea, a, b, in la detta linea, a, c, & al quadrato della detta linea, c, b, (come nella decima questo fu dimostrato) & perché adunque questi duoi rettangoli della linea, a, b, in le due parti, a, c, & c, b, uno di loro e' composto del quadrato della parte, a, c, & d'un rettangolo della c, b, in la a, c, & l'altro e' composto il quadrato dell'altra parte, c, b, & d'un altro rettangolo per della c, b, in la, a, c, di che tra tutti duoi li detti rettangoli



de. a. b. in le due parti. a. c. & c. b. contenessero li doi quadrati de le due parti. a. c. & c. b. etiam due volte el rettangolo della. e. b. in la. a. c. & perche li detti doi rettangoli de. a. b. in le due parti. a. c. & c. b. sono equali al quadrato della detta linea a. b. (come e detto di sopra) seguita adoung (per la prima conuersione) che li doi quadrati de le due linee. a. c. & c. b. con lo doppio del rettangolo della. e. b. in la. a. c. esser equali al detto quadrato de la detta linea. a. b. che e il proposito. ma procedendo per questo modo non se ventia a delinquir il correlario, cioe che le superficie che sono legate dal diametro ambedue siano quadrate, pero e meglio ciascun delli altri tre modi di sopra possima non volendo approuar il correlario questo serua piu bene.

Theorema. y. Propositione. v.

Se l'era segata una linea retta in due parti equali, & in due altre non equali, il rettangolo che e contenuto sotto alle sett. onni inequali, di tutta la linea, con il quadrato che uien descritto da quella linea che e fra l'una, & l'altra l'ettione, e' eguale al quadrato che uien descritto dalla mita di tutta la linea ditta in se medesima.



Se la linea. a. b. diuisa in due parte equali nel ponto. c. & in due parti ineguali nel ponto. d. dico che il quadrato della linea. a. d. e' eguale a quello che uien fatto dalla. a. d. in. d. b. & del quadrato de. c. b. & per dimostrar questo io dico uero sopra la linea. c. b. (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato. e. b. f. nel quale tipo il diametro. e. b. & dal ponto. d. tiro la linea. d. g. equidistante alli duoi lati. e. c. & c. b. la qual segara il diametro. e. b. in ponto. h. & dal ponto. h. tiro una linea equidistante alla linea. a. b. laqual fia. h. k. laqual segara la linea. b. f. in ponto. m. & la linea. e. c. in ponto. l. & tiraro la linea. a. n. equidistante alla linea. e. c. & hor dico che l'una e l'altra delle due superficie. l. g. & d. m. (per lo correlario della precedente) sera quadrate (e p la quadragesima sexta del primo) li due supplementi. n. h. & c. b. sono equali giouendo adoung equalmente a ciascuno il quadrato. d. m. (per la seconda conuersione) il parallelogrammo. c. m. sera eguale al parallelogrammo. d. f. & perche il parallelogrammo. a. d. e' eguale al parallelogrammo. c. m. (per la trigesima sesta del primo) & esser la basa. a. c. equal al la basa. c. b. et (per la prima conuersione) sera etiam eguale al parallelogrammo. d. f. & adoung se del parallelogrammo. a. h. la sua parte. a. l. e' eguale al parallelogrammo. d. f. tutto il detto parallelogrammo. a. h. sera equal al gnomone, che e' c. o. s. ta al quadrato. l. g. & perche il ditto gnomone insieme con lo quadrato. l. g. (eguale uien a esser il quadrato della linea. e. d. per esser. l. h. eguale alla ditta. c. d. & impuonendo precialmente tutto il quadrato. e. d. della linea. e. d. seguita adoung che il ditto gnomone insieme col quadrato della linea. e. d. fia equali al quadrato della linea. c. b. & pche il ditto gnomone e' eguale (come e' demo) al parallelogrammo. a. h. il quale e' contenuto sotto alle due parti. a. d. & d. b. in eguale (per esser. d. h. eguale alla ditta. d. b.) per esser ciascun lato del quadrato. d. m. adoung que il parallelogrammo. a. h. insieme con lo quadrato della linea. e. d. sera equali al quadrato della linea. c. b. che e il proposito.

Il Traduttore.

Nota che per le due superficie. l. g. & d. m. se die intendere le due superficie. l. e. h. g. & d. h. b. m. perche lo nominar vna superficie quadrangola in la seconda traduzione se consuma a nominarla solamente con due lettere diametralmente opposte, come di sopra si e' fatto, & pero di questo bisogna aduertire in le cose che seguira.

Theorema. vi.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6 Se una linea retta sia diuisa in due parti egli, & che a quella sia ag-
giunta in lungo un'altra linea, illo che uien fatto dal duto di tutta la li-
nea così composta, in quella che già è stata aggiunta con quello che
uien fatto dal duto della metà della linea in le medesima: e quale al
quadrato descritto dal duto di quella linea che è composta da quel-
la linea aggiunta & dalla metà in le medesima.

Sia la linea $a.b$ divisa in due parti eguale in punto c & quella che gli fa age-
giunta la linea $a.d$ dico che il quadrato della linea $a.c$ (qual sia $a.c.d.e$)
è eguale al rettangolo fatto da tutta la linea $a.d$ in $b.d$ & al quadrato della li-
nea $c.b$. Et per dimostrare quello prodotto nel quadrato perdiamo il diametro $a.c$
& dal punto tiro la linea $a.g$ equidistante alla linea $a.d$ la qual sega il dia-
metro $c.d$ nel punto h egal punto h tiro la linea $h.g$ equidistante alla linea
 $a.d$ la qual sega la linea $a.c$ in punto m & la linea $c.d$ in punto n & produrre la
 $a.k$ equidistante alla $c.b$ & la che il parallelogrammo $a.k$ fera eguale al parallelo-
grammo $c.b$ (per la trigesima quinta del primo) per offer $b.a.c$ eguale alla c
tutta lo supplemento $c.k$ fera eguale al supplemento $c.h$ (per la quadraginta ter-
za del primo) per la quale cosa la linea $c.k$ eguale al detto supplemento $c.h$ & la che
aggiungendo egualmente a ciascun di loro lo parallelogrammo $c.m$ la linea fera an-
chora eguale (per la seconda concorrente) adochi il gnomone $a.k$ & la fera eguale al
la linea $a.m$ aggiungendoli etiam egualmente. E per il quadrato (per lo co-
relato della quarta) fera pur le diste due summe anchor eguale, & perche il ditto
gnomone $a.k$ $b.c$ con lo quadrato $b.g$ eguale al quadrato $a.d$ adochi il trian-
golo $a.m$ con lo detto quadrato $b.g$ fera eguale al ditto quadrato $a.c$ & la quale è il
quadrato della linea $a.c$ & per il quadrato $b.g$ è il quadrato della linea $c.b$ per
offer $b.g$ eguale al $c.b$ & la terza gola $a.m$ & contenuto sono a tutta la linea $a.d$
(per offer $a.m$ eguale al $b.d$) per offer ciascun lato del quadrato $b.h$ seguita a
denti che il rettangolo fatto della linea $a.d$ in la linea $b.d$ è lo quadrato della li-
nea $b.d$ offer conati al quadrato della linea $a.c$ & che è il proposito.

Теорема. vii. Propositione. vii.

Se una linea retta sia divisa in due parti, come si voglia, quel lo che vien fatto dal dritto di tutta la linea in se medesima con quello che vien fatto dal dritto di l'una di dette parti in se medesima, e' eguale a' quelli rettangoli che vengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due volte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

Sia la linea $a.b$ data in due parti in c , dico che il quadrato de tutta la linea $a.b$ è lo quadrato della linea $a.c$ e b² eguale a quello che vien fatto dal la linea $a.b$ che uole in a et b infinita et lo quadrato della linea $a.c$ et per dimostrare tal cosa desidero il quadrato della linea $a.b$ $\times$ c per la quadrangola fella del primo qual fia il quadrato $a.b.c.d$ et protrao il diametro $d.b$ di dal punto centrato la linea $a.c$ equidistante alla linea $b.c$ laqual sega il diametro $d.b$ in p et dal polo giro la linea $a.c$ equidistante alla linea $a.b$ et p che il quadrato de lo quadrato $a.c$ sono tanto quanto il quadrato $a.c$ e b² che le due linee $a.b$ $\times$ c et c che le due superficie $a.b.c.d$ et $a.c$ sono de più del quadrato $a.c$ et cito quito il quadrato $a.c$ per effe il dono quadrato cupra dei due che uia in latitudine $a.b$ $\times$ c Paltra in Paltra superficie $a.c$ et c che quelle due superficie $a.b.c.d$ et $a.c$ sono eguale (come per la 47. del primo se può provare) et l'una di quelle etio $a.b$ $\times$ c conuota come a tutta la linea $a.b$ et alla linea c et effe b² hargale alla $b.c$ et effe ciascuna lato de $a.c$ et lo quadrato infima et c et il correlario della quarta di quello adouo che le due superficie $a.b.c.d$ et $a.c$ infima sono il doppio de $a.b$ aggiunto a quelle il quadrato $a.c$ et il qual uia a ceter il quadrato della $a.c$ et per effe la $a.c$ equale alla detta $a.c$ uia questa fumata feta equal a meno il quadrato $a.c$ et infima con lo quadrato $a.c$ et c et il propoio.



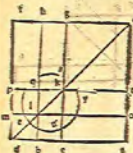
Theorema.viii. Propositione.viii.

§ Se una linea retta sia divisa in due parti come si uoglia, & a quella
§ gli sia aggiunto in lungo una altra linea equale a una di quelle parti,
Quello che vien fatto dal duto di tutta la linea così composta in se
medesima, sera equale al rettangolo fatto dal duto della prima li-
nea in quella aggiunta quattro volte, & al quadrato de l'altra parte.

S'la la linea $a.b$ divisa in punto c alla quale sia aggiunto in lungo la linea $b.d$.
 S'eguale alla parte $c.b$ dico che il quadrato de tutta la linea $a.d$. (S'eguale sia $a.$
 $d.e.f$.) e' eguale a quattro rettangoli fatti della linea $a.b$. in la linea $b.d$. & al
 quadrato della linea $a.c$. Et questo s'era manifestò como il diametro $a.d$. & delli
 duoi ponti $c.a$. & $b.d$. duote le due linee $c.g$. & $b.h$. equidistanti alla linea $a.d$. loqua
 le segno il diametro $a.d$. nelli duoi ponti $c.g$. & $b.h$. dalliquali ponti tiro le due li
 ner $p.q$. & $r.s$. & $m.n$. & $o.p$. equidistanti alla linea $a.d$. dille che tutto il quadrato de
 la $a.d$. d'era diviso in nove superficie delle quale la superficie $c.g$. & tutta la superfi
 cie $c.p$. sono quadrato (per lo correlario della quarta di questo) & perche il qua
 drato $c.p$. e' diviso in le quattro superficie $c.b$. $b.m$. $m.g$. & $g.p$. di le quale le due
 due $b.m$. & $g.p$. son etiam quadrato (per lo detto correlario della quarta di que
 sto) & perche $b.d$. e' equal al $b.c$. il supplemento $c.l$. s'era (per la trigesima s'essa del
 primo) e' quale al quadrato $b.m$. & perche il supplemento $p.o$. e' quale al duo suppli
 mento $c.l$. (per la quadragesima terza del primo) s'era etiam equal al detto qua
 drato $b.m$. (per la prima p'ortione) & perche il lato del quadrato $m.g$. cioe e . l .
 (per la trigesima terza del primo) e' equal al $b.c$. & $b.h$. & e . e' equal (come demo
) al lato $b.d$. (seguita per la prima concettione) che il lato $a.b$. s'era equal al lato $b.$
 d . (per communia scientia) il quadrato $m.g$. s'era equal al quadrato $b.m$. dille che
 tutto il quadrato $c.p$. vien a esser diviso in quattro parte equali, cioe in li quat
 tro quadrati predetti & perche li duoi supplementi $a.g$. & $b.d$. del quadrato $a.d$. son
 equali (per la quadragesima terza del primo) & perche $a.c$. e' equal al $b.h$. (lato
 del quadrato $b.m$. (per la trigesima terza del primo) similmente il lato K . nelli
 quadrato $m.g$. e' equal al detto lato $b.h$. (per esser li duoi quadrati equali) idon
 que g' la prima c'ortione. & a . s'era equal al $m.g$. & per la trigesima s'essa del
 primo il parallelogrammo $a.g$. s'era equal al parallelogrammo $m.r$. & perche li
 duoi supplementi $n.r$. & $K.b$. del quadrato $a.g$. son equali (per la quarta p'ortio
 ne) & delli duoi primi supplementi cioe e . l . & $a.g$. & $K.b$. li duoi primi angoli, cioe
 $a.n$. & g . (per la terza concettione) s'era equali & perche $K.c$. e' equal (come e'
 demo) al $n.r$. & $a.g$. & $K.b$. equal alla $a.g$. seguita adonche che li quattro superficie cioe $a.n$.
 $n.r$. & $K.b$. & g . s'era equal per esser ciascaduna equal alla superficie $a.g$. & n . & o .
 & c . (che e' la medesima) & perche la detta superficie $a.g$. vien diviso in li quat
 ro $a.c$. & l . & n . & r . la somma colli c'oposte (che s'era il rettangolo $a.c$. & l . s'era il rettangolo
 c'oposto s'ono la linea $a.b$. & alla linea $b.d$. (per esser b . & l . equali alla linea $a.c$. &
 adonche li quattro superficie $a.c$. & l . & n . & r . & g . & b . insieme con li quattro quadrati
 $c.b$. $b.m$. $m.g$. & $g.p$. s'era in somma quattro superficie $a.g$. & l . & n . & r . & g . & b . & l .
 mon $a.c$. & l . & n . & r . & g . & b . & l . e' equal al medesimo, & perche il quadrato $r.g$. e' il quadrato
 della linea $a.c$. (per esser $a.c$. e' equal al $a.c$. per la trigesima quarta del primo) &
 il detto quadrato $r.g$. in insieme colli detto gnomone l . e' equal al quadrato de
 la linea $a.d$. cioe al quadrato $a.f$. seguita adonche che il quadrato della linea $a.c$.
 insieme con li quattro rettangoli fatti della linea $a.b$. in la linea $b.d$. se equal
 al quadrato della linea $a.d$. che e' il proposito.

Theorema. ix. Propositione. ix.

$\frac{9}{9}$ Se una linea retta sia diuisa in due parti equal, & in due nō equali li quadrati che vengono fatti dal dritto delle sectioni non equali in se medefime tolti insieme, son doppij, alli qdrati descritti della meta della linea, & da qlla linea che giace fra una e l'altra sectiō tolti insieme.



Si la linea $a.b.$ diuisa in due parti eguale in ponto $c.$ & in duol parti non
eguale in ponto $d.$ dico che'l quadrato della linea $a.d.$ giunse con lo quadra-
to della linea $d.b.$ sono doppj al quadrato della linea $a.c.$ giunse con lo quadra-
to della linea $c.b.$ Et per dimostrar questo, dal ponto $c.$ tiro la linea $c.e.$ perpen-
dicolare alla linea $a.b.$ & quella faccio eguale a l'una, e all'altra delle due linee
 $a.c.$ & $c.b.$ per d'ico le due linee $a.c.$ & $c.b.$ s'era costituito il triangolo $a.c.b.$
el quale e diuiso in duoi triangoli $c.e.b.$ & $c.e.a.$ (dalla perpendicolare $c.e.$) & po-
che d'isto $c.e.$ e' eguale al lato $c.b.$ (del triangolo $c.e.b.$) li duoi angoli $c.e.b.$ &
 $c.e.a.$ per la quinta del primo sono eguali & per esser l'angolo $c.e.b.$ & $c.e.a.$ re-
tuno l'altro delli duoi angoli $c.e.b.$ & $c.e.a.$ (per la trigesima seconda del pri-
mo) s'era la mitta d'un angolo retto, & per le medesime ragione li duoi angoli
 $a.c.e.$ & $c.e.a.$ di ciascun d'isto s'era la mitta d'un angolo retto, diche tutto l'angolo
s'era retto (per esser composto de duoi mezzj angoli retti) hor dal ponto $d.$ proi-
duco la linea $d.f.$ equidistant alla $a.c.$ & perpendicolare sopra la linea $a.b.$ diche
l'uno l'altro delli duoi angoli $d.f.b.$ s'era retto & perche l'angolo $d.b.f.$ (come e' de-
to) e' un angolo retto, & perche l'angolo $b.d.f.$ e' retto necessita (per la tri-
gesima seconda del primo) che l'angolo $d.f.b.$ s'era mezzo angolo retto & pla s'era del
primo il lato $d.f.$ s'era eguale al lato $d.b.$ hor dal ponto $f.$ conduco la linea $f.g.$
equidistant alla linea $a.b.$ diche li duoi angoli che sono al $g.$ (per la seconda par-
te della vigesima nona del primo) l'uno e l'altro s'era retto & l'angolo $e.f.g.$ (per
la detta trigesima seconda del primo) s'era la mitta d'un angolo retto per la qua-
lcola li duoi lati $g.e.$ & $g.f.$ (per la sesta del primo) s'eranno eguali & per la penul-
tima del primo il quadrato de $e.f.$ e' eguale al quadrato de $e.g.$ & al quadrato
de $g.f.$ per la quacola il quadrato del detto $e.f.$ s'era doppio al quadrato solo de $g.f.$
& po' esser $g.f.$ eguale al $c.d.$ (per la trigesima quarta del primo) s'eguita adonque
che'l quadrato de $e.f.$ s'era doppio al quadrato de $c.d.$ hor tiro la $f.$ a $c.$ & perche il
quadrato de $a.c.$ e' eguale al quadrato de $a.e.$ & al quadrato de $c.e.$ (per la de-
ta penultima del primo) & perche $a.c.$ e' eguale al $c.e.$ s'eguita che'l quadrato de
 $a.c.$ s'era doppio al quadrato de $a.e.$ & al quadrato de $c.e.$ & po' che'l quadrato
del detto $a.d.$ (per la detta penultima del primo) s'era l'uno e' eguale al quadra-
to della $a.d.$ & al quadrato della $d.f.$ s'eguita adonque che'l quadrato della $a.d.$ &
lo quadrato della $d.f.$ s'eguita insieme sono doppj il quadrato della $a.c.$ & al qua-
drato della $c.b.$ s'oltri insieme & po' che'l quadrato della $d.f.$ e' eguale al quadrato
della $d.b.$ adonque li quadrati delle due linee $a.d.$ & $d.b.$ s'eranno doppj alla qua-
drata delle due linee $a.c.$ & $c.b.$ che e' il proposito.



Theorema. Propositiōe. x.

10 Se una linea retta s'era diuisa in due parti eguali, & che a quella sia
aggiunto in luogo un'altra linea, il quadrato che uien descritto de
tutta con la aggiunta, & il quadrato che uien descritto da quella che
e' aggiunta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme e' ne-
cessario essere doppj, al quadrato che uien descritto dalla mitta del
la prima linea, & a quello che uien prodotto da quella che e' con-
posta della mitta, & dall'aggiunta, cioe di qlli duoi quadrati tolti insieme.

Si la linea $a.b.$ diuisa in due parti eguali in ponto $c.$ & a quella sia aggiunta la
linea $b.d.$ dico che'l quadrato della linea $a.$ & $d.$ insieme con lo quadrato della
linea $b.d.$ ambidui così insieme sono doppj alli duoi quadrati delle due linee $a.$
& $c.$ & $c.$ & $d.$ tolti ambidui insieme, & p' dimostrar questo, dal ponto $c.$ (p' la $n.$ del pri-
mo) tiro la linea $c.e.$ perpendicolare alla linea $a.d.$ & alla (p' la $3.$ del primo) p'go o'g'e
all'una e l'altra delle due $a.c.$ & $c.b.$ & dal ponto $e.$ p' la pria penultima del primo
tiro la linea $e.f.$ s'era costituito il triangolo $a.c.b.$ diche l'uno e l'altro de dai angoli et

eguale al quadrato della a , & perche il quadrato della a , e. (per la penultima di primo) e eguale alli due quadrati delle due linee e , b , & a , b , seguita adon- que che il rettangolo della d , fin la b , f , con lo quadrato della e , b , sia eguale al medesimo quadrato della e , b , insieme con lo quadrato della a , b , lettando via da l'una e l'altra somma il quadrato della detta e , b , li due rimanenti (per la terza concorrenza) faranno tra loro eguali, & li quali rimanenti l'uno sera il rettango- lo fatto della d , finella b , f , & l'altro e il quadrato della a , b , & perche il rettango- lo fatto della d , finella b , f , e la superficie d , g , perche e uguale al b , f , (per che ciascun di loro lato il quadrato b , g , h) adonche la superficie d , g , e uguale al quadrato della a , b , cioe al quadrato della a , b , & perche comunemente ne resta uno la superficie d , h , li due rimanenti faranno anchora eguali (per la detta ter- tia concorrenza) l'uno di quelli rimanenti e la superficie a , g , l'altro sera il quadra- to della g , h , & perche la superficie a , g , e contenuta sotto a tutta la linea a , b , & al la sua minor parte a , h , (per essere a , g , eguale a a , h) & lo quadrato della g , h , e il quadrato della h , b , cioe dell'altra sua maggior parte, adonche la linea a , b , sera di una seconda del proposto nel punto h , perche la superficie, e conterrango de- tutta la linea a , b , sulla sua minor parte a , h , e eguale al quadrato della detta sua maggior parte, h , b , & non e' che non bisogna affancarsi a voler diuidere in que- sto modo un numero perche e impossibile, come in la vigesima nona del libro si manifesta.

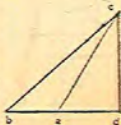
Il Traduttore.

LA Vigesima nona del libro nona dimostra quel che dice il commentatore, cioe che in un si possa diuidere un numero sotto la detta condizione, an a la di- mostrata la lista del terzo decimo.

Theorema. xii. Proposizione. xii.

In li triangoli che hanno un angolo ottuso tanto e piu potene quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambeduoi li altri due lati che contengono l'angolo ottuso, quanto e' quello che e' contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se di rettamente congiunta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due uo te.

Si il triangolo a , b , c , di quale habbia l'angolo a , ottuso dal punto c , sia dotta una linea perpendicolare alla linea a , b , la qual e' necessaria e' aduocata del tri- angolo a , b , c, e' aduocata l'angolo a , sera retto, e' con minor d'un retto (per la les- sia prima del primo) a qual cosa s'era contenta il premissato, e' con che cadono di dentro del triangolo a , b , c , la linea a , b , e' contenuta il triangolo vero, a , c , che li due angoli di quello seran maggiori de due arge li resti, cioe l'ar ge lo a , c , infies- me con l'angolo retto (che sera la perpendicolare) la qual e' esse in perpendi- cula, (per la trigesima seconda del primo) sicche adonche la detta perpendicolare ca- dra de fuori del detto triangolo a , b , c , & la qual e' contenuta o sia la linea a , d , e' a per- che la linea b , a , non arriva fino al punto del cadu- eruo della detta perpendicolare, la pero s'ongratiemo quella per fino al detto punto deuale sia il punto d , & per di- co che il quadrato del lato b , c , (il quale sotto tende all'angolo a , ottuso) e' tanto maggior delli due quadrati delle due linee a , b , & a , c , circondate il detto ang- lo a , ottuso, quanto e' il doppio di quello, che vien fatto dalla b , a , & a , d , & a' inuad- che vegnam a la dimostrazione bisogna notare qualmente la potenza di una linea e' in rispetto del suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto e' il quadrato del suo sopra a quella, ouer quanto e' il prodotto di quella detta in si medesima, hor vegnamo alla dimostrazione dalla proposta proposizione. Perche la linea b , c , e' diuisa in due parti in punto a , dalche il quadrato de tutta la linea b , c , e' erao qual (già 4 di qua) alli dei quadrati delle due linee b , a , & a , d ,



di quello che vien fatto della a, b in la a, d & per di cui quadrato della b, c (per la penultima del primo) e' eguale al quadrato della b, d & al quadrato della d, c ad onq il quadrato di quella b, c sera eguale alli quadrati delle tre linee b, a, m, d & due & al doppio di quello che vien fatto dalla a, b in a, d ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della a, c e' equal alli doi quadrati delle due linee a, d & d, c ad onq il quadrato della b, c e' eguale alli doi quadrati delle due linee b, a & a, c & al doppio di quello che vien fatto della a, b in a, d per la qualesa il lato b, c piu piu delle doi linee b, a & a, c tanto quanto e' il doppio di quello che vien fatto dalla a, b in a, d che poche za habbiamo detto che tanto se dice poter qualunq linea quanto quello che la produce data in se medesima che e' il proposto.

Theorema.xii. Proposizione.xiii.

Quella linea che riguarda un angolo acuto di ogni triangolo obliquo, puo tanto meno de' ambidui li altri lati, che contengono quel angolo acuto, quanto e' quello che e' contenuto due volte sotto de' quello al quale sta sopra la perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

Questo che quinte prepone del lato riguardante alcun angolo acuto in d triangolo obliquo se verifica del lato riguardante qual si voglia angolo acuto in ogni triangolo, o sia orthogonio, ouer ambigonio, ouer obtusogonio.

Sia adonque il triangolo a, b, c & sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo a acuto si fera obliquo dicendo la perpendicolare dallo angolo a ouero dello angolo b al suo lato opposto, la detta perpendicolare sempre casdera di dentro del triangolo (come sotto si dimostrara) ma se il dato triangolo a, b, c sera ambigonio ouer obtusogonio dicendo la perpendicolare dall'angolo obtuso (ouero dal reno) al suo opposto e' necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se dimostrara) stando adonque l'angolo a reno ouer obtuso ouer acuto per lo triangolo obliquo produciendo di quello la perpendicolare al lato b, c opposto casdera di dentro del triangolo sopra la detta linea ouero lato b, c quella poichino sia la linea a, d & perche in ogni triangolo e' necessario che gli sia doi angoli zonti (per la trigesima seconda del primo) di che stante il presupposito l'angolo b sera etiam acuto si come e' l'angolo a dico adique quel quadrato de a, b (che e' opposto all'angolo a acuto) e' tanto minor de' li doi quadrati delle due linee a, c & b, c quanto e' il doppio di quello che vien fatto della b, c in la d, c ouero dico quel quadrato della a, c (il quale etiam e' opposto all'angolo b il quale poichino etiam acuto) e' tanto minor delle doi quadrati delle due linee a, b & b, c quanto e' il doppio di quello che vien fatto della c, b in la d, b perche la linea b, c e' divisa in due parti nel ponto d il quadrato di tutta la linea b, c con lo quadrato della parte d, c (per la prima di questo) sera eguale a quello che vien fatto della b, c in la d, c due volte & al quadrato dell'altra parte (cioe della b, d) di che aggiungendo a l'un e l'altro il quadrato della a, d sera etiam il quadrato della b, c con li doi quadrati delle due linee a, d & d, c eguale alli doi quadrati delle due linee a, d & d, b & al doppio di quello che vien fatto della b, c in la d, b & perche (per la penultima del primo) il quadrato della a, c e' eguale alli quadrati delle due linee a, d & d, c adonque il quadrato della b, c con lo quadrato della a, c e' eguale alli quadrati delle due linee a, d & d, b & al doppio di quello che vien fatto della b, c in la d, b ma per la medesima penultima del primo il quadrato de a, b e' equali alli doi quadrati delle due linee a, d & d, b adonque il quadrato della b, c con lo quadrato della a, c si e' equal al quadrato della a, b & al doppio di quel che vien fatto della b, c in la d, b

per la quale se il quadrato solo della $a.b$ fiera minor della due quadrati de
 $b.c$ & $a.c$ quanto fiera il doppio di quel che vien fatto della detta $a.b$ in la $c.d$
 che e il propolito per simil modo in approposito che il quadrato del lato $a.c$ che
 oppolito all'angolo b acuto, esser tanto minor della quadrati delle due linee $a.b$
 & $b.c$ quanto e il doppio di quello che vien fatto della $a.b$ in la $b.d$ & e da nos
 tir che per quella & per la precedente & per la penultima del primo che cono
 sciamo che habbiamo i lati di ogni triangolo se conofo la area superficial di quello
 & con lo agio delle cause de corda, & arco, se conofo ogni angolo di quello.

Il Traduttore.

Hora per approuare che tirando del l'angolo a del propolito triangolo $a.b$
 c una perpendicolare al lato $b.c$ oppolito come le necellario (essendo l'an
 golo a obtuso) esser tanto c' un triangolo esigente che lei cada di de
 tuo del triangolo ponetemo in margine il medesimo triangolo $a.b.c$ & prolup
 ponetemo che tirando al detto angolo a una perpendicolare alla linea $b.c$
 due l'apellabile (per l'aduersario) che la cada de fuori del triangolo nel ponto
 d & alonga la linea $c.b$ per fin al detto ponto d & fiera confuso il triangolo
 $a.b.d$ de fora del propolito triangolo $a.b.c$ poche li doi angoli a & b de $a.b.c$
 fianta l'angolo a secondo il proluppesito (per la trigefima & con da del primo) lo
 no soni adunque se l'angolo a acuto l'angolo $a.b.d$ del triangolo $a.b.d$
 (per la settima) con del primo) fiera obliquo l'altro angolo $a.d.b$ (per esser co
 stituido della perpendicolare $a.d$) fiera retto, adunque li doi angoli $a.b.d$ & $a.d$
 b (del triangolo $a.b.d$) giunti insieme fianta maggiori de doi angoli retti
 laqual cosa e impossibile per la decimasextima del primo) seguita adunque che
 la detta perpendicolar debba cader di dentro del triangolo de necellita che e il propolito

Problema.ii. Proposizione.xiii.

Propolito doi quadrati come si uoglia, a l'uno di quelli puotemo
 descrivere un gnomone eguale all'altro.

Il Traduttore.

Questa proposizione io la prima traduzione fu posta in fine del primo libro
 ma per non esser lui suo condecente loco la habbiamo qui affittata.

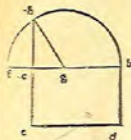
Siano adunque propoliti doi quadrati $a.b.c.d$ & $e.f.g.h$ sia il propolito de descrivere
 attorno il quadrato $a.b.c.d$ un gnomone che sia eguale a l'altro quadrato $e.f$
 Per tanto sia alongato uno d' i lati del quadrato $a.b$ direttamente per linea alla e
 quali d' uno di lati del quadrato $e.f$ & sia $e.c$ cioè che $e.c$ sia eguale a vno de
 lati del quadrato $e.f$ & dal ponto e si tira una linea al ponto a (l'angolo del
 quadrato $a.b$) & fiera confuso il triangolo $a.b.e$ orthogonlo (per esser l'angolo
 $a.b.e$ retto) & perche il quadrato de $a.b$ e si e tanto quanto li doi quadrati delle
 due linee $a.f$ & $e.f$ (per la penultima del primo) ma il quadrato della $e.f$ e egua
 le al quadrato $e.c$ & lo quadrato della $a.f$ e eguale al quadrato $a.b$ adonque il
 quadrato della $a.e$ e eguale alli doi quadrati $a.b$ & $e.f$. Et perche li doi la
 ti $a.b$ & $e.f$ son maggiori (per la vigesima del primo) del lato $a.c$ & perche la
 $b.d$ sia eguale alla $a.c$ intra la linea $b.c$ fiera maggiore del dicto lato $a.c$. A doo
 della linea $a.e$ si rorigara la parte $b.e$ (per la terza del primo) eguale al lato
 $a.c$ & intramente che la $b.e$ sia eguale alla detta $a.c$ sopra la linea $a.c$ (per la qua
 dragesima infra del primo) si confuso il quadrato $b.e.g.h$ l'equal quadrato b
 $e.g.h$ e eguale al quadrato della $a.c$ (con e di sopra tu approuato) si eguale
 alli doi quadrati $a.b$ & $e.f$ & adonque il quadrato $b.e.g.h$ (per la prima conuen
 to) fiera eguale alli doi quadrati $a.b$ & $e.f$ ma il quadrato $b.e.g.h$ sopra buda
 il quadrato $a.b$ nel gnomone $m.n.o$ al qual gnomone $m.n.o$ uerra a esser egua
 le al quadrato $e.f$ adonque attorno il quadrato $a.b$ habbiamo descritto il gno
 none $m.n.o$ eguale a l'altro quadrato $e.f$ che e il propolito.

Problema.iii. Proposizione.xv.

Puotemo descrivere un quadrato eguale a uno dato triangolo.

14





La il dato triangolo a. a. uguale noi uolemo descrivere uno quadrato eguale
 deliquar una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti per la quadra
 prima seconda del primo Ioguale al dato triangolo a. a. a. a. pongo fia la super
 ficie b. c. d. e. & se per caso li lati di quella fussino equali cioè che lo lato b. d.
 fussi eguale al lato d. e. noi habbiamo quello che cerchiamo perche la detta su
 perficie per la diffinitione sara vn quadrato, come se adimandando ma se li lati so
 ranno ineguali allibera aggiungero il lato minore, al lato maggiore indietro, &
 fia c. e. cioè che c. f. fia eguale a l. c. e. suo minor lato, il quale e aggiunto indietro al
 b. c. suo maggior lato secondo la rettilindine, hor tutta questa linea b. f. dividero
 in due parti ineguali in ponto g. & fatto g. centro so pra la linea b. f. secondo
 la quantita della linea g. b. descrivero il mezzo cerchio b. h. c. & lo lato e. c. allon
 garo per fina a tanto che l'eghi la circonferentia in ponto h. hor dico che l' qua
 drato della linea c. h. e. eguale al dimotriangolo dato. Et per dimostrar quello io
 tirero la linea g. h. & perche la linea b. d. diuisa in due parti equali in ponto g. &
 in due parti ineguali in ponto c. quello che vien fatto del duto della b. d. in la
 c. l. con lo quadrato della c. g. (per la quinta di questo) e eguale al quadrato del
 h. g. & perche g. h. e. eguale alla g. c. (per la quattordicesima diffinitione del pri
 mo) perche ambedue se partono dal centro g. c. vanno alla c. circonferentia adon
 que quello che vien fatto dal duto della b. c. in la c. con lo quadrato della g. c.
 sara eguale al quadrato della g. h. & perche il quadrato della g. c. e eguale per
 la penultima del primo) alli due quadrati delle due linee g. c. & c. h. adonque
 li detti due quadrati de g. c. & c. h. saranno equali al duto quadrato de g. c. in l
 me con quello ch' e fatto dal duto della b. c. in la c. osservando adonque comu
 namente da l'una e l'altra parte il quadrato della c. g. tostaro il quadrato solo
 della c. h. e. eguale a quello che vien fatto dal duto della b. c. in la c. & perche
 il duto della b. c. in la c. e eguale alla superficie b. c. d. e. perche c. r. e eguale
 alla c. l. adonque il quadrato della linea c. h. sara eguale alla superficie b. c. d. e.
 & perche la superficie b. c. d. e. e eguale al triangolo a. a. adonque il quadrato del
 la linea c. h. sara eguale (per la prima concessione) al triangolo a. a. che e il propo
 sito. Et nota che per questo modo se troua il lato tetragonico de qual si voglia
 figura piu longa da vna banda che dall'altra, & semplicemente d'ogni figura co
 tenuta da linee rette sia come si voglia. Perche ogni tal figura la resoluo in tri
 angoli, & de ciascuno di quegli triangoli, trouamo il lato tetragonico secondo
 la dottrina di questa proposizione, et dappoi trouamo (per la penultima del pri
 mo) una linea la qual possi in tutti quei lati tetragonici trouati, esempi gratix,
 voglio al presente trouar il lato tetragonico della figura irregolare a. b. c. d. e. f. &
 solo quella in tre triangoli, quali sono a. b. f. c. d. e. & c. e. f. Anchora secondo la
 dottrina di questa trouo li lati tetragonici di questi tre triangoli, quali siano g.
 h. h. K. & K. l. & ti po la h. l. perpendicolarmente sopra la g. h. & tiro la g. K. co
 de (per la penultima del primo) il quadrato della g. K. sara eguale alli quadrati
 delle due linee g. h. & h. K. & lo terzo lato K. l. lo costituirò perpendicolarmente so
 pra la linea g. K. & tiro la linea g. l. & la linea g. l. (per la detta penultima del primo)
 sara il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea pposta, ch' e il nostro opposito.

Il Traduttore.

Et s'io di questa vltima proposizione di questo secondo libro, in la seconda tra
 ditione dice in questa forma.

Puotemo constituir un quadrato eguale a un dato rettilineo.

L'egal proposizione e' piu generale d'ella sopra scritta, perche lei propone
 tutto quello, che agione il commentatore nella sopra scritta, ma non la con
 clude, per il modo dato di sopra, anzi la concludo per la quadagesima quinta
 del primo (dellaqual manca la prima traditione) cioè lei vol che sia costituito
 vn parallelogramo rettangolo eguale al dato rettilineo (per la detta quadagesima
 ginta del primo) dappoi ponde come di sopra si fece del parallelogramo b. d. c. e.

Fine del secondo libro.

INCOMINCIA

IL TERZO LIBRO DELLI PRINCIPII

DI EUCLIDE MEGARENSE MATHEMATICO

prelaminato secondo le due traduzioni di Nicolo Tartaglia

e di Bracciano con diligenza dallo latino in vo

garre erudite & elucidate

Definizione prima.

- 1 Li cerchi se dicono esser equali, quando li diametri, ouer li mezzi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, ouer mezzi diametri sono maggiori & minori quelli di quali sono minori

Il Traduttore.

Questa definizione, ouer supposizione è assai manifestata, da se, cioè che li cerchi che hanno li lor diametri, ouer li lor mezzi diametri equali sono fra loro equali, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & conuerso, & questo ha sta senza addur esempio, uero è che questa è più presto supposizione, ouer petizione che definizione.

Definizione.ii.

- 2 Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte quella non segna li cerchio.

Il Traduttore.

1 Na per questa definizione vien notificato come vna linea vien detta toccare vn cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segna il detto cerchio, per esempio, sia il detto cerchio, & toccato dalla linea b.c. in ponto e, & dalla linea, e.f. in ponto e, & perche chi mena, ouer produce la linea b.c. dalla parte, c. verso d, ouer dalla parte, b. verso g, non segna il detto cerchio, come al senso si può considerare, pero se dira che la detta linea b.c. tocca il detto cerchio in lo detto ponto, e, la qual cosa non si può dire della linea e.f. perche chi daceffe quella dalla parte, e. inuenirio, & senza dubbio lei segna il detto cerchio come da tr poci considerat, pero non si intendera che essa linea, e.f. sia toccante il cerchio a, anzi sara legante il detto cerchio, & la b.c. sara toccante il detto cerchio.

Definizione.iii.

- 3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme li quali toccandosi fra loro non si seghano,



Il Traduttore.

In quella definizione vien dichiarato come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, & non si segnano, esempio, siano li due cerchi *a. b.* & b. li quali si toccano nel punto *e.* & li due altri *d. e.* li quali si toccano ed in loro, ma si segnano nella due punti *f. g.* & che li due cerchi *a. b. c.* perché si toccano, & non si segnano nel punto *e.* se diranno toccanti fra loro nel punto *e.* la qual cosa non si dira della due cerchi *d. e. o.* abent che anchora loro si toccano, perché nel toccar che fanno si segnano nella due punti *f. g.* anzi se diranno seganti, fra loro & li due *a. b. c.* & b. toccanti & similmente li due *d. e. c.* in punto *m.*

Diffinitione. iiii.

4 Le linee rette in un cerchio sono dette egualmente distanti dal centro, quando le perpendicolare dette dal centro a quelle saranno eguale.

Il Traduttore.

El le dichiara in questa diffinitione che le linee rette distate in qual che cerchi sono dette egualmente distate dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare dal detto centro a ciascuna di quelle saranno eguali, esempio, siano le due linee *b. c. d. e.* nel cerchio *a.* & sopra ciascuna di loro (dal centro *a.*) siano dette le perpendicolari *f. g. h. i.* & se per caso le dette due perpendicolare, cioè *a. f. h.* & *a. g. i.* saranno eguali le dette due linee *b. c. d. e.* se diranno egualmente distate dal centro *a.* & c.

Diffinitione. v.

5 Er più distate dal centro è detta quella in la quale cade più longa la detta perpendicolare.

Il Traduttore.

Questa diffinitione abentche la sia differente dalla passata tamen la se dice insi tradere osogionta con quella, perché dice che le linee per diffinitione qual che cerchio, quella è detta più distate dal centro del detto cerchio, in la quale cade la perpendicolare più longa, esempio, siano le due linee *b. c. d. e.* nel cerchio *a.* sopra delle quale dal centro *a.* siano dette per la duodecima del primo, le due perpendicolare *m. n. o. p.* & perché la perpendicolare *m. n.* è più longa della perpendicolare *o. p.* se dira che la linea *b. c.* è più distate dal centro, che non è la linea *d. e.* & quello è quello che se vuol inferire.

Diffinitione. vi.

6 Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è detta corda.

Il Traduttore.

LA presente diffinitione inc aduertisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è nominata corda, esempio la parte d'un cerchio *a. b. c.*

contenuta dalla linea curva a. b. c. & dalla linea retta a. c. dice che la linea a. c. è detta corda.

Definizione. vii.

2. **E** la parte della circonferenza se chiama arco.

Il Traduttore.

LA presente definizione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferenza che contiene la detta parte di cerchio è chiamata arco, che sarà la linea curva a. b. c. della figura superiore la quale satisfà tutti an per lo esempio di quella.

Definizione. viii.

3. **E** l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo della porzione.

Il Traduttore.

LA presente definizione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una porzione è detto angolo della porzione. esempio, sia la porzione a. c. d. e. dico che ciascuno de' due angoli contenuti dalla corda c. e. & dal arco c. d. e. sono detti angoli della porzione, l'quali angoli l'uno è l'angolo a. c. e. & l'altro è l'angolo c. d. e.

Definizione. ix.

4. **L'**angolo, che è contenuto da due linee rette che uscivano da qualunque punto che sia in l'arco, & uadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Traduttore.

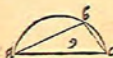
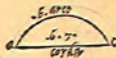
Quella definizione dimostra che quel angolo è detto stare sopra l'arco, & è contenuto da due linee rette dette di qual si voglia punto che sia in l'arco alli due termini della corda, esempio, sia la porzione a. b. c. & sopra de l'arco sia tolto il punto d. dal quale tirando le due linee a. b. & c. b. alli due termini della corda a. c. s'era costituito l'angolo a. d. c. il qual angolo a. d. c. è detto stare sopra l'arco a. b. c. & d. e. & c.

Definizione. x.

5. **S**ector del cerchio è una figura, che è contenuta sotto a' due linee rette date dal centro, & sotto a' l'arco comprehendendo da quelle.

Il Traduttore.

LA presente definizione ne fa intendere come il sector di cerchio è una figura la quale è contenuta sotto a' due linee rette date dal centro, & sotto a'



Arco compreso da quelle, esempio, sia il cerchio *b.c.d.* descritto sopra il centro *a*, dal qual centro *a*, dute le due linee *a.b.* & *a.c.* & il *c* che la figura che è contenuta dalle due linee rette *a.b.* & *a.c.* & dallo arco *b.c.* se chiama settore del cerchio.

Definitioe.xi.

11 Et l'angolo coterminato da quelle due linee e' detto stare sopra il cetro

Il Traduttore

La presente diffinitioe (seguitanto la precedente) dichiara l'angolo coterminato, ouer contenuto da quelle due linee rette dute dal centro del detto cerchio e' detto stare sopra il centro del detto cerchio, il qual angolo seria quello che e' contenuto dalle due linee *a.b.* & *a.c.* sopra il centro *a*, della figura circular della diffinitioe precedente, la qual satisfa per lo esempio etiam di questa.

Definitioe.xii.

12 Le portioni di cerchi sono dette simili, in lequal li angoli che stanno sopra l'arco sono fra loro equali.

Il Traduttore

La presente diffinitioe ne aduertisse come le portioni, ouer parti di cerchi sono di me simili, in lequal li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, esempio siano le due portioni *a.b.c.* & *e.d.f.* hauente ciascuna di loro vno angolo sopra del suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo *b.* (contenuto dalle due linee rette *a.b.* & *c.b.* sopra l'arco *a.b.c.* nel detto ponto *b*) l'altro sia lo angolo *d.* (contenuto dalle due linee rette *e.d.* & *f.d.* sopra l'arco *e.d.f.* nel detto ponto *d*) dice adouque che se l'angolo *b.* (che e' sopra l'arco *a.b.c.*) sia equal a l'angolo *d.* (che e' sopra l'arco *e.d.f.*) la portione *a.b.c.* sia simile alla portione *e.d.f.* benchè l'una sia di maggior chuiuo che l'altra.

Definitioe.xiii.

13 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo ricuono e quali angoli.

Il Traduttore

La presente diffinitioe ne seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi di due portioni sono simili, quando che ricuono al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedente, esempio se l'angolo *b.* contenuto dalle due linee *a.b.* & *c.b.* (della precedente) sopra l'arco *a.b.c.* sia equal all'angolo *d.* contenuto dalle due rette *e.d.* & *f.d.* sopra dell'arco *e.d.f.* (pur della figura della precedente) allhora l'arco *a.b.c.* sera simile a l'arco *e.d.* sapenche l'uno sia maggior dell'altro & questo e quello che se vuol inferire.

Problema prima. Proposizione prima,

1 Puoemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.

Sia il proposto cerchio, a.b.c. di quale volemo rinouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea a.e. laqual termini oue si voglia nella circonferentia di esso cerchio, la qual linea a.e. (per la decima del primo) diuido in due parti equali nel ponto d. dal quale ponto d. (per la vndecima del primo) conduceno vna perpendicolare alla detta linea a.e. & quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia quale i a le linea b.d.e. la quale linea b.e. per diuido in due parti equali in ponto f. (per la decima del primo) il qual ponto f. dico esser il centro del detto cerchio, perche se quello non e il centro del detto cerchio (per lo aduersario) quel sera adunque ouer in la linea b.e. ouer che fara di fora di quella, hor dico che l non puo esser nella detta linea b.e. & se pur il fosse possibile per l aduersario poniamo che l sia il ponto g. essendo adunque il ponto g. il centro del detto cerchio la linea g.b. seria (per la diffinitione quarta decima del primo) quale alla linea g.e. (perche ciascuna se parte dal centro e va alla circonferentia) & perche la f.a.e. etiam eguale alla f.b. (per comune set) entia la f.b. sera maggiore della parte g.b. & consequentemente la a.f. se fa eniss maggiore della g.e. (per esser la g.e. eguale alla detta g.b.) laqual cosa e impossibile (per la ultima conseruione) che la parte f.e. sia maggiore del tutto cioe del la g.e. seguita adunque che l detto centro non puo esser nella detta linea b.e. & es centro che nel ponto d. Anchora dico che l non puo esser de fuora della detta linea b.e. & se per fusse possibile (per lo detto aduersario) poniamo che l sia il ponto h. siano tirate le linee h.a. h.d. h.c. & sera costituito li doi triangoli h.a. d. & h.d. c. & perche li doi lati h.d. & d.a. del triangolo h. a. d. sono equi ali doi lati h.d. & d.c. del triangolo h.d. c. & similmente la basa h.a. dell uno sera eguale alla basa h.c. dell altro (perche ambe si partono del centro h. & vanno alla circonferentia) seguita adunque (per la octaua del primo) che l angolo h.d.e. de l uno sera eguale all'angolo h. d.a. dell altro, & per che questi doi angoli h. d.a. & h. d.c. sono caual della linea a.d. cadente sopra la linea a.e. di che esseno doi li doi angoli equali, ciascuno di loro sera retto (per la octaua di finitione del primo) & perche l'angolo a.d.h. fu costituito retto adoe que l'angolo a.d.h. seria e quale all'angolo a.d.h. (per la terza penosone per esser ambidool retti laqual cosa e impossibile, per la ultima conseruione) che la parte se equalia al tutto, seguita adunque che l centro del dato cerchio, non potendo esser in alcun loco de fuora del ponto f. che quel sia nel proprio pto f. che e il pposito.



Correlario.

¹
1. Onde eglie manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminan in la circonferentia, niuna di quelle segan l'altra orthogonalmente in due parti equali, se quella non transisse sopra il centro.

D. Traduttore.

IN questo correlario se conda se che per le cose dette & dimostrate di sopra eglie e manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nel la circonferentia di quello nel l una seggara l'altra orthogonalmente in due parti equali se quella non passa per il centro di esso cerchio, si come di sopra se e visto nella linea b.e. la quale sega la linea a. e. orthogonalmente in due parti equali in ponto d. & quella passa per lo ponto f. dentro del detto del cerchio a.b.c. & questo e quello che nel correlario se vol interire.

Theorema prima. Propositione. ii.

e. Se si menara una linea retta, da uno al altro de doi ponti signati in su la circonferentia d'un cerchio e necessario che quella sega il cerchio.





Se la circchio a.b il centro di qual sia il punto c sopra della circonferenza di quello fian li duei ponti a.&b. dico che tirando una linea retta dal punto a. al punto b.le necessario che quella seghi il detto circchio a.b. & se possibile fuise per l'adversario che ella non lo seghi, ma che quella transita di fuora del detto circchio, poniamo sia la linea a.e.b. & che sia retta per satisfarlo detto adversario dal centro c. prodoro le due linee, c.a. &c. b. & sera collindio il triangolo delle tre linee c.a. c.b. & della linea a.e.b. di quale li duei lati c.a. &c. b. sono eguali perche ambidui ueneno dal centro alla circonferenza, adonque (per la quinta del primo) l'angolo a.c.b. sera equal all'angolo e.c.b. tirato anchora la linea c.e. lo pra la detta linea a.e.b. laqual sega la circonferenza nel punto d. & divide il detto triangolo a.b. c. in li duei triangoli c.e.d. &c. e.a. & perche l'angolo c.e. a. e' identico (per la sedicesima del primo) e maggiore dell'angolo c.e.b. intrinseco a se opposto, & perche l'angolo c.e. b. e' eguale al detto angolo c.e. a. seguita adonque (per commonna scientia) che l'angolo c.e. a. sia etiam maggiore del detto angolo c.e. b. & (per la decima nona del primo) il lato a.e. sera maggiore del lato b.e. & perche c.d. e' equal per la decima quarta diffinition del primo) al detto lato c.a. seguita adonque (per commonna scientia) che la detta linea c.d. sia maggiore della detta linea, c. e. laqual cosa e' impossibile, cioe che la partesia maggiore de minor per la stessa concessione) perche adonque la detta linea con giungente li detti dooi a.&b. non puo transire de fuora del detto circchio, de ne collina transita di dentro, & transiendo di dentro seghara quello, che e' il possibilo.

Theorema.ii. Propositione.iii

³ Se sera una linea retta collocata dentro a' un circchio, laqual non possi per il centro, & che una ltra che uegna dal centro seghi quella in due parti equali, eglie necessario che la stia sopra a quella orthogonalmemente, & se lei litara sopra a quella orthogonalmemente e necessario che la diuida quella in due parti equali.



Se la linea a.b. collocata dentro del circchio a.b. il centro di qual sia il punto c. & la linea c.d. che vien dal centro c. quella diuida la linea a.b. in due parti equali nel punto d. dico che la detta linea c.d. diuida la detta linea a.b. orthogonalmemente, cioe che la c.d. e' perpendiculari sopra la b.a. & e' conuerso, cioe che se la linea c.d. diuida la detta linea a. orthogonalmemente dico che lei diuida la detta linea b.a. in due parti equali. Et per dimostrar questo prodoro dal punto c. le due linee c.b. &c. a. constitendo il triangolo c.b.a. diuidio in duei triangoli dalla linea c.d. hor posseremo prima che la detta linea c.d. diuida in due parti eguali la detta linea a.b. adonque li dooi lati c.d. &c. d.a. del triangolo c.d.a. seranno equali alli dooi lati c.d. &c. d.b. del triangolo c.d.b. & la basa c.a. alla basa c.b. sera eguale (perche ambe ueneno dal centro c. & vanno alla circonferenza) adonque (per la ottaua del primo) l'angolo d. dell'uno sera eguale all'angolo d. dell'altro, di che (per la ottaua diffinitione del primo) ciascun di loro sera retto (per la nona diffinition del detto) la linea c.d. sera perpendiculari sopra della detta linea b.a. che e' il primo proposito, hor vegliamo al secondo ponendo che la c.d. sia perpendicolare sopra la b. a. dimostrar che la detta c.d. diuida la detta b.a. in due parti equali, in questo modo perche la c.d. e' perpendicolare sopra la b.a. seranno li dooi angoli quali sono al punto d. ambidui retti, di che l'una sera eguale all'altro, & perche lo angolo c. a. d. e' etiam eguale, (per la quinta del primo) all'angolo c. b. d. (per esser tutto il triangolo c.b.a. de dooi lati equali) adonque li dooi angoli c.d. b. &c. b. d. del triangolo c.d.b. sono equali alli dooi angoli c.d. a. &c. a. d. del triangolo c.d.a. & il lato c. a. dell'uno e' eguale al lato c. b. dell'altro, di che (per la vigesima sesta del primo) il lato a. d. sera eguale al lato b. d. adonque la linea a.b. uerra a essere diuida in due parti eguale

qualenel punto, d. che c'è secondo propofitio.

Theorema.iii. Propofitione.iii.

4. Se due linee rette fe fegaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che
 4. ambedue non tranfeono fopra il centro, le neceffario che quelle
 non fi feghino fra loro in parti eguale.

Si la il cerchio, a.b.d. il centro del quale fia il punto, e. nel quale fiano le due
 linee, a.c. & b.d. eguali fi feghino fra loro nel punto, f. & fiano l'altra, ouer
 vna di quelle non paffi per lo centro, e. Dico che intra loro non fi diuidono in
 parti eguali, cioè che l'una e l'altra fia diuita dall'altra in due parti eguali & quã
 do questo fuffe poffibile per l'aduerfario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra
 paffi per lo centro, e. & che fi diuidano ambedue in parti eguali (per l'aduerfari
 rio) in punto, f. tiraro la linea, e.f. & perche, e.f. vien dal centro, e. & diuide le due
 linee rette in due parti eguali nel detto punto, f. & che (per la prima parte del
 la precdente) f. fia perpendicola fopra di ciascuna di quelle, & il duo angoli
 a.f.e. & c.f.e. fono fopra la a.c. & fono diuini di loro retti, & fimilmente l'uno e l'al
 tro deli altri duo angoli, e.f.d. & e.f.b. (fati fopra la linea, b.d.) fono etia retti, &
 perche li angoli retti fon eguali (per la terza propofitione) & donque l'angolo, e.f.a.
 fia eguale all'angolo, e.f.d. la qual cosa e' impoffibile che l'angolo, e.f.a. minore
 fia eguale all'angolo, e.f.d. maggior delo que fe dente due linee, a.c. & b.d. non
 fe ponno diuidere fra loro in parti eguali, fimilmente fe vna tranfira per lo cen
 tro, e. & l'altra non, le pur neceffario che le non le pollano diuidere fra loro in
 parti eguali & le poffibile fuffe (per l'aduerfario) poniamo che la b.d. paffi per lo
 centro, e. & la a.c. non, & che pur ambe fe diuidano in parti eguali, adonque fe
 la b.d. (che uiene dal centro, e.) diuide la linea, a.c. in due parti eguali, e neceffa
 rio (per lo corollario della prima di questo) che la b.d. fia perpendicolare fopra
 la a.c. & fe la b.d. fegha la a.c. perpendicolarmente fimilmente la a.c. fegha
 etia la b.d. perpendicolarmente, & fe la a.c. fegha la b.d. perpendicolarmente, fe
 in due parti eguali (per l'aduerfario) e neceffario per lo detto corollario della
 prima di questo, che la a.c. paffi per lo centro, e. che f. fia coetra il propofitio
 to, fequita adunque che fe in un cerchio fono due linee che fi fegan ambedue
 non fono fegate in parti eguali fe ambedue non paffano fopra il centro, che
 e' il propofito.



Theorema.iiii. Propofitione.v.

5. Li centri di cerchi, che fra loro fi fegano, e neceffario effer diuerfi.
 5

Inno li doi cerchi, a.b.d. & c.d.b. liquali fi feghino fra loro nell duoi ponti
 a. & b. Dico che li centri di quelli doi cerchi fono diuerfi, cioè che fono in due
 uerfi loca, ouer che non poffo effer deicenti quella doi cerchi fopra un o uero
 fimo centro, ma in diuerfi centri, & le poffibile fuffe (per l'aduerfario) che i centri
 doi cerchi fono medefimo centro, poniamo che questo fia il ponto, e. & che
 ponto, e. fia comun centro di amidi doi detti cerchi, pcedaro le due linee, a.
 c. & e. f. & perche le due linee, e.a. & e. f. fi partono dal centro, e. & vanno alla
 circonferentia del cerchio, a. & b. & f. fono eguali (per la decimaquarta di questo)
 ue del primo) & fimilmente la linea, e.c. f. etia in lei ouale alla linea, e.a. & per
 che anchora loro vanno da uno centro, e. alla circonferentia del cerchio, a. & b.
 g. & perche le due linee, e.c. & e. f. la parte, e.f. ambe fono eguale alla linea, e.a.
 (per la prima concettione) f. fono etia fra loro eguali, la qual cosa e' impoffibile



le (per la vicina concorrenza) che la parte sia eguale al tutto, seguita adunque che li detti due cerchi non possono haver in uno medesimo centro che gli sia common ad ambeduoi ma diuersi che essi propoſano.

Theorema.v. Propoſitione.vi.

6 El centro di cerchi che ſra loro ſi toccano, l'e neceſſaria che non ſia
6 un medefimo.



Siano li duei cerchi *a.b.c.d.e* che ſi tocchino ſra loro nel punto *a*. dico che li centri de' queſti duei cerchi ſono diuerſi, cioe che non possono haver uno centro che gli ſia common ad ambeduoi, & ſe per il ſuſſe poſſibile (per l'aduerſario) che ambeduoi li detti cerchi habbiano vno ſol centro che gli ſia common a tutti duei, quello ſara nel cerchio minore, qual poſſemo ſia il punto *d* hor di centro *d* prodotto le due linee *d.a.* & *d.b.c.* & perche le due linee *c.d.* & *d.a.* vanno dal centro alla circonſerentia del cerchio *a.b.c.d.e* ſarano eguale (per la decima quarta diſtintione del primo) ſimilmente la linea *d.b* ſara pur eguale alla linea *d.a.* per la decima quarta diſtintione del primo) perche ambedue vengono dal centro alla circonſerentia del cerchio *a.b.* per eſſer adunque le due linee (cioe *d.c.* & la parte *d.b*) oſcuſa eguale alla linea *d.a.* ſarano etiam ſra loro eguale (per la prima concorrenza) la quale e' impoſſibile che la parte *d.b* ſia eguale al tutto, cioe alla *d.c.* (per la vicina concorrenza) adunque li detti duei cerchi non possono haver un medefimo centro ſeguita adunque che ſian diuerſi, che e' il propoſito, & ſe li detti cerchi ſuſſero eſpoſiti dalla parte di fuora il propoſito ſaria da ſe manifeſto perche ciaſcun haueria il ſuo centro in mezzo per la diſtintione del centro, di che non haueranno un medefimo centro anzi ciaſcun di loro haueria il ſuo dentro di ſe.

Theorema.vi. Propoſitione.vii.

7 Se in el diametro d'un cerchio ſia ſignato un ponto, il qual non ſia il
7 centro, & da quello ſiano dette piu linee rette alla circonſerentia, quella che tranſita ſopra il centro ſera piu longhiſſima de' tutte le altre, & quella che copira il diametro ſera piu breueſſima di tutte le altre, & quella che ſera piu propinqua al centro ſera piu longa delle altre che manco ſe egli accoſtano, & quanto piu ſerano remote dal centro, tanto piu conuenſono eſſer piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente diſtante alla breuiſſima e' neceſſario eſſer eguale.



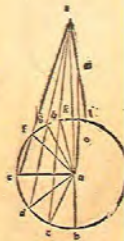
Sia il cerchio *a.b.c.d.e* il diametro del quale ſia la linea *a.f.* & il centro di quello ſia il punto *h*. & ſopra *a.f.* ſia ſignato il ponto *k* fuora del centro, & dal quale ſiano dette piu linee le quali ſiano *k.a.* *k.b.* *k.c.* *k.d.* *k.e.* *k.f.* *k.g.* alla circonſerentia ſia *h.a.* *h.b.* *h.c.* *h.d.* *h.e.* *h.f.* *h.g.* tranſita ſopra il centro *h*. & la *a.f.* ſia il compimento del diametro, & ſia *k.c.* & *k.g.* equidistanti a *k.f.* dico che li duei ponti *k.g.* ſiano equalmente diſtanti dal ponto *h* ouer che l'angolo *h.k.g.* ſia eguale al angolo *h.k.c.* Dico che la *k.a.* e' piu longhiſſima di ciaſcuna delle altre (per eſſer quella che paſſa ſopra il centro *h*) & la *k.f.* la piu breuiſſima di ciaſcuna delle altre perche quella che compie il diametro *a.k.f.* le altre linee tanto ſon piu longe quanto ſon piu propinque al centro *h*. verbi gratia la *k.b.* e' piu longa de *k.c.* & *k.g.* e' piu longa de *k.d.* & *k.e.* e' piu longa de *k.f.* & *k.g.* ſono eguale. Et p dimoſtra queſte coſe

iose io tirato dal centro h le linee $h.b.h.c.h.d.h.e$ & perché li doi lati $h.b.h.c$ & $h.c.h.d$ del triangolo $h.b.c$ sono maggiori (per la vigesima del primo) dell'angolo $b.h.c$ & perché $h.b.h.c$ è uguale all'angolo $b.h.c$ (perché ambe vengono dal centro h alla circonferenza) & simili comunemente il lato $h.c$ tutta la linea $a.k$ sarà uguale all'arco $h.c$ & li doi lati $h.c.h.d$ & $h.d.h.e$ sono maggiori (come è detto) del lato $h.c$ & seguita adunque che tutta la linea $a.k$ (per comune scienza) sia maggiore della linea $b.c$ & per la medesima ragione sarà maggiore etiam de ciascuna delle altre che è il primo proposito. Anchora perché li doi lati $h.b.h.c$ & $h.c.h.d$ (del triangolo $h.b.c$) sono maggiori (per la decima vigesima del primo) del lato $h.c$ perché il detto lato $h.c$ è uguale alla linea $h.f$ (per la quattordicesima del primo) adunque li doi lati $h.b.h.c$ & $h.c.h.d$ (per comune scienza) saranno maggiori della detta linea $h.f$ tirando comunemente il lato $h.c$ & (per la terza concorrenza) il lato solo $h.c$ sarà etiam maggiore dell'altro rimanente cioè de $h.b$ & $h.d$ con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore dell'altra medesima linea $h.f$ & questo è il secondo proposito. Anchora perché li doi lati $h.b.h.c$ & $h.c.h.d$ del triangolo $h.b.c$ sono uguali alli doi lati $h.c.h.d$ & $h.d.h.e$ del triangolo $h.c.d$ & l'angolo $b.h.c$ è maggiore dell'angolo $c.h.d$ (per la vigesima quarta del primo) la base $b.c$ sarà maggiore della base $c.d$ & per la medesima ragione $a.k$ sarà maggiore de $k.d$ & $k.d$ sarà maggiore de $k.e$ & di questo è il terzo proposito. Anchora se le due linee $k.e$ & $k.g$ non sono eguali (per l'adversario) una sarà maggiore dell'altra: hor poniamo che la $k.g$ sia maggiore della $k.e$ della detta $k.g$ ne segneremo la parte $k.l$ (per la terza del primo) & quale alla $k.e$ & si produrrà la $l.m$ che sia segna la circonferenza in ponto m & per l'angolo $g.k.l$ equal all'angolo $f.k.e$ (dal presupposto) & (per la terza del primo) l'angolo $j.k.h$ è uguale all'angolo $e.k.h$ & li doi lati $l.k$ & $k.h$ del triangolo $l.k.h$ sono uguali alli doi lati $k.c$ & $k.h$ del triangolo $k.c.h$ & l'angolo $g.k.l$ è uguale alla base $h.c$ & perché la $h.m$ è etiam lei uguale alla detta $h.c$ (per la quattordicesima definizione del primo) se seguita adunque (per la prima concorrenza) che la $l.m$ sia uguale alla $h.m$ la qual cosa è impossibile sono adunque le due linee $k.g$ & $k.e$ eguali che è il quarto proposito & questa tal figura dal volgo è chiamata pe di oca.



Theorema.vii. Propositione.viii.

Se fuora d'un cerchio sia signato un ponto, & da quello alla circonferenza siano drette più linee segnando il cerchio, quella che transita sopra il centro sarà più longa de ciascuna delle altre, & le più propinque al centro saranno più lunghe delle altre più remote. Et quelle linee parzialmente applicate alla circonferenza di fuora tra quelle che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascuna delle altre, & le più propinque a quella saranno più corte delle più lontane. Et le due linee che dall'una banda, e l'altra egualmente se appropinquano alla breuissima sono eguale.



La il ponto a signato di fuora del cerchio $b.c.d.e.f.$ il centro di quale sia il ponto a dal ponto a siano drette più linee alla circonferenza segnando il detto cerchio segna li punti $a.k.n.b.a.h.c.g.d.f.a$. Et dico che la $a.b$ che transita sopra il centro n sarà più longissima de tutte le altre a una per vna: et dico che la $a.c$ è maggiore della $a.d$ per esser più propinqua al centro n & similmente la $a.d$ sarà maggiore della $a.e$ oltre di questo dico che delle linee parziali di fuora del cerchio la linea $a.k$ sarà più breuissima de tutte le altre a una per vna per esser quella che giace in diretto con lo diametro $b.c$ & dico che la

a.h.e' minore della a.g. (per esser piu propinqua alla detta minima a.k.) similmente a.g. sara minor della a.f. dico anchora che se la sara data la a. i. talmente che quella & la a.h. egualmente distano dalla a.k. cioe che l'angol. k.a.h. sia eguale all'angolo i.a.h. saramo eguale, & per dimostrar questo si produca dal centro delle linee n.m. d.n. c.m. f.n. g.n. h. i. perche li doi lati a.n. & c.n. (dal triangolo a.n.c. (per la vigesima del primo) sono maggiori del lato a. c. ma perche li doi lati a.n. & c.n. sono eguali alla linea a.b. per esser la n.c. eguale alla a.b. (per la quattordicesima diffinitione del primo) seguita adunque che la linea a.b. sia etiam maggiore del detto lato a. c. & per la medesima ragione sara maggiore de tutte le altre a vna per vna, che e il primo proposito. Anchora perche li doi lati a.n. & c.n. del triangolo a.n.c. sono eguali ali doi lati a.n. & c.n. del triangolo a.n.d. (per la decimaquarta diffinitione del primo) & l'angolo a.n.c. e maggiore dell'angolo a.n.d. di che la base a.c. sara maggiore (per la vigesima quinta del primo) della base a.d. & per la medesima ragione la a.d. sara maggiore della a.e. che e il secondo proposito. Anchora perche li doi lati a.h. & c.n. h. (del triangolo a.n.h.) sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato a.n. & per esser la parte n.h. eguale al lato n.h. lo sara solo a.h. (per comune scientia) sara maggiore dell'altro residuo a.k. & per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuori sara maggiore della linea a.k. che e il terzo proposito. Anchora perche le due linee a.h. & h.n. sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee a.g. & g.n. & la h.n. s' e' eguale (per la quattordicesima diffinitione del primo) alla g.n. sara adunque (per comune scientia) la a.g. maggiore della a.h. & per la medesima ragione la a.f. sara maggiore della a. g. che e il quarto proposito. Anchora se la a. i. non e eguale alla a.h. (concluda che lor sian egualmente distanti dalla a.k.) l'una sara maggiore dell' altra (per l'adunatorio) hor poniamo che la a. i. sia maggior della a.h. lo ponero adunque la a.m. eguale alla a.h. & produrò la n.o.m. perche adunque li doi lati m.a. & a.n. (del triangolo m.a.n.) sono eguali ali doi lati h.a. & a.n. (del triangolo h.a.n.) & l'angolo m.a.n. e' eguale all'angolo h.a.n. di che (per la quarta del primo) la base a.m. sara eguale alla base h.a. & perche la n.o. e' anchora lei eguale alla detta base h.a. (per la quattordicesima diffinitione del primo) adunque la n.o. (per la prima constentione) sara etiam eguale alla detta base n.m. laqualcosa e' impossibile che la parte sia eguale al tutto, adunque le dette due linee a.i. & a.h. non puo esser maggior di l'altra, seguitara adunque che l'una sia eguale all'altra, che e il quinto proposito, & sappi che la figura de questa propositione e' detta dal talgo corda di passione.

Theorema.viii. Propositione.ix.

2 Se dentro a' un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano due
3 te piu che due linee alla circonferentia eguale, quel ponto e' necessa-
sario esser centro di quel cerchio.

Se il ponto a. signato dentro del cerchio b.c.d. dal qual siano dette le tre linee a.b. a.c. & a.d. alla circonferentia, lequale pongo, che siano eguale. dico che il ponto a. e' necessario che lui sia il centro del dicto cerchio, & per dimostrar questo lo produrò le doi linee e.b. & e.d. & dividerò l'una e l'altra in due parti eguale (per la decima del primo) cioe d.a. in ponto f. & e.b. in ponto e. & produrò e.a. & f.a. lequale applico dall' una e l'altra parte alla circonferentia, & perche li doi lati a.e. & e.c. del triangolo a.e.c. sono eguali ali doi lati a.f. & e.d. del triangolo a.f.d. & la base a.c. e' eguale alla base a.b. (dal presupposito) di che (per la ottava del primo) l'angolo e. del uno sara eguale all'angolo e. dell' altro & per la tredicesima del primo) li doi doi angoli quali terminano nel ponto

ponto. e' ciascun di loro sera retto, similmente anchora l'uno e l'altro delli doi angoli che sono al ponto. & e' retto adunque perche la d. diuide la c. b. orthogonalmene & in due parti eguale nel ponto. e quella per (lo correlario della prima di quello) tranfita per lo centro del dato cerchio. d. e. b. similmente anchora la. x. g. per lo medefimo correlario) tranfira per lo medefimo centro del dato cerchio, adunque sel centro del cerchio d. b. d. e. nella linea. l. h. & nella linea. x. g. e' neceffario che quel fia il ponto della interfezione delle dene due linee (Goe il ponto. a. p. e' un po'to comune a l'una e l'altra linea) che e' il p'posito. Anchora per vn' altro modo fe pouia far quella demoftratione, hor fia il cerchio a. b. c. d. quale fia tutto il ponto. d. & dal detto ponto. d. pono che ne cada le tre linee. d. a. d. b. & d. c. eguale. Dico che'l detto ponto. d. e' il centro del dato cerchio a. b. c. d. & e' poffibile fuffe (per l'aduertario) che'l detto ponto. d. non fia il detto centro, necellario adunque che lui fia in qualche altro loco, hor poniamo che fia il ponto. e. & lo tiraro dal ponto. d. al ponto. a. la linea. d. e. & quella. & tiraro in diremo da ambe le parti fina alla circonferentia, toccando quella nelli doi ponto. d. & g. adunque. e. g. era il diametro del cerchio a. b. c. d. perche nel diametro. e. g. e' tutto il ponto. d. il quale non e' il centro del detto cerchio (per l'antifatione del aduertario) & e' dal detto ponto. d. sono tirate le li. e. d. & d. b. & d. g. delle quale. d. g. (per la fentenza di quello) era la piu longhiffima de tutte le altre, & la linea. d. e. era maggior della. d. b. & la. d. b. era maggior della. d. a. la qual cofa fiera contra il prefuppofto, po'che fu prefuppofto che le. d. a. & d. b. c. fuffero eguale. di che fiera impoffibile che effendo eguale l'una po'ffe effer maggior del l'altra, feguita adunque che'l detto centro (non poffendo effer in altro loco ino'ra del ponto. d.) fia il proprio ponto. d. che e' il p'posito.

Theorema. ix. Propofitione. x.

⁵⁰ Se uno cerchio fecha un'altro cerchio, eglie neceffario che quello
⁵⁰ lo fechi fo, amene in duoi luoghi.

Siano (ie glie poffibile) per l'aduertario li doi cerchi che li fechino in piu che in duoi luoghi, poniamo fopra l'uno punto. a. b. c. & o' produco le due linee. a. b. & a. c. & quelle diuidiro in due parti eguali in li ponto. d. & e. & dal ponto. e. produco la linea. e. f. perpendiculari fopra la linea. a. b. & dal ponto. d. la linea. d. f. perpendiculari fopra la linea. a. c. & fechan li due linee. e. f. & d. f. in ponto. f. (per lo correlario della prima di quello) il ponto. f. era il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cofa e' impoffibile (per la quinta di quello.)

Theorema. x. Propofitione. xi.

¹¹ Se uno cerchio toccara di dentro da fe un'altro cerchio, & che da
¹¹ l'un centro all'altro fia condotta una linea retta, alougando quella dretamente nerfo la parte doue li toccano, le neceffario che quella tranfira per il ponto del toccamento.

Siano li doi cerchi. a. b. c. & a. d. e. li quali li tocchin fra loro di dentro via nel ponto. a. & fia il centro di'l cerchio a. b. c. & g. fia il centro di'l cerchio a. d. e. & fia duto dal centro. d. al centro. g. la linea. g. Dico che alougando la detta linea. e. g. verfo la. le neceffario che quella tranfira per lo ponto. a. & fe poffibile for fe (per l'aduertario) che quella non tranfira per lo detto ponto. a. poniamo che quella po'ffe tranfira come fa la linea. e. g. h. della feconda figura) produco le due linee. a. g. & a. d. & perche il ponto. l. e' il centro del cerchio a. b. c. & le due linee. e. a. & d. h. (per la diffinitione del cerchio) fierauno eguale, & perche li doi lati. e. g. &



g.a. del triangolo a.e.g. (per la vigesima del primo) non più lunghi del lato f.g. seranno etiam più lunghi (per communia scientia) della linea. f. h. hor levando comuniamente lo lato f.g. lo lato solo, g. z. per communia scientia seria etiam più lungo del residuo g.h. & perche la g.h. è uguale (per la diffinitione del orschio) alla g.a. diche la g.a. è maggior della g.h. seguita (per communia scientia) che la g.a. sia maggior euà lei della g.h. la qual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto. A douque se la linea f.g. siogandola verso a. non può transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto a. de necessita adon que transira per quello che è il proposito.

Theorema.xi. Propositione.xii.

- 11 Se seranno duei cerchi che si tocchino fra lor della parte di fuora
12 conducendo una linea retta dal l'un centro all'altro quella tal linea transira per il ponto del toccamento.

Siano li duei cerchi a.b.c. & a.d.e. contingenti fra loro de fuora via nel ponto a. & il centro del cerchio a.b.c. sia il ponto f. & il centro del cerchio a.d.e. sia il ponto g. dico che conducendo dal centro f. al centro g. la linea f.g. quella de necessita transira per lo ponto a. et se possibi fusse (per l'aduersario) che quella transira come fa la linea f.o.d.g. dal ponto a. siano tirate le due linee. z. f. & a.g. collimando il triangolo a.e.g. adouque perche il ponto f. è il centro del cerchio a.b.c. la linea f.a. sera uguale alla linea f.c. (per la diffinitione del cerchio) similmente perche il ponto g. è il centro del cerchio a.d.e. la linea a.g. sera uguale alla linea g.d. diche le due linee f.c. & g.d. faranno uguale alli doi lati a.f. & g.a. del triangolo a.e.g. & perche tutto il lato f.e. d. g. è maggior delle due linee f.c. & g.d. diche etiam (per communia scientia) maggiori dell' doi lati a.g. & a.f. la qual cosa è impossibile (per la vigesima del primo) che vn lato d'un triangolo sia maggior dell' altri doi lati, immo sempre bisogna che sia minore come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adouque che tirando dal centro f. al centro g. la linea f.g. non può transire per altro loco che per lo ponto a. che è il proposito.

Theorema.xii. Propositione.xiii.

- 13 Se uno cerchio toccherà un altro cerchio, di dentro, ouer di fuora,
14 lo toccherà solamente in un loco.

MA se pur fusse possibile che vn cerchio tocchi un altro cerchio di dentro, ouer di fuora in doi luoghi, potremo primamente che il cerchio a.b.c.d. sia toccato dal cerchio e.h.f.g. in doi punti b. & d. tirando adouque dal ponto d. al ponto b. la linea b.d. la qual linea b.d. per la seconda di questo cadesse di dentro di ambedoi li detti cerchi, & diuidendola in due parti equali nel ponto g. & dal ponto g. tirando la linea a.g. & ortogonalmente sopra la detta linea b.d. di quella (per lo correlario della prima di questo) transira per ambedoi li centri delli detti doi cerchi, adouque la linea a.g. c. transira per li doi centri delli detti doi cerchi contingenti, & non passira per alcun delli doi punti b. & d. la qual cosa è impossibile per la precedente propositione. seguita adouque che vno cerchio non può esser toccato da vn altro cerchio di dentro via in più de uno luogo solo, che è il primo proposito. hor veniamo alla demonstratione del secondo & poniamo che i cerchi a.b.c.d. (se possibi) e' per l'aduersario sia toccato dal cerchio a.e.f. de fuora via nelli doi punti a. & c. tirando adouque dal ponto a. al ponto c. la linea a.c. quella cadesse fuora del cerchio a.b.c. & la qual cosa è impossibile (per la seconda di questo, adouque seguita il proposito.

eguali, similmente li doi quadrati delle due linee, $e.f.$ & $e.g.$ seran etià egli, & esser le dette due linee eguale dal presupposito, cauando adunque del quadrato della $e.d.$ il quadrato della $e.f.$ & del quadrato della $e.g.$ il quadrato della $e.g.$ li doi rimanceran per la terza concetione, seranno etiam eguali liquali doi rimanceran l'uno s'era (per la penultima del primo) il quadrato della linea $d.f.$ l'altro s'era il quadrato della linea $e.g.$ di che se'l quadrato della $d.f.$ e' eguale al quadrato del $e.g.$ seguita che la $d.f.$ sia eguale alla $e.g.$ & se la $d.f.$ e' eguale alla $e.g.$ il doppio della $d.f.$ (cioe la $d.a.$) s'era eguale al doppio della $e.g.$ (cioe alla $a.b.$) & questa e' la seconda parte del proposito.

Theorema xiii. Proposizione. xv.

- ¹⁴ Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro s'era maggior de ciascuna delle altre, & quelle che seranno piu ppinque al detto diametro seranno piu lunghe di quelle che gli seranno piu lontane.

Sia come in lo cerchio $a.b.c.d.$ il centro di quale sia il ponto $e.$ nel qual caschi uno piu linee lequale siano $a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.$ & sia la linea $a.e.d.$ del diametro del detto cerchio, dico la detta linea $a.e.d.$ esser la piu longhissima de ciascuna delle altre, & la linea $f.g.$ esser piu longha della linea $h.k.$ per esser piu ppinqua al detto diametro $a.e.d.$ & similmente la linea $a.c.$ e' maggiore (per la medesima causa) della linea $a.b.$ Et per dimostrar questo dal centro $e.$ alla estremita delle due linee, io tirero le linee $e.b.e.c.e.d.e.f.e.g.e.h.e.k.$ & perche li duoi lati $e.f.$ & $e.g.$ del triangolo $e.f.g.$ sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato $e.g.$ & li predetti doi lati insieme sono eguali al diametro $a.e.d.$ perche ciascuno di loro s'eno la mita del diametro (per la diffinitione del cerchio) adonche il diametro $a.e.d.$ (per comune scientia) s'era etiam lui maggiore del ditto lato $e.g.$ & p' la medesima ragione s'era etià maggiore della $a.c.$ & così anchora s'era maggiore de $a.b.$ & etiam de $a.h.$ ma che $f.g.$ sia maggior de $h.k.$ & $a.c.$ de $a.b.$ se m'auis restara in questo modo perche li doi lati $e.f.$ & $e.g.$ del triangolo $e.f.g.$ sono eguali al li doi lati $e.b.$ & $e.c.$ del triangolo $e.b.c.$ (perche tutte vanto dal centro alla circonferentia) & l'angolo $f.e.g.$ e' maggiore dell'angolo $h.e.k.$ & la basa $f.g.$ (per la vigesima quarta del primo) s'era maggiore della basa $h.k.$ similmente anchora li doi lati $a.c.$ & $e.c.$ del triangolo $a.c.e.$ sono eguali al li doi lati $a.b.$ & $e.b.$ del triangolo $a.b.e.$ & l'angolo $a.c.e.$ e' maggiore del angolo $a.b.e.$ di che la basa $a.c.$ e'era maggiore (per la detta vigesima quarta del primo) della basa $a.b.$ & così il proposito vira a esser concluso.

Theorema. xv. Proposizione. xvi.

- ¹⁵ Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio s'era ditta orthogonalmente una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio, & fra quella e il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. E l'angolo contenuto da quella, & dalla circonferentia e' piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferentia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.

Sia il cerchio $a.b.c.d.$ descritto sopra il centro $d.$ il diametro del quale sia la linea $a.c.$ dico che tirando dal ponto $a.$ una linea che sia perpendicolare alla linea $a.c.$ quella tal perpendicolare de ne necessita cadere de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, ouer perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio non e possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. E l'angolo contenuto dalla detta linea, ouer perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio e minore de ogni angolo rettilineo, (cioe che sia contenuto da due linee rette) & questo angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia e' maggiore



e maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette. lequal cose se dimostraranno a vna per vna. hor cominciando dalla prima dico che tirido dal punto a. vna linea retta perpendicolare al diametro a. c. de necessita cadera de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea a. b. dal centro d. prodoro la linea d. b. & sera coluidio il triangolo d. a. b. di quale li doi lati d. a. & d. b. sono equali (perche vanno dal centro alla circonferentia) di che li doi angoli d. a. b. & d. b. a. (per la quinta del primo) seran equali & per la linea a. b. perpendicolare sopra a. c. (per il presupposito) l'angolo b. a. d. sarebbe retto di che anchora l'angolo d. b. a. seria pur retto, donde il triangolo a. b. d. hauera dai angoli retti la qual cosa e impossibile (per la trigesima seconda del primo) seguita adouque che tirando dal punto a. vna perpendicolare al diametro a. b. quella de necessita cadera de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea a. e. hor dico che fra la detta linea a. e. & la circonferentia non e possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo che gli capisca la linea a. f. alla qual linea a. f. dal centro d. produremo vna perpendicolare la qual poniamo (se possibile e) che quella sia la linea d. g. & perche l'angolo d. g. a. (del triangolo d. a. g.) seria retto donde l'angolo g. a. d. (per la trigesima seconda del primo) seria a elui menore d'un angolo retto di che la linea d. g. (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato d. g. (per esser opposto a maggior angolo) la qual cosa e impossibile, anzi la detta d. g. seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioe dalla circonferentia al punto g. per laqual cosa seguita che fra la detta linea a. e. & la circonferentia a. b. non puo capir alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia a. b. & dalla linea retta a. e. (il quale e detto angolo d'ella contingentia) e minore de ogni angolo contenuto da due linee rette, ma scilicet un angolo retto non potesse essere eguale, ouer minor dell'angolo del la contingentia quello tal angolo se potia diuidere (per la nona del primo) in due parti equali, di che seguita che tra la linea a. e. & la circonferentia a. b. potesse capir vna linea retta laqual cosa e impossibile, come de sopra e sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro a. c. & dalla circonferentia effer maggiore de tutti u angoli acuti contenuti da due linee rette perche non e differente dell'angolo retto se non in l'angolo d'ella contingentia laqual hauemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Correlario.

¹⁶ Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta datta da l'un di termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella effer contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocchi al detto cerchio solamente in vno punto, perche eglie dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de doi punti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segnando quello, laqual cosa bisogna dimostrar.

A Nchora per cose dette di sopra le da esser notado che non vale questa argumentatione che dice quello transire dal minore al maggiore & per tutti i mezzi. Adouque transire etiam per lo eguale. Ne anchora questa tra che dice trouando il minor & lo maggior d'una cosa, e possibile trouar etiam lo eguale, laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio a. b. descritto sopra il centro c. il diametro di quale sia la linea a. c. b. & dal suo termino c. sia datta la linea a. d. orthogonalmente la qual fara (per lo correlario di questa) contingente con lo cerchio a. b. nel pto a. sia anchora descritto sopra il punto a. secondo la qualita del diametro a. b. il cerchio b. e. d. & sia innestinato la linea retta a. b. effere mocha sopra il punto a. per la circonferentia dell'arco b. e. d. tirando che po to b. numeri tutti li punti dell'arco b. e. d. perfino a tanto che quella peruenga



sia linea. a. d. euoprendo quella, & perche l'angolo. b. a. d. e' retto il fera co-
me il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea. a. b. non habbia
fatto vno (con lo diametro del cerchio minore) cioe con la linea retta. a. c. b. bi-
bile a lui eguale, perche quella ha transitio all'angolo retto numerando il suo del
tutti li angoli acuti diquali e manifesto alcuni essere minori dell'angolo de me-
zo cerchio (contenuto dalla circonferentia. a. b. & dal diametro. a. c. b.) l'angolo
retto e manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transitio fatto
dall' angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo se sia fa-
to che sia a quello eguale, se se pur fusse possibile quella ne habbia confutando alcu-
no poniamochel sia quello che habbia fatto la linea. a. b. mobile quando il peso
b. e' giunto sopra il punto. e. dell' arco. b. e. d. perche adunque l'angolo. e. a. b. e'
quale all'angolo del detto semicirchio, ma l'angolo del detto semicirchio e lo am-
plissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di que-
sta) dilche l'angolo. e. a. b. seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti con-
tenui da linee rette. Sia adunque d'auio l'angolo. e. a. d. in due parti eguale (per la
nona del primo) per la linea. a. f. dilche (per communia scientia) l'angolo. f. a. b. e'
ra piu ampio dell'angolo. e. a. b. per laqual cosa seguita che alcun angolo acuto
retilineo fera piu ampio del amplissimo, laqual cosa e' impossibile, anchora se poo
procedere in questaltro modo ponendo per che l'angolo. e. a. b. sia eguale all'an-
golo del semicirchio, & perche l'angolo del semicirchio con l'angolo della con-
tingentia sono eguali all'angolo retto similmente l'angolo. e. a. b. con l'angolo. e.
a. c. e' eguale a vno angolo retto dilche l'angolo. e. a. d. (per communia scientia)
saria eguale all'angolo della contingentia, & perche l'angolo della contingentia
e acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per la terza parte di
questa) l'angolo adunque. e. a. d. da lui eguale fera etiam acutissimo de tutti li an-
goli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo. e. a. d. (per communia scientia) e'
molto piu acuto di lui, adunque il seria alcun angolo retilineo piu acuto de l'ac-
tissimo cioe di quel della contingentia, laqual cosa e' impossibile, come di sopra in
questa fu dimostrato. Adunque non fera alcun angolo retilineo eguale all'angov-
lo del semicirchio contenuto dalla mita della circonferentia. a. b. & dal diametro
a. c. b. & perche la linea. a. b. mobile transisce dal minore al maggiore & per tut-
ti li mezzi & nò per lo eguale, similmente perche il se poo trouare un angolo mag-
gior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rette
etiam non se ne poo ritrouare vno che gli sia eguale egli manifesta la opposi-
tione contra all'una e l'altra argumentatione predesta. Onde a quello e da essere
risposto per destructione.

Problema. ii. Propositione. xviij.

16 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea
17 retta toccante.



Come sia il dato ponto. d. e il dato cerchio. a. b. il centro diqual sia il ponto. e
voglio dal ponto. d. menare vna linea retta che tocchi il cerchio. a. b. produ-
co la linea. d. e. la qual segna la circonferentia del detto cerchio. a. b. nel ponto
a. sopra laquale descritto il cerchio. d. e. secondo la quantita della linea. d. e. sopra
il medesimo centro. a. d. dal ponto. a. produco la linea. a. e. perpendicolare alla
linea. d. e. la qual segna la circonferentia del cerchio. d. e. in lo ponto. e. & produco
la linea. e. c. segna la circonferentia del cerchio. a. b. in lo ponto. b. e di poi pro-
duco la linea. d. b. laqual fera toccare il cerchio. a. b. nel detto ponto. b. perche li
duo lati. a. e. & e. c. del triangolo. a. e. c. sono eguali alli duo lati. b. o. c. e. d. del tri-
angolo. b. o. c. e. l'angolo. c. e' comun all'vn e l'altro, dilche (per la quarta del
primo) l'angolo. e. a. e. fera eguale all'angolo. d. b. e. ma l'angolo. e. a. e. e' retto per
laqual cosa l'angolo. d. b. e. fera etiam retto. Adunque per lo correlario della pre-
cedente la linea. d. b. fera toccare il cerchio. a. b. che e' il proposto.

Theorema

Theorema.xvi. Proposizione.xviii.

17 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si meni una linea retta e necessario che la sia perpendicolare sopra di la et toccherà

Si la linea $a.b$ la qual tocchi il cerchio $c.d$ nel punto e il centro di quale cerchio sia il punto d si fa congiungere il detto punto e con lo centro d per la linea $d.e$. dico questa tal linea $d.e$ esser perpendicolare sopra la linea $a.b$. o . che toccherà se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea $a.b$. (per l'adversario) poniamo adunque che quella sia la linea $d.f$ cioè che la linea $d.f$ sia perpendicolare sopra la detta linea $a.b$ la qual segnerà la circonferenza del cerchio in punto e . di che l'uno e l'altro delli due angoli che sono al e son retti adiong l'angolo $d.e.d$ (per la trigesima seconda del primo) sarà minor d'un retto, il che sarà etiam minor dell'angolo $d.f.e$ se quita adunque che il lato $d.e$ (per la decima nota del primo) sia maggior del lato $d.f$. la qual cosa è impossibile che il minor sia maggior del maggior donde el si manifesta $d.e$ esser perpendicolare sopra la $a.b$ che è il proposito.



Theorema.xvii. Proposizione.xix.

18 Se una linea retta toccherà uno cerchio & dal punto del toccamento nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima e necessario esser il centro.

Si sia la linea $a.b$ toccherà il cerchio $c.d$ nel punto e & dal punto e sia detto dentro del detto cerchio $c.d$ una perpendicolare alla linea $a.b$ la quale sia la linea $e.c$. dico che il centro del detto cerchio $c.d$ è nella linea $e.c$ (questa è al contrario della precedente) che possibile è che il detto centro non sia in la detta linea $e.c$ e de necessitate sarà lo qualche altro loco de fuori di essa linea $e.c$ poniamo adunque che si il punto d sia prodeuola linea $d.e$ la qual linea $d.e$ (per la precedente) s'èta perpendicolare sopra alla linea $a.b$ la qual cosa è impossibile consista che la linea $e.c$ sia perpendicolare sopra di detta linea $a.b$ il che non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo punto e perché si seguita quello disconueniente che l'angolo $d.e.c$ sia uguale all'angolo $e.c.a$ perché ambedue s'ariano retti, seguita adunque che il centro del detto cerchio $c.d$ non possiamo esser fuori della linea $e.c$ si sia in essa linea $e.c$ che è il proposito.



Theorema.xviii. Proposizione.xx.

19 Se in un cerchio s'era costruendo uno angolo sopra il centro, e uno altro sopra la circonferenza liquali habbino una medesima base de circonferenza l'angolo dal centro s'era doppio all'angolo della circonferenza.

Come sia il cerchio $a.b.c$ il centro di quale sia il punto d nel quale sia l'angolo $a.d.c$ sopra il centro & l'angolo $a.b.c$ sopra la circonferenza & sia l'uno e l'altro de dotti angoli sopra la medesima base laqual è la circonferenza $a.c$. Dico che l'angolo $a.d.c$ è doppio all'angolo $a.b.c$ laqual cosa si appropria in questo modo perché le due linee $a.b$ & $b.c$ ovvero inclinano di dentro da loro le due linee $a.d$ & $d.c$ ouer che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea ouer che una delle due linee $a.b$ & $b.c$ segnerà una delle due linee $a.d$ & $d.c$ ouer $a.d$ & $d.c$ segnerà una delle due linee $a.b$ & $b.c$ inclinano di dentro da loro le due linee $a.d$ & $d.c$ come in la prima figurazione appare & sia prodotto la linea $a.d$ (per la prima del primo) l'angolo $a.d.c$ di fuori e uguale alli due angoli di dentro liquali sono $a.b.d$ & $b.d.c$ (del triangolo $a.b.d$) & perché li detti due angoli $a.b.d$ & $b.d.c$ sono



quali fra loro (per la quinta del primo) l'angolo $a.d.e.$ era doppio all'angolo $a.b.d.$ similmente anchora l'angolo $e.d.c.$ era doppio all'angolo $d.b.c.$ per la qual cosa tutto l'angolo $a.d.e.$ doppio a tutto l'angolo $a.b.d.$ che e il proposito. Ma se vna delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ passasse sopra vna delle due linee $a.d.$ & $c.d.$ talmente che facessero insieme vna linea sola (come nella seconda figurazione appare) dico anchora che l'angolo $a.d.e.$ doppio all'angolo $b.d.c.$ che (per la detta quinta & trigesima seconda del primo) per se manifesta, perché l'angolo $a.d.c.$ di fuori e eguale alli doi angoli $a.d.b.$ & $a.d.c.$ di dentro li quali sono eguali (per la detta quinta) pero l'angolo $a.d.c.$ era doppio all'angolo $b.d.c.$ che e il proposito. Ma se vna delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ segnavano delle due linee $a.d.$ & $c.d.$ (come nella terza figurazione appare doue la linea $a.b.$ segna la linea $a.d.$ & la seconda la linea $b.d.$ doue per le ragion dette nella stessa figurazione l'angolo $a.d.c.$ doppio all'angolo $b.d.c.$ similmente tutto l'angolo $a.d.e.$ e per doppio a tutto l'angolo $b.d.c.$ piuqualcosa l'angolo $a.d.c.$ doppio all'angolo $a.b.c.$ che e tutto l'angolo $a.d.e.$ doppio a tutto l'angolo $a.b.c.$ che l'angolo $d.a.c.$ parte di tutto l'angolo $a.d.c.$ e doppio all'angolo $b.d.c.$ che e parte del tutto l'angolo $b.d.c.$ per cuiuna solita se il residuo $a.d.c.$ era triplo doppio al residuo $a.b.c.$ che e il proposito.

Il Traduttore.

EL testo di questa sopra scritta proposizione, tolto secondo che parla la prima traduzione pareria opposizioni assai, perché lei dice che se in un cerchio sia costituito vn angol sopra il centro & vn altro sopra la circonferenza li quali habbiano vna medesima basa lo inferiore sera doppio al superiore, lo qual non se gustara se in vn cerchio (qual sia il cerchio $a.b.c.$ di questa quarta figurazione) sia tirata vna linea retta, qual sia $a.a.c.$ & congiungendo le due estremita di quella con il centro $d.$ etiam con vn punto tolto nel arco $a.b.c.$ (qual sia il punto $b.$) sera costituito li doi angoli, cioè l'angolo $a.d.c.$ sopra il centro & l'angolo $a.b.c.$ sopra la circonferenza li quali hanno vna medesima basa che e la detta linea $a.c.$ e niente dimeno l'angolo $a.d.c.$ sopra il centro non e doppio all'angolo $a.b.c.$ sopra la circonferenza, come facilmente si puo parare. & pero più correttamente parla il testo della seconda traduzione, qual vol che li doi angoli habbino e qual circonferenza, cioè equal basa di circonferenza e non de linea retta, e pero tutto quel spazio, che e attorno all'angolo $a.d.c.$ doppio all'angolo $a.b.c.$ per che hanno vna medesima basa di circonferenza che e la circonferenza $a.b.c.$ & per dimostrarlo se tirara la linea $b.d.$ & quella allungaro per fina alla circonferenza in punto $e.$ & perché l'angolo $c.d.e.$ (per la prima parte della trigesima seconda del primo) e eguale alli doi angoli $d.b.c.$ & $d.b.e.$ li quali sono equali (per la quinta del primo) e pero verra a esser doppio all'angolo $d.b.c.$ & per le medesime ragioni l'angolo $d.a.c.$ era etiam doppio al angolo $a.b.c.$ & pero tutto il spazio composto dell'entrambi angoli $a.d.c.$ & $d.a.c.$ era doppio a tutto l'angolo $a.b.c.$ che e il proposito.

Theorema.xix. Propositione xxi.

Se in una porzione di cerchio sieno molti angoli sopra d'il arco costituidi, sieno infra loro equali.

Come sia in la porzione $a.d.b.$ del cerchio $a.d.b.$ il centro di qual sia il punto $d.$ Et sieno molti angoli sopra l'arco $a.d.b.$ della portion maggiore liquali sieno $a.c.d.$ & $c.d.e.$ quelli dico esser equali fra loro, & per dimostrare questo sia tirata la corda $a.b.$ & dalle sue due estremita siano ducte al centro $d.$ le due linee $a.d.$ & $b.d.$ & d'el' d'angolo $a.c.d.$ & $c.d.e.$ costituito sopra il centro (per la precedent) sera doppio a ciascuno di loro, seguita adunque che ciascuno dell'entrambi angoli $a.c.d.$ & $c.d.e.$ sia la mita de l'angolo $d.$ di che (per la 7. portione) serano equali, che e il proposito.

Il Traduttore.

PER le dimostrazioni di sopra adunte e manifesto il proposito, in quanto alla portion maggiore, ma se li doi angoli seranno sopra l'arco della portione minore



menore, come in la seconda figura appare (per quel che dimostrammo sopra la precedente) e manifestò il proposito, perche cadauno delli detti angoli e la metà de di quella qual'è di spazio che circonda l'angolo. f . onde per la stessa cosa cerchior seguita il detto proposito.

Theorema. xx . Proposizione. $ixxi$.

- 21 Se dentro a' uno cerchio s'era descritto uno quadrilatero, qualun-
 22 que duoi angoli contraposti di quello è necessario esser equali a' duoi angoli retti.

Si a il quadrilatero a, b, c, d descritto di dentro del cerchio a, b, c, d qual sia co-
 si conditionato che tutti li suoi quattro angoli terminati a ponno in la circon-
 ferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contraposti di quel-
 lo, sono equali a' duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirorò li duoi diametri
 del detto quadrilatero, cioè a, c & b, d . (Se per la precedente) l'angolo c, b, d sia
 ra equali all'angolo a, d, b & l'angolo a, b, d similmente sarà equali all'angolo
 a, c, d per l'equale tutto l'angolo a, b, c sarà equali alli duoi angoli a, c, d & a, d, b .
 & l'angolo del triangolo a, d, c & per che li detti duoi angoli insieme con altro angolo
 a, d, e (per la trigesima seconda del primo) sono equali a' duoi angoli retti, se gu-
 tadunque che tutto l'angolo a, b, c insieme con tutto l'angolo a, d, e a lui op-
 pposito, sono equali a' duoi angoli retti, che è il proposito, similmente anchora se
 approuerai li duoi angoli d, b, a & d, c, b (per oppositi) esser equali a' a' angoli retti.



Theorema. xx . Proposizione. $xxiii$.

- 21 Eglie impossibile a' costituire due porzioni di cerchio simile, &
 23 ineguale sopra una assegnata linea retta da una medesima parte.

Si alla assegnata retta linea a, b sopra dellaquale sia fatta la portion di cerchio
 a, b, c . Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà colli-
 ntre vn'altra portione di cerchio, che sia simile a' questa, & che sia maggiore, co-
 mune di lei. Ma se quello sulle possibile sia fatto adonq la portione a, d, b mag-
 giore di quella, non sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo a, c, b in la por-
 tion minore, & l'angolo a, d, b in la portion maggiore, sarà adunque che le due
 linee a, d, b & a, c, b incontrandosi di dentro da loro le due linee a, c, b & a, d, b come ap-
 pare in la prima figurazione, ouer che vna delle due prime se farà vna medesi-
 ma linea con vna delle seconde, come in la seconda figurazione si manifesta, ouer
 che vna segara l'altra (come in la terza figurazione si dimostra) ma se la al primo
 modo l'angolo c (per la vigesima prima del primo) sarà maggiore dell'angolo d ,
 adunque (per la duodecima definizione di questo) non sono simile, ma se la al
 secondo modo al presenter l'angolo c (per la sedicesima del primo) sarà mag-
 giore dell'angolo d , non così adunque le dette due portioni saranno simili (per la
 detta duodecima definizione di questo) ma se la al 3. modo, cioè che la linea a, d seghi
 la linea a, c, b & seghi la circonferentia della portion minore nel punto e & sia due-
 ta la linea b, e l'angolo a, c, b (per la medesima decima scita del primo) è ma-
 giore dell'angolo d , & perche l'angolo a, e, d nell' medesima portion minore do-
 ue è etiam l'angolo c , di che (per la vigesima prima di questo) sarà equali al det-
 to angolo c , seguita adunque che se l'angolo a, e, d maggiore dell'angolo d , simi-
 lmente l'angolo a, c, b sarà etiam maggiore del detto angolo d , per laqual cosa a' non
 modo le dette due portioni sono simili per questo medesimo modo anchora
 in approuerai che sopra la linea a, b non può esser fatto vna portione simile al-
 la portione a, c, b menor de quella, ponendo e in lo loco del d , & e, d in
 lo loco del c , in la pedecima figurazione l'angolo d (per la detta a, e, d & b, e del



primo procedendo per lo modo fatto di sopra, s'era in tutte le dette tre figure
maggiore dell'angolo, & per laqualcosa le dette porzioni non seranno simili. Et
nota che abenchè sia proposto sopra vna medesima linea non possit esser fatto
due porzioni simili ineguale da vna medesima parte, niente dimeno seguita la
verità che le non poun anchor esser fatte da diuerse parte, cioè vna da vna par
te de detta linea, & l'altra dall'altra, perche egli è licito prouare come la minore (la
quale è da vna parte) sopra posta alla maggiore (la qual è dall'altra parte) il farà
necessario per lo contrario modo della ottaua concettione, quella esser ecceduta
dalla maggiore, adonque per la presente. α β γ serant simile, che è il proposto.

Theorema. xxi. Proposizione. xxi.

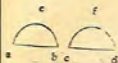
$\frac{22}{24}$ Se simile porzioni di cerchi sono sopra linee eguale, quelle porzi
ni è necessario che sieno equali.

Siano le due linee $a, b, \& c, d$ eguale sopra lequale sieno le due porzioni di cer
chio $a, c, b, \& c, d, e, f, d$ lequale sieno simili. dico quelle medesime esser eguale & le
possibile & che n' siano equali vna di quelle posta sopra all'altra la maggiore esi
cendera la minore (per lo contrario modo della penultima concettione) ma la linea
 a, b non eccede la linea c, d ne quella è ecceduta da lei (conciòsia che sono egua
li dal presupposto) per laqualcosa seguita il contrario della precedente, che è
impossibile, seguita adonque che le dette porzioni siano eguale, che è il proposto.

Problema. iii. Proposizione. xxy.

$\frac{24}{25}$ Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggio
re, ouer minore d'un mezzo cerchio.

Per questa conductione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni
data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque a, b, c , qual si voglia ar
co, del qual voglio compire il cerchio tirato in quello due linee cadichino come si
voglia lequali sieno $a, c, \& b, d$ lequali diuidendo so in due parti equali, cioè $a, e, \&$
 c in ponto e , & b, d in ponto f , & tirando la e, g , perpendicolare alla a, c . Sela
 f, h perpendicolare alla b, d lequali si seghono fra loro in ponto k . (& per lo
correlario della prima di queho il centro del cerchio s'era in l'una & l'altra delle
due linee $e, g, \& f, h$, per laqualcosa il ponto k è il centro, ma s'ela e, g non segha
la f, h , ma siano vna sel lin e, f si come fara se le due linee $a, c, \& b, d$ siano equidis
tante, allhora quella se applicara alla circonferentia del dato arco dall'una & l'al
tra parte adonque diuisa quella per mira de in ponto k , & il s'era il centro del dato
cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee $e, g, \& f, h$ non poun
esser equidistanti, perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una &
l'altra (per il detto correlario) seriano doui centri del medesimo cerchio, & così
questo modo non poel de ogni arco ouer de ogni portione, comunamente demo
strare qualmente se compile il suo cerchio stamen perche il si vede l'autore in
questa conductione variare secondo le diuerse specie dell' archi di tutte le portio
ni, numerando le specie, dimostrando diuissamente per le specie, qualmente se
còpisse il cerchio di ogni data portione, sia adonq primamete la data portione
 a, b , vn mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea a, b s'era
il diametro, diuisa adonq quella per mezzo in pto e , il detto pto, c'era il cen
tro del cerchio, anchora la portio a, c, b , maggior del mezzo cerchio la corda della
qual sia la linea a, b , la d diuido in due parti e s' in ponto d , il qual pto a, d ,
& pto d, b adilla (cioè sia la portio a, c, b , sia maggior del mezzo cerchio) la
 a, d s'era minor del mezzo diametro, & b, d, c è maggiore del mezzo diametro,
adonque a, d, c è maggior che la a, b adonque per la 1 1 del primo l'angolo c ,
 a, d, c è maggior



a, d, f maggiore dell'angolo *a, c, d* sia adunque fatto l'angolo *a, c, e* (per la vigesima terza del primo) e egual all'angolo *a, c, e* prodotta la linea *a, e* la quale seguita a linea *a, d* in punto *e* (per la sesta del primo) la linea *a, e* s'era equale alla linea *a, c* sia adunque tirata la linea *e, b, d* (per la quarta del primo) la linea *e, b* s'era equale alla linea *a, c* per la qual cosa le tre linee *a, e, b, c* sono equale, adunque (per la nona di questo il punto *e* il centro del cerchio sia ancora la porzione *a, c, b* minore del mezzo cerchio, della quale la corda sia la *a, b* la quale dividendo due parti equali in punto *d* dal qual condoto la linea *a, d, f* perpendicolare alla linea *a, b* la quale seguita circonferenza in punto *c* & manifestò questa transire per il centro per il correlario della prima di questo) anchora tiro la linea *a, c* & l'angolo *a, c, d* s'era maggiore dell'angolo *a, c, e* perché nel fusse equale seria la porzione *a, c, b* un mezzo cerchio, & nel fusse minore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & e posso che sia minore adunque tiro la linea *a, e* che faccia con la linea *a, c* un angolo equale al angolo *a, c, d* seguita la linea *a, d* in punto *e*, & e manifestò che il primo *a, c, d* cade di fuori della porzione, & tiro la linea *e, b*, & perché lo angolo totale *a, c, e* equale al angolo *a, c, d* (per la sesta del primo) la linea *a, c, e* es equale alla linea *a, c, d* & perché (per la quarta del primo) la linea *e, b, c* equale alla linea *a, c* (per la nona di questo) il punto *e* è centro del cerchio, per la qual cosa e manifestò il proposto secondo tutte le specie delle porzioni di cerchi.

Theorema. xxiii. Propositione. xxvi.

26 Se in cerchi equali ouer sopra il centro, ouer sopra la circonferenza siano angoli equali e necessario quelli cascare sopra archi egli.

Siano duei cerchi equali cioè il cerchio *a, b, c, d* (il centro del quale sia il punto *d*, & il cerchio *e, f, g, h* (il centro del quale sia il punto *h*, & sopra li centri de quelli siano simili duei angoli *a, d, o* & *e, h, g* li quali siano posti equali, dico che li duei archi *a, b, c* & *e, f, g* sono equali fra loro, la qual cosa le dimostra in questo modo. Siano tirate le due linee *a, c* & *e, g*, & sian simili dal angoli in la circonferenza de quelli che stanno sopra li precedenti archi, li quali siano l'angolo *a, b, c* ouer l'angolo *e, f, g*, perché adunque li duei cerchi sono equali li suoi mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali, & perché li duei angoli *a, d, o* & *e, h, g* sono equali le due linee *a, c* & *e, g* (per la quarta del primo) sono equali, & (per la vigesima di questo) l'angolo *a, b, c* equale all'angolo *e, f, g*, concluda che l'angolo *a, d, o* equale all'angolo *e, h, g*, & l'uno è l'altro e doppio a quello che e costituito sopra della circonferenza del suo arco, pero l'angolo *b* (per commun sententia) s'era equale all'angolo *d* adunque per la penultima diffinitione di questo le due porzioni *a, b, c* & *e, f, g* sono simili, & perché sono sopra le due linee *a, c* & *e, g*, & equale quelle saranno per la vigesima quarta di questo equale fra loro, per la qual cosa l'arco *a, b, c* s'era equale all'arco *e, f, g*. Ma se li duei angoli *a, d, o* & *e, h, g* li quali sono sopra della circonferenza s'era posti equali (per la detta diffinitione) le due porzioni saranno simili, & l'angolo *d* s'era pari per la detta vigesima equale all'angolo *h*, & perché li cerchi sono posti equali (per la quarta del primo) le due linee *a, c* & *e, g* saranno equali per la qual cosa le due porzioni *a, b, c* & *e, f, g* per esser simili & sopra le due linee *a, c* & *e, g* equali saranno (per la detta vigesima quarta di questo) enti fra loro equali li come prima, & l'arco *a, b, c* s'era pari equale all'arco *e, f, g*, & per la quinta commun sententia l'arco *a, b, c* s'era eti equale all'arco *e, f, g*, che e il proposto della seconda tradizione, perché in quella la solam concludo che l'arco *a, b, c* e equale all'arco *e, f, g* & si tamen per questo modo se verifica l'una e l'altra.

Theorema. xxiii. Propositione. xxvii. conuersa della precedente.

26 Se in cerchi equali si coglie archi equali li angoli formati sotto quelli
27 li o siano costituiti sopra li centri de quelli, ouer sopra la circonferenza le necessario che siano equali.



Stano li doi cerchi equali, l'uno sia il cerchio *a.b.c.* (il centro del quale sia il ponto *d.*) l'altro sia il cerchio *e.f.g.* (il centro del quale sia il ponto *h.*) & sia li doi archi *a.b.c.* & *e.f.g.* equali, & siano fatti sopra alli detti archi doi angoli sopra il centro li quali siano *d.h.* dute le linee *a.d.c.d.e.h.g. h.* Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti doi altri angoli in la circonferentia liquali siano *b.f.d.* dute le linee *a.b.c.b.e.f.f.g.g.* Dico li doi angoli *d.* & *h.* esser tra loro equali, & anchora li doi altri angoli *b.* & *e.* esser pur tra loro equali in qualora se dimostra in questo modo. Se li detti doi angoli *d.* & *h.* non sono tra loro equali (per l'aduersario) l'un sara maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo *h.* (se poi si uole) sia maggior dell'angolo *d.* del angolo *h.* ne sia tagliato, ouer seghato l'angolo *k.h.g.* liqual sia equal all'angolo *d.* cioè sopra il ponto *h.* sia fatto l'angolo *k.h.g.* (per la vigesima terza del primo) equal al angolo *d.* (& per la precedente) l'arco *k.e.f.g.* sara equal all'arco *a.b.c.* ma li doi archi *a.b.c.* & *e.f.g.* sono posti equali seguiti ad *g.* (per la prima commona sententia) che l'arco *e.* fuisse equal all'arco *k.e.f.g.* liqual cosa e impossibile (per l'ultima commona sententia) seguita adunque che li doi angoli *d.* & *h.* g. siano equali. Anchora per quel modo che approuerai li doi angoli *b.* & *e.* esser equali, ouero haendo prouato che li doi angoli *d.* & *h.* son equali seguita (per la vigesima de questo) li doi angoli *b.* & *e.* esser equali, & e conuerso. Anchora con simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradatione, cioè che se in cerchi equali li angoli che sono dedicati sopra equali circonferentie sono tra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioè se la circonferentia *a.c.* sia posta equal alla circonferentia *e.g.* della detti doi cerchi equali li angoli *d.* & *h.* fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette doi circonferentie equali) saranno equali (& se non fussero equali per l'aduersario) l'un sara maggior dell'altro, & ponendo pur che l'angolo *h.* fusse maggior dell'angolo *d.* & seggato pur da l'angolo *h.* lo angolo *k.h.g.* equal all'angolo *d.* seguita (per questo fu concluso in fin della precedente) che la circonferentia *k.g.* fuisse equal alla circonferentia *a.c.* (& per la prima commona sententia) la circonferentia *k.g.* sara equal alla circonferentia *e.g.* che e impossibile (per la prima commona sententia) si che ambidue hanno vna medesima precedente, abenchel'una còcluda diuersamente di l'altra, tamen prouido una via a esser prouata qual'altra.

Theorema. xxv. Propositione. xxviii.

27 Se in cerchi equali, linee rette equali, raseghino archi. anchora
28 quelli archi e necessario esser equali, cioè il maggiore al maggiore
il minore al minore.

Stano li doi cerchi equali *a.b.c.* & *d.e.f.* & in quelli siano le due linee rette *b.c.* & *e.f.* equali equali seghino li doi archi (*b.a.c.* & *e.d.f.*) maggiori & li doi archi *b.g.c.* & *e.h.f.* minori, dico che l'arco *b.a.c.* maggiore e equal all'arco *e.d.f.* maggiore & l'arco *b.g.c.* minore e equal all'arco *e.h.f.* perche essendo rimouati li centri de detti cerchi (per la prima di questo) liquali siano *k.l.* & siano congiunti *k.b.k.c.* & *l.e.l.f.* et perche di cerchi equali li doi semidiametri son anchora equali (per la prima diffinitione di questo) ad *g.* le due linee *k.b.k.c.* & *l.e.l.f.* son equali alle due linee *k.e.l.f.* & la basa *b.c.* (per il presupposito) e equal alla basa *e.f.* ad *g.* tangol *b.k.c.* (per la 3. del primo) e equal a l'angolo *e.l.f.* et li angoli equali (per la 2. e di questo) cadeno sopra archi equali ad *g.* l'arco *b.g.c.* e equal all'arco *e.h.f.* & tutto il cerchio *a.b.c.* e equal tutto il cerchio *d.e.f.* ad *g.* che il rimanente arco *b.a.c.* (per la 2. commona sententia) e equal al rimanente arco *e.d.f.* ad *g.* ad *g.* che in li cerchi equali se le linee rette equali seghino li archi li detti archi saranno de necessita equali, cioè il maggiore al maggiore, il minore al mi-

note, che il propofino

il Traduttore,

È l'istio di questa soprafcritta propofitione in la prima tradouione e tutto cor
rotto e mto difamante parla, come in ella appare.

Theorema. xxi. Propofitione. xxi.

28 Li archi equali de cerchi equali e neceffario e habiano corde egale.

29 Siano li due cerchi equali b, c , il centro di quale e il punto d, e, f, g , gli cent
ro di quale e il punto h, i sia l'arco a, b, c eguale all'arco e, f, g , dico che la
corda a, b, c eguale alla corda e, f, g , & per dimoftrar quello fiano tirate le linee $d, a, b, c, h, i, g, e, f, g$, in (per la vigefima fentenza di quello) l'angolo d, e, f era eguale all'an
golo h, i, g , per la qual cosa la bafisuer corda a, b, c (per la quarta del primo) era egua
le alla bafisuer corda e, f, g , che e il propofino: di nota che tutte le paffioni che ha
uemo approuate de diuerfi cerchi equali quelle più focatamente intenderai effe
re de vno medefimo cerchio.

Problema. iiii. Propofitione. xxx.

29 Potemo diuidere uno arco dato in due parti equali.

30 S'ia dato l'arco oero circonferentia a, b, c , qual fia di bilogno da diuidere in
due parti equali, fia tirata la corda a, c , & quella fia diuifa in due parti equali
in punto d , dal punto d , (per la vndecima del primo) fia tirata la perpendico
lare d, b , la qual leua la circonferentia del dato arco in punto b , alqual punto b ,
dico che diuide il dato arco in due parti equali, & per dimoftrar quello fia tire
te le due linee b, a, c , la quale faranno eguale (per la quarta del primo) la quale
cofi l'arco a, b (per la prima parte della vigefima ottaua di quello) era eguale
all'arco b, c , che e il propofino.

Theorema. xxi. Propofitione. xxi.

30 Se uno angolo de linee rette e fatto nel mezzo cerchio il quale fia
fopra l'arco, certo quello angolo e retto. Ma fe la portione del cer
chio doue e l'angolo e maggior del mezzo cerchio, allhora quel an
golo fia minore che il retto. E fe la portione del cerchio doue e l'an
golo e minore del mezzo cerchio, allhora quello angolo e mag
gior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del
mezzo cerchio e maggiore che il retto, & ogni angolo della portio
ne minore del mezzo cerchio e menor del retto.

31 S'ia il cerchio a, b, c , il centro del qual fia il punto d , e il diametro a, d, c , e fia
cual nel mezzo cerchio a, b, c , in la circonferentia l'angolo a, b, c , (menare le
giute a, b, d, b, c ,) dico, lo angolo a, b, c effere retto, & per dimoftrar tale
cofa, fia tirato dall'angolo b , al centro d , la linea b, d , & perche le due linee
 d, a, d, b, c (del triangolo a, b, d) sono eguale (per la diffinitione del cerchio)





l'angolo a. (per la quinta del primo) $\widehat{a}$ era eguale all'angolo a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo c. era eguale all'angolo d. b. c. & perche l'angolo c. d. b. p. la 31. del primo e eguale alli duoi angoli a. & a. b. d. dilche (per communia del entia) $\widehat{a}$ era doppio all'angolo a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo a. d. b. era etiam doppio all'angolo d. b. c. adonque li duoi angoli c. d. b. & a. d. b. insieme son doppi a tutto l'angolo a. b. c. & perche li duoi duoi angoli a. d. b. & c. d. b. (per la terzadecima del primo) sono equali a duoi angoli retti adonque tutto l'angolo a. b. c. era la mita di duoi angoli retti, per laqualcosa era retto che e primo proposito. Anchora per questaltro modo se puo dimostrare il detto angolo a. b. c. esser retto, sia prodotta la linea c. b. fina al ponto e. l'angolo a. b. e. e intrinseco (per la detta trigesima seconda del primo) era eguale a li duoi angoli a. & c. & perche l'angolo a. e eguale all'angolo a. b. d. & l'angolo e. all'angolo d. b. c. l'angolo adonque a. b. o. uerra a esser eguale a tutto l'angolo a. b. c. adonque l'uno e l'altro (per la octava diffinitione del primo) era retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo, sia il cerchio a. b. c. (il centro del quale sia il ponto d.) nelqual sia la portione a. b. c. maggiore del mezzo cerchio, la corda della quale sia la linea a. c. & sia seno sopra la circonferentia di quella l'angolo a. b. c. (dum se linee. b. a. & b. c.) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per dimostrar questo sia tirato il diametro a. d. & la linea a. e. hor dico che l'angolo a. b. e. (per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo a. b. c. e minor del retto (per la vltima communia identia) & oculo sia che quello e parte del retto, e cosi e manifestato il secondo proposito. El terzo se deducera in questo modo sia vn'altra fiada in lo cerchio a. b. c. (il centro delqual sia il ponto d.) la portione a. b. c. la corda della quale sia la linea a. c. la qual portione e minor del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo a. b. c. (dum se linee. b. a. & b. c.) dico quest'angolo a. b. c. esser maggior del retto, la qual cosa se dimostra in questo modo. Sia prodotto dal ponto a. il diametro a. d. & dal ponto e la linea a. e. l'angolo a. b. c. (per la prima parte di questa) e retto, per laqualcosa l'angolo a. b. c. e maggior di lui, pero il nostro terzo proposito era manifestato. El quarto el quinto se approuara in questo modo. siano lo cerchio a. b. c. d. (il centro delqual e il ponto e.) la portione a. b. c. maggiore del mezzo cerchio la corda della quale e la linea a. c. & la portione a. d. c. minor del mezzo cerchio la corda delquale e la medesima linea retta a. c. dico l'angolo c. tenuto dall'arco b. a. & dalla corda a. c. esser maggior del retto, & l'angolo cotenuto dall'arco d. a. & dalla corda a. c. esser minor del retto, & per dimostrar questo dal ponto c. sia detto il diametro e. e. b. & dal ponto b. la linea b. a. fina al e. dilche l'angolo b. a. c. (per la prima parte di questa) era retto, & per la terzadecima del primo l'angolo f. e. e similmente era retto, perche adonque l'angolo b. a. c. e parte dell'angolo contenuto dall'arco a. b. & dalla corda a. c. pero e menor di lui (per la vltima coortitione) che l'quarto proposito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco d. a. & dalla corda a. c. e parte dell'angolo a. c. (che e retto) adonque era minor di lui, per laqualcosa e manifesta tutta questa conclusion de cinque membri.

Comelario.

o Da qui è manifesto che se uno angolo d'un triangolo sarà eguale
31 all'altro d'ui angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è
converso quando li due angoli d'un triangolo saranno eguali all'al-
tro terzo quelli saranno eguali a' un angolo retto.

Anch'ora dalle due vicine parti della soprascritta proposizione si manifesta la infiducia, oer opposizione contra quelle due argomentazioni, allequale demostroiamo anchora la infiducia, oer opposizione alla settadecima di questo periodo che ci

che el se transfisse dall'angolo della porzione minore del mezzo cerchio il quale è minore del retto, per la vicina parte di quella) all'angolo della porzione maggiore del mezzo cerchio il quale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transfisse per lo eguale, conciosia che ogni porzione del cerchio sia oer mezzo cerchio, oer minore, oer maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della porzione minore (per la prima parte della sedicesima di questo) cioè minor del retto (per la vicina parte di questa) & l'angolo della porzione maggiore se sia maggiore del retto & niente dimeno el non fera angolo de alcuna porzione, ne semplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia de' una linea retta ne retto, ne eguale a vno retto. Ma uede che questo più chiaro sia manifesto sia in lo cerchio a. b. el centro del quale sia il ponto d. la linea a. b. alla quale nã sia determinato fine della parte. b. seglando dal medesimo cerchio la porzione minore & l'angolo di quella fera (per la vicina parte di quella) minor del retto, sia il diametro di questo cerchio la linea a. d. c. & si immagina la linea a. b. e. f. fer quella verso la parte c. sopra il ponto. a. laquale tanto quanto che la fera de qua dal ponto c. ouero in lo medesimo ponto. c. ouerando il diametro a. d. c. quella fera con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni ponto ouero il ponto. e. come fera in ponto. e. quella fera (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto, adouoche el se transfisse dal minore al maggiore, e non per lo eguale, & secondo che in li angoli de rette linee el se puo trouare vn angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & vno minore, e tamen non se puo trouare lo eguale (come fu dimostrato in la sedicesima di questo) similmente in li angoli delle porzioni el se puo trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & niente di meno el non se puo trouare lo eguale, come se manifesta in questa dimostrazione.

Theorema. xxviii. Proposizione. xxxii.

31 Se in una linea retta toccara un cerchio, & dal ponto del toccamento si tirara una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascuo di quelli sono eguali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le porzioni alterne.

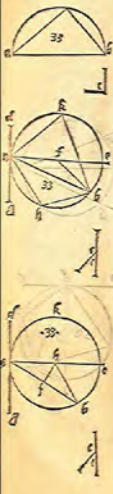
Si la linea retta a. b. la qual tocchi il cerchio c. d. e. f. in ponto d. el centro del qual cerchio sia il ponto. g. & dal ponto d. si tira la linea d. h. nel detto cerchio segando quello, e non passi per lo centro. g. & siano fatti l'angolo. d. c. e. f. sopra la porzione d. c. e. f. (dette le linee a. d. c. e. f.) & l'angolo d. e. f. che sia sopra la porzione d. e. f. (dette le linee a. d. e. f.) dico l'angolo d. c. e. f. esser eguale all'angolo d. e. f. & l'angolo c. e. f. all'angolo a. d. e. f. se per dimostrare questo sia dinto il diametro d. g. h. & la linea c. h. (e per la decima ottava di questo) la linea d. h. fera perpendicolare sopra de a. b. & per la prima parte della precedente) l'angolo d. h. e. f. fera retto, gliaqualco' li duoi angoli a. d. h. & d. h. e. f. sono eguali, glion tolli adouoche comunamente lo angolo h. d. f. mero l'angolo a. d. e. f. fera eguale alli duoi angoli li quali sono d. h. e. f. & d. e. f. & questi duoi con l'angolo h. sono eguali a duoi angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adouoche l'angolo a. d. e. f. con l'angolo h. sono eguali a duoi angoli retti, ma l'angolo a. d. e. f. con l'angolo b. d. h. sono similmente eguali a duoi angoli retti (per la triadecima del primo) adouoche l'angolo b. d. e. f. eguale all'angolo h. & perche l'angolo c. e. f. (per la vigesima prima di questo) similmente eguale all'angolo h. seglando adouoche (per la prima communa sentenza) l'angolo b. d. e. f. e eguale all'angolo c. e. f. che e il primo proposito, & perche li angoli c. e. f. e. f. sono eguali a duoi angoli retti (per la



vigesima seconda di quello) & similmente li due angoli $a, d, f, e, b, d, f, c, n$ (per la ventidicesima del primo) etiam loro equali a due angoli retti diche (per continua scienza) l'angolo e, d, f, c, n che e il secondo proposito anchora questo secondo se puo dimostrarre in questaltro modo se l'angolo a, d, f, c, n con l'angolo b, d, f, c, n sono equali a due angoli retti (come di sopra fu dimostrarato) & l'angolo e, c, n con l'angolo b, d, f, c, n sono equali a due angoli retti (per la vigesima seconda di quello) adunque l'angolo e, c, n (per continua scienza) e equali all'angolo a, d, f, c, n che e il proposito.

Problema. v. Proposizione. xxxiii.

32. Sopra una data rettilinea puotemo descriuere una porzione di cer,
33. chio, recipiente uno angulo eguale a uno angulo dato rettilineo.



Si la data retta linea a, b, c coll dato angulo, sopra la linea a, b , voglio descriuere una porzione del cerchio che ricada in la circonferenza uno angulo de rette linee equali all'angolo c, a, d, n ouer che lui e retto ouer che lui e maggiore del retto, ouer che lui e minore del retto, ouer sia primamente retto. Io dividero la linea a, b in due parti equali & descriuero sopra di quella il mezzo cerchio & (per la trigesima prima di quello) sera fatto il proposito, ma se l'era omio produr la linea a, c con la linea b, a continue l'angolo b, a, c es quale all'angolo c, a, d, n dal punto a condurò la linea a, e perpendicolare sopra la linea a, c & sopra il punto b farò uno angulo (per la vigesima terza del primo) equali all'angolo c, a, b (nel quale lo omio eccede di retto) detta la linea b, f per fina alla perpendicolare a, e & (per la sesta del primo) li due angoli a, f, b del triangolo a, f, b sono equali e per tanto farò il punto f centro d'un cerchio & sopra di quello descriuero secondo la quantita della linea a, c il cerchio a, b, d, h in cui occurrerà di quale potra etiam per lo punto b (per esser la b, f equali alla a, f) & per lo correlario della sedicesima di quello) la linea a, d, f, c, n sera circonferente il cerchio, per la qualeco l'angolo siquale sia fatto in la porzione a, b, h (per la precedente) e equali all'angolo d, a, b & (per la prima conuersione sententia) sera etiam equali all'angolo c, a, d, n che e il proposito, ma essendo l'angolo c, a, d, n o produrò la linea a, g continue con la linea a, b un angulo equali a l'angolo c, a, d dal punto a produrò la linea a, e perpendicolare alla linea a, g & sopra il punto b farò un angulo equali all'angolo c, a, b (in lo quale angulo retto eccede l'angolo) detto la linea b, f fina alla perpendicolare a, e onde (per la sesta del primo) le due linee a, f, b seranno equali, e per tanto farò il punto f centro di cerchio & descriuero secondo la quantita della linea a, c lo cerchio a, b, d, h in cui occurrerà di quale transira etiam per lo punto b (per esser la b, f equali alla a, f) & per lo correlario della sedicesima di quello, la linea a, g sera circonferente il cerchio, per la qualeco l'angolo il quale e fatto in la porzione a, b, h e equali a l'angolo c, a, b (per la precedente) & (per la prima conuersione) sera etiam equali all'angolo c, a, d, n che e il proposito. Anchora se pollua procedere per questaltro modo, cioe costitendo pur con la linea a, b nel punto a (per la vigesima terza del primo) l'angolo a, b, c e equal all'angolo c, a, d dal punto a tirare la linea a, e (per la vndecima del primo) perpendicolare alla linea a, g & (per la decima del primo) divider la linea a, b in due parti equali in punto f & dal punto f produrò la linea f, h (per la vndecima del primo) perpendicolare alla linea a, e & dal punto b (dove la detta perpendicolare f, h segna la linea a, e) produrò la linea b, g & perche le due linee a, f, b sono equali, & la linea f, h e comune al triangolo a, f, h & al triangolo b, f, h adunque le due linee a, f, h & b, f, h del triangolo a, f, h sono equali alle due linee b, f, h & f, h del triangolo b, f, h & l'angolo a, f, h e equali all'angolo b, f, h (per esser ciascun di loro retto dal presupposito) diche la base a, b de l'uno sera equali alla base b, h de l'altro (per la quarta del primo)

peime) adunque facendo il punto *h*. centro di cerchio & sopra quello descritto vno cerchio sicendo la quantita de *h. a*. la circonferenza di quello passerà per lo ponto *b*. (per esser *h. a*. b. equale alla *h. a*.) il qual sia il cerchio *a. b. c*. & per lo correlario della detta sesta decima di questo la linea *a. g*. toccherà il cerchio nel ponto *a*. per la quale cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione *a. b. c*. b. sarà equale all'angolo *g. a. h*. (per la precedentemente) & perche l'angolo *g. a. h*. fu descritto equale all'angolo *c. b. g*. segue adunque che ogni angolo descritto in la detta portione *a. b. c*. b. sarà equale all'angolo *c. b. g*. che e il proposito, & così se potrà procedere quando l'angolo *c. b. g*. fosse maggiore del retto idem.

Problema. vi. Proposizione. xxxiii.

- 33 Da uno dato cerchio potremo tagliare una portione recipiente
34 uno angolo equale a' uno dato angolo rettilineo.

Sia il dato cerchio *a. b. c*. & il dato angolo rettilineo voglio dal cerchio *a. b. c*. tagliare una portione la quale recuta vno angolo equale all'angolo *c. b. g*. prodotto la linea *d. a. e*. (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto *a*. del quale produce la linea *a. b*. (in lo dato cerchio) contenente con la linea *a. c*. l'angolo *a. b. c*. equale all'angolo *c. b. g*. (per la terza decima seconda di questo) sarà recipiente vno angolo equale all'angolo *a. b. c*. & b. perche l'angolo *c. b. g*. fu posto equale all'angolo *c. b. g*. adunque la portione *a. b. c*. (per comunissima scientia) sarà recipiente vno angolo equale all'angolo *c. b. g*. che e il proposito.

Theorema. xxix. Proposizione. xxxv.

- 34 Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra loro quello che produce da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima e equale a quello rettangolo che e contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

Siano le due linee *a. c. b. d*. le quali se seghano fra loro in lo cerchio *a. b. c. d*. sopra il ponto *e*. dico ch'ello rettangolo che vien fatto dalla parte *a. c. b*. in la parte *a. c. e*. equale a quello che vien fatto della parte *b. d*. in la parte *e. d*. perche ouer che ambedue le dette linee transitano per lo centro del cerchio, ouer solamente vna di quelle, ouero niuna. hor poniamo prima che ambe passino per lo centro come in la prima figura appare. Adunque il ponto *e*. sarà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee *e. b. d. e. c. a. c. e. d*. saranno equale (per la diffinitione del cerchio) per la quale cosa il proposito e manifestato, ma se una sola de quelle passerà per lo centro & sia quella *a. b. d*. & il centro del cerchio sia il ponto *f*. oueramente la *b. d*. segherà la *a. c*. in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali sarà adunque (per la prima parte della terza di questo) la linea *a. c*. segherà orthogonalmente della detta linea *b. d*. per tanto sia dritta la linea *f. e*. (per la quinta del libro de) quello che vien fatto della *b. e*. in la *e. d*. con lo quadrato della *e. d*. sarà equale al quadrato della linea *f. e*. cioè al quadrato della linea *f. c*. & perche il quadrato della detta linea *f. c*. equale (per la penultima del primo) alli doi quadrati delle due linee *e. f. c*. & adunque quel che e fatto della *b. e*. in la *e. d*. con lo quadrato della *e. d*. sarà equale alli doi quadrati delle dette due linee *e. f. c*. & per tanto che levando comunemente alli doi rimanenti saranno etiam equali, cioè quel





loche e fatto della *b.e*. in *la.e.d*. fera eguale al quadrato della linea *e.c.* & perche *la.e.c.* e eguale alla *a.e*. il propofito e manifesto ma fe la *b.d.* (la quale tranfifce per lo centro) fegata la *a.e.* in due parti non eguale, come in questa terza figura tione appare, dal centro della detta *la.e.g.* perpendiculari fopra la *a.e.* dilche la *a.g.* (per la *a.* parte della terza di quello) feta eguale alla *g.c.* feta dotta anchora la linea *f.e.* onde (per la detta quinta del fecondo) quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* col quadrato della *a.e.* feta eguale al quadrato della *f.d.* cioe al quadrato della *f.e.* & perche il quadrato della detta linea *f.e.* (per la penultima del primo) e eguale alli doi quadrati delle due linee *f.g.* & *g.e.* feguita adonque che quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* col quadrato della linea *f.e.* e equali alli doi quadrati delle due linee *f.g.* & *g.e.* & perche il quadrato della detta linea *f.e.* e eguale alli doi quadrati delle due linee *f.g.* & *g.e.* (per la detta penultima del primo per effe l'angolo *e.g.f.* retto) adonque quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* con li doi quadrati delle due linee *f.g.* & *g.e.* feta eguale alli doi quadrati delle due linee *g.c.* & *g.e.* feguita adonque comunamente dell'una e l'altra parte ell quadrato della linea *g.f.* refidera quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* col quadrato della linea *g.e.* eguale al quadrato dell *a* linea *g.c.* ma (per la quinta del fecondo) quel che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* col quadrato della linea *g.e.* anchora lui eguale al medefimo quadrato della *g.c.* feguita adonque (per comune ma fententia) che quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* col quadrato della linea *g.e.* e eguale a quello che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* col quadrato della linea *g.e.* reftando adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea *g.e.* refidera (per la terza commun fententia) quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* eguale a quello che vien fatto della *a.e.* in *la.e.c.* che e il propofito. ma fe ne l'una ne l'altra de quelle tranfifce fopra il centro, oueramente che una di quelle diuidera l'altra in due parti equali, ouer in due parti non equali, hor poniamo primamente che la linea *b.d.* diuida la linea *a.e.* in due parti equali in ponto *e.* come in questa quarta figurazione appare, prodotta la linea *g.f.e.* h. diametro del cerchio che tranfifce per il ponto della diuifion di quelle, cioe per lo ponto *e.* & perche la linea *g.h.* (la qual tranfifce per lo centro del cerchio) diuida la linea *a.e.* in due partes equali nel ponto *e.* quello che e fatto della *g.e.* in *la.e.h.* e eguale (per lo fecondo modo di quella conclufione) a quello che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* & perche la *g.h.* diuida la *b.d.* in due parti non equali, per lo terzo modo di questa medefima conclufione, quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* feta etiam lui e equali a quello che e fatto della *g.e.* in *la.e.h.* adonque quello che vien fatto della *b.e.* in *la.e.d.* e eguale a quello che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* che e il propofito, ma fe ritorna de lo ro non diuida l'altra in due parti equali, come in questa vltima figurazione appare, tirata per la linea *g.f.e.* h. diametro del cerchio che tranfifce per per lo ponto *e.* quello che e fatto della *g.e.* in *la.e.h.* feta equali (per lo terzo modo di quella) a quel che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* & per lo medefimo feta etiam eguale a quello che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* dilche (per commun fententia) quello che e fatto della *b.e.* in *la.e.d.* feta etiam eguale a quello che e fatto della *a.e.* in *la.e.c.* che e il propofito.

Theorema. xxx. Propofitione. xxxvi.

35. Se fi fignara uno ponto fuora d'un cerchio, & da quello fi meni due
36. linee reute, al cerchio, l'una che feghi, & l'altra che tocchi il detto
cerchio, quello che fe contenera fotto di tutta la linea feghante, &
della parte efrinica, feta eguale al quadrato che fe defcueru della
linea che tocca.

Sia il ponto *a.* fignato di fuora del cerchio *b.c.d.* (il centro di quale e il ponto *e.*) dal

e.) dal qual seno dritte al cerchio le due linee. a. b. toccheranno la a. c. segante il detto cerchio dico che quello che vien fatto de tutta la a. c. in la parte a. d. eguale al quadrato della a. b. perche parte che la a. d. c. passa per lo centro, o non, po- niamo prima che quella passi per il centro che e il punto e. Sola dritta la linea. e. b. laquale (per la decima octava di questo) sara perpendicolare sopra la linea a. b. & perche la linea. d. e. e' dista in due parti equali nel punto. e. & a quella e ag- giunta la linea. d. a. (sara per la sesta del secondo) quello che e fatto della. e. a. in la a. d. col quadrato della linea. d. sara eguale al quadrato della linea. e. a. & il qua- drato della linea. e. a. (per la penultima del primo) e' quinto il duol quadrati del- le due linee. a. b. & e. b. (per esser l'angolo a. b. e. retto) adunque quello che e fa- to della linea. e. a. in la parte a. d. col quadrato della linea. e. d. sara eguale al duol quadrati del quadrato delle due linee. a. b. & e. b. & perche la. e. d. e' eguale alla. e. b. (per la diffi- nitione del cerchio) li lor quadrati seranno etiam equali adunque quel che e fatto della. e. a. c. in la a. d. col quadrato della. b. sara eguale alli duol quadrati delle due linee. a. b. & e. b. sciendo adunque comunemente di l'uno e dall'altra parte il quadrato della. b. e restara (per la terza coonctione) quel che e fatto della. e. a. in la a. d. col quadrato della linea. a. b. che e il proposito, ma se la linea. a. d. e. non transire per lo centro come in questa seconda figura appare, sia tirata la li- nea. e. g. sopra il centro. & siano dritte le due linee. e. d. & e. g. & sia. e. b. per- pendicolare sopra alla linea. a. d. o. (se per la terza di questo) la d. h. sara eguale alla. e. b. perche adunque la linea. d. e. e' dista per equal parti nel punto. b. & a questa e aggiunto la linea. a. d. (per la sesta del secondo) quel che e fatto della. e. a. in la a. d. col quadrato della. h. sara eguale al quadrato della linea. a. b. onde ag- giunto a ciascuno il quadrato della. h. e. quello che e fatto della. e. a. in la a. d. con il quadrato delle due linee. d. h. & h. e. (cioe col quadrato della. d. e. sempre che il quadrato della. d. e. e' quanto li duol quadrati delle due linee. d. h. & h. e. (per la penultima del primo) perche l'angolo. e. h. d. e' retto) seran equali alli duol qua- drati delle due linee. a. b. & h. e. cioe al quadrato della linea. a. e. (per la penul- tima del primo) & il quadrato della. e. d. e' eguale al quadrato della. e. b. (per la di- finitione del cerchio) adunque quello che e fatto della. e. a. in la a. d. col quadra- to della. e. d. e' eguale al quadrato della. e. a. anchora (per la detta sesta del secondo) quello che e fatto della. g. a. in la a. d. col quadrato della linea. e. f. e' eguale al quadrato della linea. a. e. per la qualco- si caduno de essi rettangoli, fano della. e. a. in la a. d. & della. g. a. in la a. f. col quadrato della linea. e. f. e' eguale al qua- drato della linea. a. e. pero seranno equali fra loro, tratto adunque di ciascuno il quadrato de la linea. e. f. sara quello che e fatto della. e. a. in la a. d. eguale a quello che e fatto della. g. a. in la a. f. ma quel che e fatto della. g. a. in la a. f. e' eguale al qua- drato della linea. a. b. (per lo primo modo di questa) adunque quello che e fatto della. e. a. in la a. d. e' eguale al quadrato della. a. b. che e il proposito. Da questa propositione si manifesta che quanto vno punto e dato fuori d'un cerchio e da quello molte linee si tirano nel cerchio segandolo, quello che e fatto de tutte le linee una parte di fuori sia fra loro equali perche ciascuno di quelli rettango- li sono equali al quadrato della linea che tocca e anchora menando da quel pon- to due linee che tocchino il detto cerchio e de necessita quelle seranno fra loro e- guali, impero che l'angolo di ciascuno sara eguale al rettangolo fano de tutta la linea segante la parte di fuori, & quello piu evidentemente si manifesta (per la penultima del primo) sia il punto a. figurato fuori del cerchio. h. o. d. il ce- tro di quale sia il punto. e. & da quello sian dritte le due linee. a. b. & c. a. d. che tocchino li cerchi in li duol punti. b. d. dico le dette due linee esser fra loro equali, & per dimostrar quello produrle linee. e. x. e. b. & d. onde per la decima octava di questo, uno e l'altro di duoi ang. o. b. d. sara retto e (per la penultima del primo) il quadrato della. a. e. sara eguale alli duol quadrati delle due linee. a. b. & b. e. & finalmente anchora alli duol quadrati delle due linee. a. d. & d. e. per lo qualco- si li quadrati delle due linee. a. b. & b. e. sono equali alli quadrati delle due linee. a. d. & d. e. & perche li quadrati delle due linee. e. b. & e. d. (per ottima scilicet)





sono equali per esser le due linee $c.b.$ & $c.d.$ (per la diffinitione del cerchio) & che li doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $a.d.$ (per la terza concorrenza) s'iranno equali, adunque per communia scientia la $a.b.$ e' equalle alla $a.d.$ che e il proposito, anchora per quest'altra via, sia ditta la linea $b.d.$ per la quinta del primo, il golo $c.b.d.$ s'era equalle all'angolo $c.d.b.$ (per esser la $c.b.$ equalle alla $c.d.$) & per l'uno e l'altro di doi angoli $b.c.d.$ & $d.c.b.$ resto s'era (per communia scientia) l'angolo $a.b.d.$ (residuo) equalle all'angolo $a.d.b.$ (residuo) adunque per (la 1.^a del primo) la linea $a.b.c.$ equalle alla linea $a.d.c.$ che e il medesimo proposito.

Theorema xxxi. Proposizione. xxxvii.

36. ³⁷ Sel s'era signato uno ponto fuor d'un cerchio dal qual s'ian dutte due linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata, e sia il tutto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equalle al quadrato della linea applicata, di necessita quella linea applicata toccherà il cerchio.



Sia il ponto $a.$ signato fuora del cerchio $b.c.d.$ (il centro del quale sia il ponto $c.$) dal quale s'iano dutte al cerchio la linea $a.b.d.$ segante quello, & la linea $a.e.$ applicata alla circonferentia, e sia quel che e fatto della $d.a.$ in la $a.b.$ equalle al quadrato della $a.c.$ dico la linea $a.e.$ esser toccante, & questa e il conuerso della precedente, perche se la uon e toccante (per l'aduersario) sia adunque la $a.f.$ & per la precedente quello che e fatto della $d.a.$ in la $a.b.$ s'era equalle al quadrato della $a.f.$ onde il quadrato della linea $a.f.$ s'era equalle al quadrato della linea $a.c.$ (per esser ciascun di lor equalle a quello che e fatto de tutta $a.d.$ in la parte $a.b.$) idonque la $a.c.$ (per communia scientia) s'era equalle alla $a.f.$ la qual cosa e impossibile (per l'ottava di questo, adunque la $a.e.$ s'era toccante, che e il proposito) questo medesimo se approuera anchora dimostratiamente, sia la superior dispositione del preliupposito, & se la linea $a.b.d.$ trafilasse per lo centro sia ditta la linea $c.e.$ s'era (p la 6.^a del secodo) quel che e fatto della $d.a.$ in la $a.b.$ col quadrato della $c.b.$ equal al quadrato della $a.c.$ ma per esser la $c.b.$ equal alla $c.e.$ (p la diffinitione del cerchio) s'era quello che e fatto della $a.d.$ in la $a.b.$ col quadrato della $c.e.$ equal al quadrato della $a.c.$ ma quel che e fatto della $a.d.$ in la $a.b.$ e' posto equalle al quadrato della $a.c.$ adonq il quadrato della $a.c.$ e' col quadrato della $c.e.$ e' equal al quadrato della $a.c.$ adonque per la vintima del primo, l'angolo $c.e.f.$ resto, onde (per lo contrario della sedicesima di questo) la linea $a.c.$ s'era toccante il cerchio che e il proposito, ma se la $a.b.d.$ non trafilasse per lo centro sia ditta dal ponto $a.$ una linea trafilante per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equalle a quello che e fatto della $d.a.$ in la $a.b.$ (di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea $a.b.d.$ (che non passa per lo centro) in la parte $a.b.$ e' equal al quadrato della $a.c.$ (dal preliupposito) s'era etiam (per communia scientia) quel che e fatto della linea $a.d.$ (trafilante per lo centro) in la parte $a.b.$ e' equal al quadrato della $a.c.$ il che la $a.c.$ (per le ragione dette) s'era toccante il cerchio.

Fine del terzo libro.



INCOMINCIA

IL QVARTO LIBRO DELL' PRINCIPI

PII DE EVCLIDE MEGARENSE DELLA

inferiorione & circonferiorione delle figure de vna in
l'altra, secondo le due traduzioni, da Nicolo
Tartale Brissiano da lutino in vol-
gare tradotto, & dilata-
cidato.

Definitione prima.

- 1 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in una altra figura
rettilinea, quando ciascun angolo della figura inscritta tocca ciascun
lato de quella in laquale e descritta.

Si il triangolo $a.b.c.$ descritto di dentro del triangolo $d.e.f.$ talmente che cia-
scun angolo del triangolo $a.b.c.$ tocca ciascun lato del triangolo $d.e.f.$ (in li
tre ponti $a.b.c.$) hor dico ch'il triangolo $a.b.c.$ vien detto esser inscritto in lo rite
angolo $d.e.f.$ similmente se fusse il quadrato $a.b.c.d.$ descritto di dentro del qua-
drato $e.f.g.h.$ talmente che ciascun angolo del quadrato $a.b.c.d.$ tocchi ciascun
lato del quadrato $e.f.g.h.$ (nelli quattro ponti $a.b.c.d.$) dico ch'il quadrato $a.b.c.d.$
vien detto esser inscritto di dentro del quadrato $e.f.g.h.$ & così si deve in-
tere de ogn'altra sorte de figura conseruata de linee rette.

Definitione.ii.

- 2 Similmente una figura vien detta esser descritta circa a una'altra
figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun ang-
lo de quella circa laquale e descritta.

Si come el triangolo $d.e.f.$ (della precedente) che ciascun lato di quello toe-
ca ciascun angolo del triangolo $a.b.c.$ per laquale tocca il triangolo $d.e.f.$ vien
detto esser descritto attorno al triangolo $a.b.c.$ & similmente il quadrato $e.f.g.h.$
vien detto esser descritto circa al quadrato $a.b.c.d.$ perche ciascuno lato di quel-
lo tocca ciascuno angolo del detto quadrato $a.b.c.d.$

Definitione.iii.

- 3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in uno cerchio, quan-
do ciascuno angolo della inscritta tocca la circonferencia dello
cerchio.

Si come appare in lo quadrato $a.b.c.d.$ che ciascuno angolo di esso quadrato
Stacca la circonferencia del cerchio $a.b.c.d.$ (in li quattro ponti $a.b.c.d.$) per
laquale tocca il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio &
cosi verria detta ogni'altra figura rettilinea.



o Ma una figura rettilinea uien detta esser descritta circa a un cerchio
4 Quando ciascun lato della circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

Si come accade al quadrato. e. f. g. h. il quale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferentia del cerchio a. b. c. d.) in li quattro ponti a. b. c. d. vien detto esser descritto circa al detto cerchio a. b. c. d. & così uera detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. v.

o Similmente uno cerchio uien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual e descritto.

Si come accade al cerchio a. b. c. d. (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in lo quadrato e. f. g. h. (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato e. f. g. h. & così uera detta quando così fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. vi.

o Vno cerchio uien detto esser descritto circa a una figura rettilinea
6 quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura circa la quale e descritto.

Si come interuieni al cerchio a. b. c. d. eguale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura a. b. c. d. e. f. rettilinea) vien detto esser descritto circa a essa figura rettilinea.

Diffinitione. vii.

o Vna retta linea uien detta conseguire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

Si come appare alla linea a. b. la quale vien detta conseguire in lo cerchio a. b. c. (perche li suoi duei estremi, cioe li suoi ponti a. b. c. che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio a. b. c.

Problema prima Proposizione. prima.

1 Dentro a una dato cerchio puotemo accommodare una linea retta egale a una data retta linea la qual non sia maggiore del diametro.

Si il dato cerchio e dicit il diametro del quale e la d. c. & la linea data a. b. la qual non e maggiore del diametro d. c. voglio dentro del dato cerchio accommodare vna linea eguale alla linea a. b. la qual se la sia eguale al diametro d. c. gia e fatto quello che e proposto (perche in lo cerchio d. e. c. e. f. stata adattata la linea retta d. e. eguale alla data linea a. b. ma se il diametro d. c. e maggiore di essa linea, bitta retto dal diametro d. c. la parte d. e. (per la terza del primo) eguale alla linea a. b. e sopra il ponto d. secondo la quantita della d. f. sia descritto il cerchio

chilo *d.e.g.* egghiane il detto cerchio in li doi ponti *g.f.e.* all'uno di quali fu dritta (dal punto *d.*) una linea terna come la *d.e.cour.* *d.g.f.* l'una e l'altra di quelle fera eguale alla linea *a.b.* (perche l'una e l'altra de due linee *d.e.f.d.g.*) (per la diffinitione del cerchio) sono equali alla linea *d.f.* laquale fu posta eguale alla detta linea *a.b.* per laquale ha habemo il propoposito.

Problem.ii. Proposizione.ii.

2. Dentro a uno dato cerchio puotemo collocare uno triangolo equi-
2. angolo a uno triangolo alligato.

12. lo alligato triangolo. *a.b.c.* & lo alligato cerchio *d.e.f.* voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo al triangolo *a.b.c.* (non e necessario essere equilatero, ma e ben possibile a essere) produca la linea *g.d.h.* soccori il cerchio in ponto *d.* sopra il qual faccio l'angolo *h.d.f.* (dotta la linea *d.f.*) (per la vigesima terza del primo) eguale all'angolo *c.b.* similmente l'angolo *g.d.e.* dotta la linea *d.e.* eguale all'angolo *b.a.c.* & tiro la linea *d.f.* & (per la trigesima seconda del terzo) l'angolo *f.e.r.* fera eguale all'angolo *h.d.f.* & l'angolo *h.d.f.* fu continuo eguale all'angolo *c.b.* adunque (per communia scientia) l'angolo *e.f.r.* era eguale all'angolo *c.b.* (per le medesime ragione) l'angolo *f.e.r.* fera eguale all'angolo *a.c.b.* (per la trigesima seconda del primo) all'angolo *a.c.b.* e similmente il terzo del triangolo *a.b.c.* per laquale ha habemo il propoposito cioe lo cerchio *d.e.f.* habemo collocato il triangolo *d.e.f.* che li suoi triangoli sono equali alli tre angoli del triangolo *a.b.c.* cioe ciascuno al suo corrispondente come voleuamo.

Problem.iii. Proposizione.iii.

3. Intorno a uno alligato cerchio puotemo descriuere uno triangolo
3. lo equiangolo a uno triangolo dato.

13. lo alligato triangolo *a.b.c.* & lo alligato cerchio *d.e.f.* (il centro di questa e il punto *g.*) intorno a questo cerchio voglio descriuere vno triangolo equi angolo al triangolo *a.b.c.* (equilatero non e necessario ma e possibile) produca la base *b.c.* dall'una e l'altra parte accioche siano fatti li doi angoli extrinseci, & dal centro *g.* produca la linea *g.d.* distinta alla circonferenza & continui l'angolo *g.d.e.* (dotta dalla linea *g.e.*) eguale all'angolo *b.c.* extrinseci & similmente l'angolo *g.d.f.* (dotta la linea *g.f.*) eguale all'angolo *c.b.* extrinseci & datti ponti *d.e.f.* producaio l'una e l'altra parte le linee orthogonali le quale (per lo corollario della sedicesima del terzo) faranno toccare il cerchio lequale linee toccheranno da ciascuno parte fin a tanto che concorranno in li ponti *h.k.l.* (il qual concorso approueremo di sotto) perche adunque in lo quadrilatero *h.d.e.* & li doi angoli *d.e.f.* sono retti faranno li doi angoli *g.d.e.* & *g.d.f.* equali a doi angoli retti concluda che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come e dimostro sopra la trigesima seconda del primo) & perche li doi angoli *h.* & *l.* sono intrinseci & lo extrinseci sono similmente equali a doi angoli retti (per la tredicesima del primo) ma l'angolo *h.* extrinseci fu posto equali all'angolo *g.d.e.* fera adunque l'angolo *h.* intrinseci (per communia scientia) eguale all'angolo *h.* anchora per simile ragione l'angolo *c.* intrinseci e eguale all'angolo *l.* essendo adunque li doi angoli *h.* & *l.* del triangolo *h.k.l.* & li doi angoli *h.* & *l.* del triangolo *a.b.c.* de necessita anchora l'angolo *k.* (per la 32. del primo) fera eguale all'angolo *a.* equiangoli adunque sono li doi tri-



angolia. $b, c, d, e, f, g, h, i, k$ del che attorno al cerchio d, e, f haueuo descritto il triangolo h, i, k equiangolo al triangolo a, b, c che e il proposito.

Mora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, e, f , proccate da ciascuna parte di necessita concorreranno pche li doi angoli che sono al ponto e , l'uno e l'altro e retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto d , e per tutto sei fara inteso con la medesima ratioe vna linea dal d , alle li doi angoli liquali sono alla parte h saranno minori de doi angoli retti, per la qual cosa proccate in quella parte le due linee l, d, h, k, e, n . (per la penultima petizione) concorreranno, & per la medesima ragione concorreranno etiam le due linee h, d, l, k, e, n , & similmente le due l, f, k, e, n, h, i, k che e il pposito.

Problema. iiii. Proposizione. iiii.

4 In uno dato triangolo potremo descriuere uno cerchio.

4 **S**ia lo assignato triangolo a, b, c , voglio di dentro di questo triangolo descriuere vno cerchio, distolli doi angolia. a, b, c di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dura la linea a, d, e & la linea b, d, e le quali concorrano in lo ponto d , dal qual ponto d , duc le perpendicolare (per la duodecima del primo) alle tre lati del detto triangolo, liquali sono d, e, d, f, d, g , & perche l'angolo a, d, e vno di doi triangoli e, d, a, b, c & a, d, e eguale all'angolo a dell'altro, e l'uno e l'altro di doi angoli e, d, g, e, f retto, e lo lato a, d, e comune, di che la linea d, g (per la vigesima sesta del primo) sara eguale alla linea d, e , per la medesima ragione l'angolo b dell'uno de doi triangoli e, d, b, c, d, f & b, d, f eguale all'angolo b dell'altro, e l'uno e l'altro dei doi angoli e, d, f, e, g retto, e anchora il lato d, b, e comune, di che (per la medesima vigesima sesta del primo) la linea e, d, f sara eguale alla linea d, f , per laqual cosa le tre linee d, e, d, f, d, g sono o equali, fatto adunque il centro in ponto d , & descirno il cerchio secondo la quantita de vna de doue tre linee trasira (per la nona del terzo) per le altre due, ete unita, & perche ciascuna delle tre linee a, b, b, c, c, a (per la concorrenza della sedicesima del 3, sara toccante il cerchio descirno il pposito vie a esser manifestato.

Problema. v. Proposizione. v.

5 Cerca a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambli gonio, ouer oxigonio, puosemo descriuere un cerchio.

Sia il triangolo assignato a, b, c , voglio or ora di lui descriuere vno cerchio. Stimo i doi lati a, b, c, a, e (per la decima del primo) in due parti equali, b, d, e, a, e in ponto d, e, a, c in ponto e , dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alle linee a, b, c, a, e le quali all'ogno fine ritiro che quie concorrono insieme in lo ponto f , & siano d, e, f, e, f, e quie concorreranno, perche l'uno e l'altro dei doi angoli d, e, f, e, f, e retto, & il lato e, f, e di vna linea, d, e, f, e, f, e li doi angoli che saranno fatti alla parte doue saranno tirate saranno minori de doi angoli retti, per la qual cosa quie concorreranno (per la penultima petizione) adunque dal ponto f , (liqual e il ponto del concorso) si duc esser il centro del questo cerchio tiro le linee a ciascun angolo le quali sono f, a, b, f, c, e , & perche in lo triangolo a, d, f li doi lati a, d, f sono equali, & li doi lati b, d, e del triangolo b, d, e , & l'angolo d dell'uno e eguale all'angolo d dell'altro, perche l'uno e l'altro e retto, di che (per la quarta del primo) la linea a, d, f sara eguale alla linea b, d, e , & per la medesima ragione la linea a, e sara eguale alla linea f, c, e , & per similitudine li doi lati a, e, d, e del triangolo a, e, d sara eguale alli doi lati f, c, e, d, e del triangolo e, d, c , & l'angolo e dell'uno all'angolo e dell'altro, adunque (per la nona del terzo) il ponto f sara il centro del questo cerchio, quia

unitaria

vulgaris demonstratione a ogni specie di triangolo. tamen perche il fevele l'au-
thore nel mezzo voler variare disgiungendo intra lo triangolo orthogonio, lo
ambiguo, & lo isognoso, diche l'e da esser dimostrato di ciascun de quelli qual
ne piace da per si, sia adunque il trigono propoito orthogonio, e sia lo angolo
a retto, il lato a. c. oppoito al detto angolo retto diuido in due parti equali in
punto f. al qual punto f. dico esser il centro del quesito cerchio, & per dimostrar
questo dal punto, f. al mezzo dell'uno de' suoi altri lati equali sia il punto d.
dico la linea f. d. & perche la linea f. d. diuide li doi lati a. b. & c. del triangolo
a. b. c. in due parti equali la detta linea f. d. sara equidistante al terzo lato, cioe alla
linea a. c. (& questo fu dimostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche
l'angolo a. c. posto retto sara (per la seconda e terza parte della vigesima nona
del primo) l'uno el'altro di daci angoli che sono al punto d. sara retto sia adonq
dritta la linea f. a. & perche li doi lati a. d. & d. f. del triangolo a. d. f. sono equali
alli doi lati d. b. & d. f. del triangolo d. b. f. & l'angolo d. de l'uno e eguale all'an-
golo d. dell'altro la basa b. f. dell'uno (per la quarta del primo) sara eguale alla
basa f. a. dell'altro, & perche la linea b. f. e eguale alla linea f. c. (dal presuppo-
sto) sarranno (per commun sententia) le tre linee b. f. a. f. c. fra loro equali, per la
qualcosa il punto f. (per la nona del terzo) sara il centro del quesito cerchio. an-
chora sia il dato triangolo a. b. c. ambiguo, & sia l'angolo a. ottuso il lato b. c.
che riguarda quello angolo ottuso diuido in due parti equali in punto h. dal qua-
le alli punti di mezzo alli altri doi lati quali sono d. e. & d. o. le linee h. d. & h.
e. (& per quello che fu dimostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea h.
d. sara equidistante al lato a. c. & la linea h. e. al lato a. b. per laqualcosa l'uno e
l'altro de' doi angoli h. d. e. & h. e. h. (per la vigesima nona del primo) sarranno
equali all'angolo a. & per tanto l'uno e l'altro de' quelli sara ottuso, dritta adonq
la perpendicolare d. f. alla linea a. b. & e. f. alla linea a. c. sinza atanto che quelli
concorrano in punto f. il quale dico esser il centro del cerchio quesito. il qual con-
corso e manifesto per le ragioni di sopra aditte & l'una e l'altra de quelle separ
la linea b. c. che riguarda l'angolo a. ottuso, & quelle concorrente di fuora del tri-
angolo a. b. c. (per lo conuenio modo della trigesima prima del terzo) altramen-
te l'angolo retto sara eguale al ottuso, adonque dal punto f. il quale e il punto del
concorso de' quelle produco le linee f. a. f. b. f. c. & perche li doi lati a. d. & d. f.
del triangolo a. d. f. sono equali alli doi lati d. b. & d. f. del triangolo d. b. f.
& l'angolo d. dell'uno e eguale allo angolo d. dell'altro (per essere ciasca
diuise de loro retto) la basa f. b. dell'uno (per la quarta del primo) sara eguale
alla basa f. c. dell'altro, & per le medesime ragione la basa f. c. (del triangolo e.
f. c.) sara eguale alla basa f. f. (del triangolo a. e. f.) diche (per la prima comun
na sententia) le tre linee f. b. f. a. f. c. sarranno fra loro equali, onde (per la nona del
terzo) il punto f. sara il centro del quesito cerchio, sia de uoto che il triangolo
a. b. c. sia ortogonio dritti tutti li lati di quello in doi parte equali, cioe il lato a. b.
in punto d. & lo lato a. c. in punto e. & b. c. in punto h. & lo le linee d. e. d. h. & e. h.
(& per quello che fu dimostrato sopra la trigesima nona del primo) d. h. sara e-
quidistante al a. c. & e. h. al a. b. per laqualcosa l'uno e l'altro de' doi angoli b.
d. h. & e. h. (per la seconda parte della vigesima nona del primo) sara eguale all'
angolo a. & per tanto l'uno e l'altro sara acuto, dritta adonque le perpendicolat
cioe d. f. alla linea a. b. & e. f. alla linea a. c. e manifesto quelle concorrente den-
tro il triangolo a. b. c. (altramente l'angolo retto se equaliarli allo acuto, ouer che le
sia minor de quello) e sia il punto del concorso f. il quale dico esser il centro del
cerchio, & per dimostrar questo produco le linee f. a. f. b. f. c. & perche li doi lati a.
d. & d. f. del triangolo a. d. f. sono equali alli doi lati d. b. & d. f. del triangolo
b. d. f. & l'angolo d. dell'uno e eguale all'angolo d. dell'altro, onde (per la 4. ppo-
sitione del primo) la linea b. f. sara equal alla linea a. f. similmente poche li doi lati
a. e. & e. f. del triangolo a. e. f. son equali alli doi lati e. c. & e. f. del triangolo e. c. f.
& l'angolo e. de l'uno e ogli all'angolo e. dell'altro, diche (per la medesima quarta del
primo) la basa f. e. sara eguale alla basa f. a. onde (per la prima commun senten-



dia) le tre linee, b, f, a, e, faranno fra loro eguale per la qualcolà il punto, d. (per la nona del terzo) sera il centro del cerchio questo.

Correlario.

5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo sera orthogonio il centro del cerchio da circonscrivere cade in mezzo del lato che è opposto all'angolo retto se quel sera amblygonio il centro cade di fuori del triangolo. Ma se quello sera oxgonio cade dentro del triangolo, & conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato, b, c, l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioe l'angolo, a.) è retto & se il detto centro cade de fuori del triangolo è amblygonio, ma sel cade di dentro il sera oxgonio.

Il Traduttore

DA questa quinta el se ne causa il modo de trouar il centro d'vno cerchio che la sua circonferentia passi per tre punti proposti ad bene placitum, d'onde che non siano in linea retta, et supio, siano li tre punti, a, b, c. voglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferentia transisca per ciascuno delli predetti tre punti, a, b, c. immagino che li detti tre punti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti punti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginazione diuido la differentia che è dal punto, a, al punto, c, in duoi parti equali orthogonalmente con la linea retta, d, e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal punto, a, al punto, b, cioè la diuido pur in due parti equali orthogonalmente con la linea f, g, & lequali due linee, d, e, & f, g, se intersecano in lo punto, h, il qual punto, h, diuo essere il centro del questo cerchio che per li modi sopra polita in lo primo modo chiaro appare, adonque describendo sopra il centro, h, vno cerchio secondo la quantita de, h, b, ouer, h, a, la circonferentia di quello traira per ciascuno delli li tre punti, che è il proposito.

Problema. vi. Proposizione. vi.

6 Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere vno quadrato.

6 Se il dato cerchio a, b, c, d, il centro d'eguale è il punto, e, voglio dentro di el questo cerchio descriuere vno quadrato tale in detto cerchio li suoi diametri, a, c, & b, d, segh' andose orthogonalmente sopra il centro, e, di quali congiungole effrenita tirando le linee, a, b, b, c, c, d, d, a, & d, a, lequale dico conuenir a questo quadrato, perche le quattro linee, a, b, b, c, c, d, d, a, (per la diffinitione di cerchio) sono eguale fra loro & li quattro angoli che sono al centro, c, sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, d'altra (per la quarta del primo) le quattro linee, a, b, b, c, c, d, d, a, sono etiam fra loro eguale, & ciascuno di quattro angoli a, b, c, d, è retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrato a, b, c, d, (per esser de quattro lati equali & de angoli tutti quadrato) p, h, a, diffinitione del primo) che è il proposito.

Problema. vii. Proposizione. vii.

7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

7 Sia il proposito cerchio, a, b, c, d, il centro d'eguale è il punto, e, voglio dentro vno a questo cerchio descriuere vno quadrato tiro in lui li due diametri, a, c, & b, d, segh' andose fra loro orthogonamente sopra il centro, e, alle effrenita celi quali conduco in l'una e l'altra parte le linee orthogonamente lina a tanto che

descuira

ciascuna di quelle concorrono insieme & siano li ponti del concorso de quelle f, g, h, k & per lo correlario della sesta decima del tertio, ciaschda delle predette quattro linee così tirate saranno toccante il detto cerchio, perche adougnor in lo quadrilatero a, b, c, d tre angoli a, b, c sono semi il quarto angolo (il quale e, d) & se si anchora lui retto, verche li quattro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo, & per la medesima ragione d'ciascuno degli altri angoli g, h, k, l sera retto, addo que (per la seconda parte della vigesima octaua del primo) le due linee e, f, g, h, k, l etiam le due f, k, g, h sono egualidistanti, adouque f, k (per la trigesima quarta del primo) e equali a g, h & f, g a k, h (& per la medesima trigesima quarta del primo) f, l e equali a h, d & $e, f, g, a, c, m, a, b, d, e$ equali a l, a, c (per esser ciascuna di loro diametro del cerchio) & de (per la prima concorrenza) le quattro linee f, k, g, h, e, g, h, k sono equali, & li quattro angoli f, g, k, h sono etiam, come di sopra fu approuato, adouque il quadrilatero f, g, k, h (per la diffinitione) e quadrato, che e il proposito.



Problema.viii. Proposizione.viii.

S In uno dato quadrato puotemo descriuere uno cerchio,

S i a lo dato quadrato a, b, c, d voglio dentro di lui descriuere un cerchio di modo cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe a, d in ponto f, b, a in ponto g, c, b in ponto h, d, c in ponto e & produco le linee e, g, f, h le quali si segnano fra loro in ponto k , & equali dico esser il centro del cerchio, perche la linea f, h (per la trigesima terza del primo) sera equali & equidistante alla linea a, b (per quello che la a, d, b, c, b, h sono equali & equidistanti, similmente (per la medesima) la destra f, h sera equali & equidistanti al lato d, c & per le medesime ragioni g, e sera equali & equidistanti al a, d & similmente al b, c & perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato (per communia identita) son fra loro equali cioche le quattro linee e, g, k, h, f, e, k, f (per la trigesima quarta del primo) saranno equali fra loro, adouque des scriuendo sopra il centro k il cerchio secondo la quantita de k, g , ouer de k, f , ouer de k, e ouer de k, h , transire etiam per li altri tre ponti & sera toccante le quattro linee, ouer lati del quadro cioe a, b, b, c, c, d, d, a & lo ponto k sera (per la nona del tertio) il centro del questo cerchio, che e il proposito.



Problema.ix. proposizione.ix.

2 Cerca uno assignato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

S i il quadrato a, b, c, d voglio cerca di lui descriuere un cerchio tiro in lui li duei diametri a, c, b, d & segnano fra loro in ponto e , & qual dico esser el centro del disco, cioe cioche che le due linee a, b, c, d siano equali, li duoi angoli a, d, b, c, a, b, d, c (per la quinta del primo) saranno equali & perche l'angolo d, a, b, e retto (per la 12^a del primo) l'uno, el altro de quelli fara la mitade di un retto. Anchora con simil modo e se preuara ciaschun degli altri angoli pordiali contenuti dalli prediti diametri & dalli lati del proposto quadrato esser la mita d'un retto. Perche adouque lo angolo e, a, d e equali allo angolo e, d, a (per la sesta del primo) la linea a, e fara equali alla linea e, d (per la medesima ragione e, a fara etiam equali a b, c & e, c fara equali a d, b) & il che descriuendo sopra el ponto e il cerchio secondo la quantita del vna delle quattro linee $a, e, b, c, e, d, c, b, d, a$ transire etiam per li altri tre ponti & (per la nona del tertio) el ponto e fara el centro del detto cerchio, che e il proposito.



10 Potremo designare uno triangolo de' duoi lati equali, del quale l'un
 10 e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

LA intentione e da descrivere vno triangolo de' duoi lati equali & del tercio non equali, del quale l'uno e l'altro de' duoi angoli che sono sopra il lato che nou e quale all' altri duoi sia doppio al tercio. Et per far questo sia tolto il bene placito vna linea tetra laquale sia ab laqual sia diuisa secondo che ne ha segna la vndicesima del secondo in ponto e talmente che quello che e fatto della a sin la b , e sia equali al quadrato della a , c & fatto il punto a , o uero sia descritto secondo la quantita della detta linea a , b il cerchio b , d e descritto di quale sia accomodata la linea b , c (per la prima di questo) equali alla linea a , c & si no prodotte le due linee d ad c dico il triangolo a , b , c descritto tal qual e stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto vn cerchio liqual sia d , c , a , (per la quinta di questo) il triangolo d , c , a , perche adonque la linea d , b , e equali alla linea a , c era quello che vien fatto della a , b in la b , c equali al quadrato della linea b , d per la qual cosa la linea b , d (per la vltima del tercio) circoscrive il cerchio d , c , a , & per la trigesima seconda del medesimo l'angolo c , d , b e equali all'angolo c , a , d giunto adonque comunamente l'angolo c , d , a , tanto l'angolo b , d , a , & la seconda concettione sara equali alli duoi angoli c , a , d & c , d , a , (per la trigesima seconda del primo) l'angolo b , d , c e equali all' medesimo duoi angoli c , a , d & c , d , a , (perche e circunscritto a quelli) adonque l'angolo b , d , a e equali all'angolo b , c , d , & perche l'angolo a , c , d e equali all'angolo a , b , d , & per la quinta del primo) per esser li duoi lati a , b , & a , c equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo b , d , c (per la prima concettione) sara equali all'angolo b , d , a adonque (per la sesta del primo) la linea c , d e equali alla linea b , d , & perche la linea b , d , si possa equali alla linea c , a seguita adonque (per la prima communis sententia) che la linea c , d sia equali alla linea c , a adonque (per la quinta del primo) l'angolo c , a , d e equali all'angolo c , d , a , perche adonque l'uno e l'altro di duoi angoli c , d , b , & c , d , a e equali all'angolo c , a , d tanto l'angolo b , d , a sara doppio all'angolo a , b , & per tanto l'angolo a , b , d lui equali e anchora lui doppio al medesimo angolo b , a , d , che e il proposito. Foris l'aduersario dice il cerchio d , c , a , circonscritto al triangolo partiale seghara il cerchio b , d , c , in alcun punto della linea b , d , sicche in figura seghara la linea b , d , onde quella non sara applicata al cerchio (si come se suppone in la demonstratione) ma sara seghante quello, sia adonque (se possibile e) come pone l'aduersario, & dal punto b , sia dato al detto cerchio minor la linea b , e & (p. 17. del tercio) toccate quello fian dette le linee f , a , d , sara (per la penultima del tercio) quello che vien fatto della a , b in la b , c equali al quadrato della b , d adonque la b , d e equali alla b , d per la qual cosa l'angolo b , d , c (per la quinta del primo) sara equali all'angolo b , d , a , & perche l'angolo b , d , a e equali (per la trigesima seconda del tercio) all'angolo a , d , e & perche tanto l'angolo b , d , c (per la vltima concettione) e maggiore dell'angolo b , d , a , sara etiam maggiore dell'angolo a , d , e (a quello equali) & perche l'angolo b , d , c e equal al detto angolo d , c , a seguita (per communis sententia) che l'angolo f , d , b e maggiore dell'angolo f , d , a , laqual cosa e impossibile (per la vltima concettione) che la parte sia maggiore del tutto seghara in alcuno punto l'arco b , d anchora per vno altro modo possiamo, adonque il cerchio d , c , a , non dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcuno seghara la linea b , d , perche il detto aduersario forse dira che seghara quella non seghando l'arco b , d del maggior cerchio se pur possibile e che seghi quella sia quello in punto h , & sara quello che e fatto della a , b in la b , c equali a quel che vien fatto della d , b in la b , h . Perche l'ha dimostrarato di sopra nella penultima del tercio che se da alcuno punto signaro fuori d'un cerchio siano dette quante linee si voglia al detto cerchio

a tutta la circonferentia .d.h.e. adunque li doi angoli .a.d.b. & .d.a.e. (per esser dedutti sopra le dette due circonferentie eq uale) (per la vigesima sententia del tertio) faranno eguali fra loro, & per questa medesima ragione ciascuno di illi angoli che sono sotto .a.e.c. & .e.c.b. & .c.b.d. faranno eguali a ciascuno di quelli angoli che sono sotto .e.a.d. & .d.a.b. adunque il pentagono .a.d.b.e.c. e' equilatero, & di sopra habbiamo dimostrato come e' eglice equilatero, adunque in lo dato cerchio .a.b.c. habbiamo descritto il pentagono .a.d.b.e.c. equilatero, & equiangolo che e' il preposito.

Problema.xii. Proposizione xii.

12 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno pentagono, & Equilatero, & equiangolo.

Sia il preposito cerchio .a.b.c. il centro dilquale e' il ponto .f. uoglio cerca di lui descriuere vno pentagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la doctrina della precedente notaro li cinque ponti angolari quasi come habbiamo inferito vn pentagono, liquali siano .a.d.b.e.c. alliguali (dal centro) tiraro le linee .f.a. f.d. f.b. f.c. f.e. dalla medesima ponti pòraro le perpendicolare a quelle liner, & quelle allongaro in l'una e l'altra parte fin a tanto che quelle concorran in li cinque ponti .g.h.i.l.m. & quelle linee le tanno (per lo correlario dello decimasesta del tertio) toccante il cerchio, & a que sti ponti del concorsu (dal centro .f.) condero le linee .f.g. f.h. f.i. f.l. f.m. (& per che fu dimostrato sopra la penultima del tertio che se dalcun ponto signaro fuori d'un cerchio sian dette due linee al detto cerchio toccante quello che quelle faranno eguale) sera la linea .g.a. eguale alla linea .g.d. & la .h.d. alla .h.b. & così de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti .a.d.b.e.c. diuideno il cerchio sono eguali fra loro (per la vigesima sententia del tertio) li cinque angoli al .f. d. d. f. b. f. c. f. e. f. a. (liquali sono dedutti sopra a queti archi in lo centro .f. faranno fra loro eguali) ma li doi lati .a. g. & .f. a. del triangolo .f.a.g. sono eguali a doi lati .d. g. & .f. d. del triangolo .f.g.d. & li lato .g. f. e' commune, adunque (per la ottaua del primo) li doi angoli de quelli liquali sono o al centro .f. e' similmente li doi angoli che sono al .g. sono eguali fra loro, & per la medesima ragione li doi angoli liquali sono al centro .f. in li triangoli .d.f.h. & .d.f.b. e' anchora li doi che sono al ponto .h. sono eguali. Similmente anchora ciascuno delli altri tre angoli liquali sono .b.f.c. e .e.f.a. & ciascuno di tre liquali sono .d. Loro sono diuisi in due parti eguali li primi per la linea .f.k. li secondi per la linea .f.l. li terzi per la linea .f.m. & perche questi tre angoli liquali sono .b.f.c. & .e.f.a. & .f.a.g. sono eguali a li medesimi etiam alla altri doi (liquali sono .a.f.d. & .d.f.b. no pur eguali faranno le dieci mende de quelli liquali sono dieci angoli fatti in lo centro .f. eguali fra loro, perche addoue li doi angoli .a. & .f. del triangolo .g.a.f. sono eguali alli doi angoli .a. & .f. del triangolo .m.a.f. & lo lato .a. e' commune (per la .co. del primo) l'angolo .g. de l'uno sera eguale all'angolo .m. dell'altro & lo lato .g.a. al lato .a.m. per la medesima ragione sera l'angolo .g. (del triangolo .g.f.d.) eguale al angolo .h. in lo triangolo .d.f.h.) & lo lato .g.d. sera eguale al lato .d.h. per la qual cosa perche .g.a. e' la mitta de .g.a. & .g.d. e' la mitta de .g.h. & .g.a. & .g.d. sono eguali faranno (per commutata scientia) .g.m. & .g.h. (che sono il doppio di quelle) eguali fra loro, similmente anchora mostreremo prouato, .g.m. esser eguale al .m. & al .l. & al .k. & al .k.h. per la qual cosa il pentagono .g.h.i.l.m. e' equilatero, ma dico anchora quello e' equiangolo, conchiosa che li doi angoli che sono al .g. siano fra loro eguali & li doi che sono al .m. similmente etiam fra loro & .g. parziale al .m. parziale, l'uno e l'altro di sopra se aprouato esser eguali, cioe che l'angolo .f. g. a. e' eguale all'angolo .f. m. a. di che (per la medesima commutata scientia) tutto l'angolo .g. e' eguale a tutto l'angolo

medesimo modo tu apporuerai tutto l'angolo d. effer diuiso in due parti equali per la equalita del angolo d. parziale. & a. parziale toli per il triangolo e. a. f. d. e. f. perche adunque i duei angoli g. & b. del triangolo g. f. b. sono equali alla duei angoli h. & c. del triangolo h. b. c. & lo lato d. b. commune sera per la 26. del primo & a. Ch. equal alla g. f. per lo medesimo tu apporuerai l. a. f. & l. e. f. equali & l. l. e. f. & l. a. f. del triangolo f. d. c. & k. f. d. perche adunque le cinque linee l. g. f. h. f. k. f. d. s. in seoue equali sera il ponce f. (per la q. del terzo) centro del cerchio il qual descrisimo secondo la quantita de vna de quelle d. & quello toccherà tutti li l. a. f. d. & l. e. f. pentagono per la equalita delle linee) & non segara alcuno de quelle g. l. e. f. & l. a. f. del terzo & colli il propolito e manifestio.

Problema.xiiii. Propositione.xiiii.

14 Cerca a uno dato pentagono equilatero & equiangolo puotemo
14 descriuere uno cerchio.



Sia come in prima il pentagono equilatero & equiangolo, & poche dell' altri que-
sto non è necessario esser possibile, & a. b. c. d. e. voglio cerca di lui deſcriuere uno
cerchio, & quoda equali eſſorſia della ſt. diuidilo in dieci pringui angoli di quoda
(figurali ſono a. b. c. d. e.) in due parti equali (g. l. a. g. del primo) & come le linee a. b. c. d. e.
danno fin a tanto che quelle poſſano di detto di eſſo pentagono in poterſi & a quello
potremo, & detto del pentagono, & come ſi approuato in la ſoſcedente, & dal poſſo
del poſſo poſſo all' altri angoli le linee lequal ſiano a. b. c. d. e. & poche il detto
tri. a. b. c. d. e. del triangolo a. b. c. d. e. equali all' due linee a. b. c. d. e. del triangolo
& l' angola a. d. e. all' un all' angola dell' altro (g. l. a. g. del primo) la b. c. ſera equa-
le alla c. e. & l' angola b. c. d. parteſi all' angola c. d. e. & poche tutto l' angola b. c. d.
equal a tutto l' angola c. e. & tutto l' angola c. e. d. diſiſi in due parti equali ſera ſimil-
mente tutto l' angola b. c. d. diſiſi in due parti equali, & per quodo modo anchora ſi
prouarai l' uno & l' altro dell' angoli a. b. c. d. e. eſſer diſiſi in due parti equali, & le cin-
que linee a. b. c. d. e. ſera eſſer equali, per la qualora (g. l. a. g. del terzo) ſi poſſo
ſera il centro del cerchio, & così il propoſito manifeſto.

Problema.xv. Propositione.xv.

$\frac{9}{16}$ In un dato cerchio possià descriuere un hexagon equilatero & equiangolo.



Sia il proposto cerchio a. b. c. d. il centro del quale sia il punto e. voglio dimostrare che se si deforsero vno hexagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a. e. c. & secondo la quantita del mezzo diametro e. c. (i atto centro il portante) deforsero il cerchio a. b. c. d. figherai il primo in li doi punti b. d. dalli quali produci li doi diametri nel cerchio primo, liquali sono b. e. g. & d. e. f. congiungo adora le distanze di doi terzi diametri co' sei linee leguale sono a. b. f. b. c. c. d. d. e. e. g. & g. a. liquali dico contener lo hexagono questo che (come dimostrai la prima del primo) l'uno & l'altro di doi triangoli b. e. c. & c. e. d. sara equilatero, piuquanta sara etiam equiangolo (p la 14. del medesimo) adonco p la 12. del primo li doi angoli b. e. c. & c. e. d. co' vno altro inferiore che sia eguale a terzo de quelli sono equali a doi angoli retti, per questo che ciascuna de loro e il tercio de doi angoli retti, ma quelli co' l'angolo d. e. g. p la triadecima del primo son pur equali a doi angoli retti, adonco l'angolo d. e. g. p constina scientia se eguale all'uno & l'altro de quelli piuquanta li sei angoli che sono al contorno (p la 15. del primo) sono fra loro equali adonco (p la 16. del terzo) li archi in liquali cadeno sono equali p la qualesca & le corde de quelli (p la 19. del medesimo) liquali sono li lati del hexagono adonco che egli equilatero ma etia (p la 17. del terzo) egli equiangolo per questo che li sei archi lo li qualle pōte angulare del hexagono diuidendo il cerchio tobi a doi a doi sono equali fra loro (come Patco a. b. a. b. arco b. c. & g. etia l'angolo f. b. c. e. f. fra in lo primo & eguale all'angolo b. d. quale fra in lo secondo il medesimo accade in tutti li altri, che il proposito e manifesto.

Correlario.

¹⁵ Da qui è manifesto che il lato del hexagono è eguale alla mita del diametro del cerchio al qual è inscritto.

Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato del hexagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come e. g. & c. b. d. c. b. & non che l non se propone qualmente potremo designare circa a uno dato cerchio vno hexagono equilatero & equiangolo, ne che potremo dentro a tal hexagono ne circa a tal hexagono descripture vn cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & pentagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche queste tre per li medesimi procedi, che son fatti in lo pentagono equilatero & equiangolo si finano in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscriuere in vn cerchio quella medesima di scriueremo de fuori del cerchio et di scriueremo il cerchio dentro & di fuori di quella con li medesimi mezzi & modi che habbiamo fatti in lo pentagono. Hora anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circoscritta & anchora se necessario che quella sia equiangola della inscritta si se manifesta (per la 7. y. e. g. del terzo) gli archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde delli a doua doua. In questi archi cadono li angoli della detta figura & del la circoscritta, faciendo approssimar pelli linee date dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli pidi del tocamento si come appare in la figura a. d. e. d. e. f. furano aorno al cerchio b. c. (il centro delli quale e il pido f.) Nello essendo equilatera se approssima quella esser etli equilatera in quello modo protratal dal centro ha cadaun angolo de detta figura vna linea retta si come e la linea f. a. & la linea f. d. f. e. & similmente di q dentro centro. E si cōdhar vna linea retta a cadaun pido del tocamento siccome e la linea f. b. & c. f. c. per argomentari in quello modo, la li circoscritta (per quello che fu dimostrato sopra la 30. del terzo) se eguale alla linea a. c. (perche ciascuna vien dal pido a. e. e) e circoscritta in li doui pidi b. d. c. & c. adora que li doui lati b. d. & b. d. del triangolo a. b. d. sono eguali alli doui lati a. c. & c. f. del triangolo a. f. c. e la b. d. a. f. e comune, adora q (per la 9. del primo) l'angolo a. b. d. e equal all'angolo f. a. c. (per laqual cosa l'angolo b. d. c. joine e tutto l'angolo a. vera a esser diuiso in due parti equali d alla linea, f. a. & così se approsseranno tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee che a lo ro vengono dal centro perche adonque li doui lati a. f. & a. c. del triangolo a. f. c. son no equali alli doui lati a. d. & a. e. del triangolo a. d. e. l'angolo a. d. e. del uno all'angolo a. d. e. dell'altro fora la b. d. f. d. dell'uno equal (per la quarta del primo) alla b. a. f. e dell'altro & l'angolo a. d. e. all'angolo a. e. f. & perche l'angolo a. d. e. la mita de tutto l'angolo a. d. e. de detta figura similmente l'angolo a. e. f. e la mita de tutto l'angolo a. e. f. (per communia scientia) tutto l'angolo e. f. e. sera eguale a tutto l'angolo a. d. e. & per le medesime ragione se approssima tutti li altri angoli di essa figura esser fra loro equali & così se procederà in cadauna altra figura equilatera che fusse circoscritta a vno cerchio, che e il propolito.

Problema. xvi. Proposizione. xvi.

¹⁵ In uno dato cerchio potremo designar vn quindecagono equilatero & equiangolo. Oltre di questo potremo circa a qualunque cerchio alligato descriptur vn quindecagono equilatero & equiangolo. & in vn dato quindecagono descriptur vno cerchio.

Se il dato cerchio a. b. c. voglia a lui inscriuere vn quindecagono equilatero & equiangolo & dappoi etiam il voglio circoscriuere anchora dentro a tal quindecagono propolito voglio descripture vno cerchio, ma il non propone di voler circa a tal quindecagono descripture vno cerchio perche per le altre che quel pido poue a sufficienza nel da ad intendere, in lo dato cerchio (secondo la dottrina della seconda di questo) tiro il lato del triangolo equilatero ilqual sia a. c. & secon-





do la dottrina della vndecima di quello, tiro etiam il lato del pentagono equilatero, & equigolo il qual sia a. b. c. & perche l'arco a. c. e la terza parte de tutta la circonferentia della quale l'arco a. b. e la quinta parte, sera il superfluo, ouer differenza che fra quelli duoi archi liqual e l'arco b. c. /li duoi terzi dell' arco a. b. ouer li duoi quinti dell' arco a. c. fue li duoi quindicesimi de tutta la circonferentia, perche in ogni tutto la terza parte eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte ouer in duoi quinti di essa terza parte, ouer in duoi quindicesimi di tutto, & questo e manifesto in la quinta e terza parte del primo numero che ha parte quinta & terza liqual e. 15. la parte terza di quello liqual e. 5. & eccede la quinta parte de quello liqual e. 3. in due vnta de liquali sono li duoi terzi del medesimo ternario liqual e la quinta parte del detto. 15. /ouer li duoi quinti del medesimo quinario liqual e la terza /ouer li duoi quindicesimi del medesimo. 15. & li e il nome d'istilo adoque l'arco b. c. in due parte eguale p. h. & o. del terzo /in poco d. le manifesti l'uno e l'altro di duoi archi d. d. & d. b. e l'altro la terza parte dell' arco a. b. ouer la quinta dell' arco a. c. ouer la. 5. de tutta la circonferentia tirando adunque le corde c. d. & d. b. di quelli, & p. la prima di quello /accomodando oltremamente centro dal dato cerchio altre corde a quelle eguale (che in tutto serano 15. /sera copita la figura p. posibile, le altre due che esso antioch. p. pone con la terza che p. le altre li ne da ad insidere, cioè de circonferentia vno quindicesimo a vno cerchio, & descrirre in vno quindecagono vn cerchio, & anchora circonferentia facilmente concluderai p. il modo della. 12. & 13. & 14. di questo, & nota che cadauna figura egliatera la qual sapiamo descrirre in vno cerchio in lo medesimo cerchio la pemo etia inscriberne & circonferentia vualtera del doppio p. li lati, & a q. la medesima sapemo inscriuer & circonferentia il cerchio p. li archi aliquanti se scotteme de li lati di q. la figura, d'istilo p. la. 30. del. 3. in due parti equi & p. le linee tirate dalli p. di mezzo, cioè de lor diuisione, dalle estremita di ladi della medesima figura sera fatto di dentro di esso cerchio vna figura del doppio p. li lati della prima ladi sera egliatera p. la. 29. del. 3. adog sera equigolo, p. che sopra la. 15. di q. la, q. la. 12. & 13. & 14. di q. la, adog p. che sapemo inscriuer in triangolo egliatero, sapemo p. questo descrirre lo exagono, & p. lo exagono lo duodecagono, & p. lo duodecagono vna figura di. 24. lati, & così in infinito doppiando, & p. il triangolo lo exagono (come hanemo detto) puo esser inscrito, tamen quel ha posto la p. p. la demonstratione di q. la dalla qual ne seguita gradamente vna, & similiter p. che sapemo etia inscriuer il q. d'istilo sapemo p. q. lo inscriuer ogni figura che l' numero di lati di q. la e eguale te paro, p. lo p. che gono anchora sapemo inscriuer vn decagono, & vna figura de 20. lati, & così ordinatamente doppiando quel medesimo anchora. Intende del quindecagono p. che q. lo son cognite le figure del. 30. & 60. & de tutte comunemente delati doppiatima delle altre figure de q. lo q. lo no insegna, ouer q. la che p. q. lo no se haue in oia scolta e difficile, & di poca utilita, come son la ferra gona, nona gona, vndecagono, ma se noi seperemo designar vn triangolo de duoi lati equi che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio all'altro seperemo descrirre lo ferra gono in vn cerchio, come di sopra fu fatto il p. che gono, ma se l'uno e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro sapremo de scriuer la figura nonagola, & se l' fusse quintuplo la figura vndecagona, & quel medesimo in le altre figure de lati dispari, poco l'uno e l'altro di angoli alla basa multiplie l'altro per quel numero, liqual e la mitta del maggior numero paro conto tutto sotto al numero dispari di lati della detta figura.

Il Traduttore.

IN questo loco, in la prima tradottione egli liato aggonato un modo da dinidare vno angolo in tre parti equali, & consequentemente a descrirre vna figura nonagola equilatera & equiangola in vno dato cerchio, ma perche tal suo procedere non e demonstratio lo hanemo interlasciato come cosa inutile.

Fine del quarto libro.

INCOMINCIA

IL NECESSARIO ET VTILISSIMO

QVINTO LIBRO DELL' I PRINCIPII DE

Euclide Megarensi delle proportioni & proporti
della ista secondo le due traduzioni de
Nicolet Tarles Brissiano, &
dell'istia del latino in
vulgar tradotto
e deducato.

Diffinitione prima

¹ Vna quantita minore e parte d' una quantita maggiore quando che
² la minore numerata, ouer misurata la maggiore.

La parte alcuna volta se la piglia propriamente, & e quella la qual e tolta per
vno certo numero de volte, quella continue predichiamo il suo tutto, senza
alcuna diminutione, ouer augumento, & quella e detta misurare il suo tutto per
quel numero, secondo il quale la vien tolta alla continuatione di esso tutto, & tal par-
te la qual chiamamo multiplicata, l' author la diffinisse in questo, & alcuna vol-
ta la se piglia comunemente, & questa e qualunque quantita minore, la qual e
tolta quante volte si voglia quella continue amen, ouer piu fado del tutto, la qual di-
cemo parte aggregata, imperoche con altra quantita diuersa continue il suo tut-
to, ma per se tolta quante volte si voglia quella non lo produce.

Il Tradotto.

Per esempio di questa diffinitione, sia la infra scripta linea a. b. diuisa in duode-
ci parti equali le qual parti sono, a. m. d. u. t. q. s. g. g. h. h. i. i. k. k. l. l. m. m. n. n.
t. h. della qual linea toltoe la quantita a. c. (la qual pongo che la sia la quantita
6.) & quella tolta, ouer comparata a tutta la linea a. b. diremo che quella sara
propriamente parte di tutta la linea a. b. per la diffinitione di l' author, perche tal
quantita minore, numerata ouer misurata precissamente la quantita maggiore, cioe
la detta a. b. duodeci volte, & quella tal parte a. d. diuersa della parte comunemen-
tente detta se chiama parte aliquota, ouer multiplicata, similmente tolendo
la quantita p. equale alla quantita a. d. & quella tolta, ouer comparata a tutta
la quantita a. b. per la detta diffinitione sara parte propria, ouer multiplicata
de tutta la detta quantita a. b. perche quella la misura ouer misura precissamen-
te sei volte. Similmente tolendo la quantita q. equal alla quantita a. c. ouer la quan-
tita a. b. perche la quantita q. uera a numerare ouer misurare quella precissamen-
te quattro volte, & la quantita r. tre volte, & queste tal parti sono denominate
dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, esempi gratia la
quantita a. c. ouer, odirale la duodecima parte de tutta la quantita a. b. & la quan-
tita a. d. ouer, p. sara la sesta, & la quantita a. e. ouer, q. la quarta, & la quantita a.
f. ouer, r. la terza le qual parti precissamente se descriuono in questo modo $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, & li numeri che sono sotto alle virgule sono detti denominatori de dette parti
etiam se della detta quantita, ouer linea a. b. ne totemo la quantita a. s. qual pon-
iamo che la sia la quantita t. dico che quella quantita s. non sara parte propria
ouer multiplicata della quantita a. b. perche quella non misura ouer numerata
la quantita a. b. precissamente, perche in doi volte la non puo compire de misu-
re.



carla, ouer de numerarla, & lo tre la soprabonda, & quella è quella che è detta parte aggregaria, ouer comunamente detta. Alcuno potrà adinar dir sopra qual sorte parte si debbe intendere la non communata sententia, lo ripondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

Diffinitione.ii.

II Multiplice e la maggior della minore quando la minor misura qlla.

LA parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi duoi estremi c'è la relatione di quelle fra loro, & per tanto haueo diffinito lo minor estremo, in questo loco diffinito il maggiore & chiama questo maggiore multiplice per questa causa che il minor toltovv certo numero de volte costituisce il deno maggiore, saranno adonque relatiuamente detti fra loro parte & multiplice perche ogni parte è submultiplice, come se manifesta per la diffinitione di quella.

Il Traduttore.

Presemplici questa diffinitione toremo per la quantita, ouer linea, a, b, della diffinitione precedente la qual linea a, b, in comparatione caduna de quelle sue parti, cioe delle quattro linee, o, p, q, r, vien detta multiplice, & la sua multiplicita sera denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte, esempi gratia in comparatione della linea o, sera detta dodecupla, & in comparatione della linea p, sera detta sesupla, & in comparatione della linea q, quadrupla, & della linea r, tripla, sia della linee ouer quantita, non sera multiplice perche la detta quantita, non numera ouer misura la detta quantita a, b.

Diffinitione.iii.

I La proportion e la conuenienza certa de due quantita de vno me-
II desimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si ueglia.

LA proportion e la conuenienza de due cose d'un medesimo genere fra loro in questo che una de quelle e maggior, ouer minor dell'altra, ouer eguale, perche non solamente in le quantita se ritrova la proportion, ma in le potenzie, & sono Platone nel Timoe doue dimostra del numero dell'elementi, uole che in li pesi & in le potenzie la proportion, ma liquidamente appare dalla sua sia esser proportion in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se *quatuor* que neruo sera diuiso in due inegual parti la proportion delle parti & di soni se ra vna medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal vien trouata la proportion quelle partecipano la natura, & la proprieta della quantita, perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che vna de quelle e maggiore, ouer minore dell'altra, ouer eguale, il proprio della quantita e esser detta secondo quella equal ouer ineguale, come vuol Aristotele in li predicamenti, onde e manifesto la proportion primamente esser trouata in la quantita, & per quella in tutte le altre cose. Ne pouo esser proportion in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantita, per laqualcosa ben ha detto Euclide la proportion semplicemente esser in la quantita, conciosia che lui ha diffinito quella per conuenienza de due quantita fra loro d'un medesimo genere. Io intendo della quale diffinitione e che la proportion e la conuenienza de due quantita fra loro alla quale il se aduertisse in questo che vna de quelle e maggior ouer minor dell'altra, ouer eguale, per laqualcosa e manifesto che l'bisogna quelle esser d'un medesimo

ordine, come daoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero daoi corpi, ouer daoi nodi, ouer daoi tempi, perche il non puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, o il tempo de l'nocho sia la misura della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose vniuersali sono comparabili, ma quello che dice certa convenientia non fa tendere così: il come convenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il similitudine della quale e quello, la proportionione e la determinata convenientia de due quantita, io dico così determinata, che la sia quella & non altra, perche non e necessario che ogni convenientia de due quantita sia cognita di noi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportionione e di discreti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor e parte, ouer parti del maggiore, come se de molti: nel continuo per la qual cosa & in tutti quelli la convenientia e certa & nota, ma in li continui la proportionione e piu larga, perche in quelli e doue la minor quantita e parte, ouer parti della maggiore, & de tutti quelli tali per mezzo de numeri la proportionione e nota laqual vien detta rationale, & tutte quelle tal quantita sono dette comunicanti, perche quelle vna medesima quantita necessariamente li misura, onde se tutti li numeri sono comunicanti, perche la vna misura tutti quelli, egli anchora doue che la minore non e parte, ouer parti della maggiore, & in quella caso non e nota la proportionione ne a noi ne alla natura, & quella proportionione vien detta irrationale, & queste quantita incommunicanti, onde si fa che ciascuna proportionione, laqual se troua in li numeri quella se troua etiam in ogni genere de continui, come in li linee, superficie, corpi, & templi, ma non e riconosciuta, perche in tutte le proportioni se trouano in hoenissimi lequali la natura di numeri noi presta, ma ciascuna proportionione laqual sia trouata in vno genere de continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se troua alcuna linea a qualunque altra se ritroa, così qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non così quantunque numero ad alcun altro, onde piu e larga la proportionione in li continui che in li discreti, perche e manifesto la proportionione geometrica essere de maggior abstrazione, che la proportionione arithmetica, perche in ogni proportionione certa la quale vera la arithmetica e rationale, ma la geometrica egualmente se considera la rationale, & la irrationale.

Definitione.iii.

$\frac{4}{4}$ La proportionalita e la similitudine delle proportioni.

Come se noi differimo che la proportionione che e della a alla b, quella e anchora fra della c alla d, la proportionione che e fra la a, & la b, e simile a quella che e fra la c, & la d, & questa similitudine che resulta da queste proportioni vien detta proportionalita.

Definitione.v.

$\frac{6}{5}$ Le magnitudine sono dette hauer proportionione fra loro lequali mai si triplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Traduttore.

Questa definitione se ritroa solamente in la seconda traditione, il senso della quale e quello che le magnitudine se dicono hauer proportionione in sieme, lequale moltiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perche il seguito

che fra qualunque due quantita (ouer magnitudine) terminate, che siano d'uno medesimo genere e sempre qualche specie de proportionone perche sempre se po multiplicare vna di quelle talmente che la eccedera, ouer auanzata l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita, all'hora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di proportionone perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedera la infinita, e pero dice Aristotile in lo primo de celo & mondo terra quinquagesimo secondo proportion nulla e infinita ad infinitum, doue che de vna cosa infinita a vna finita & terminata non ghe proportion alcuna, perche concessio ouero presupposto che due quantita habbiano proportion fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccedera la maggiore, come accade sopra la cotta di quello etiam nella prima del dodicesimo & similmente concessio in due quantita ineguali che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccedera la maggiore, seguita quelle due quantita hauer proportion fra loro, esempi grada concessio che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro del cerchio hauer proportion con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fin a questa hora.

Diffinitione.vii

Le quantita lequale sono dette hauer la proportionalita continua, sono quelle delle quale li multipli equalmente tolti, ouero che lo no equali, ouero che equalmente senza interruptione se sopraggiungano, ouero si minuiscono,

Supponia la diffinitione della proportionalita, per continua & discontinua l'auer diffinita li membri che dissiuano, & primamente la continua, o per dire meglio supponia la diffinitione delle quantita proportionale, per continue & discontinue proportionale, lui non diffinita la continua proportionale, ne la discontinua, ma le quantita continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionale, & della discontinua alia & manifesta per la diffinitione delle quantita continue proportionale, & delle discontinue, ma la continua proportionale e quando in qual proportion la prima (de quante quantita si voglia de vno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima la prima consequente antecede vna delle altre, come esempi grada quando dirai mo si come e della a alla b, cosi e della b alla c, & della c alla d, & di cada di quelle sera anteceder & consequente eccetto la prima laquale e solamente antecedente, & la prima laquale e solamente consequente, & in questa proportionalita e necessario tutte le quantita esser de vno medesimo genere per la continuazione delle proportionone (impero che l'una e proportionone in fra le quantita de diuersi genere) & questa sera alquanto in tre termini costimida, ma la discontinua e quando de quattro quantita (ouer seranno tutte de vno medesimo genere, ouer le due prime de vno, & le due vltime de vna altro) in qual proportion la prima antecede la seconda in quella medesima la terza antecede la quarta come quando dirai mo si come e della a alla b, cosi e della c alla d, & sera qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam e necessario che siano tutte quattro de vno medesimo genere, si come in la proportionalita continua, imperoche il consequente della prima proportionone non e continuato allo antecedente della seconda, ma e possibile che siano de vno medesimo genere, & e possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarsi se vna linea doppia a vna lura, ouer u triple, cosi accade trouarsi vna superficie ad

una altra superficie, & vn corpo ad vn altro corpo, & così vn tempo a vn tempo
& vn numero ad vn numero.

Vita che così sia la proporzionalità continua, & la discontinua espianamo la sopra
scritta diffinitione delle quantità continue proporzionale, la qual dice che le quan-
tita continue proporzionale sono quelle, delle quali li multipliciti solidi eguali em-
teuer che sono tra loro eguali, ouer che senza interrompimento egualmente si
sopraquantano, ouer mandano, esempi gratia, siano le tre quantità d'un medes-
simo genere, a, b, c, alle quali siano tolte le d, e, f, egualmente moltiplicate, cioè che si
come la d, e, f moltiplice alla a, che così la e, f moltiplice alla b, & la f, alla c, & se
ranno tutte in el medesimo genere, perche li moltiplici, & li solidi moltiplici sono
in vno medesimo genere, & sia che lo d, e, f ouer che le siano eguale fra loro, ouer
che le siano simile un sopraquantare, ouer nel mancare, cioè che si come la d, a, sia
za sopra alla a, ouer mandi da quella, così la e, a, tanti sopra alla, f, ouer man-
chi da quella, dico che quando questi moltiplici saranno a questo modo le tre
quantità a, b, c, saranno continue proporzionale, ma non intendere li moltiplici
esser simili nel sopraquantare, ouer nel mandare in quanto alla quantità dell
ecce, ma in quanto alla proporzione, perche altrimenti la diffinitione seria fal-
sa perche di qualunque quantità (di vno medesimo genere che li eccedano) per
differente e quale tola li moltiplici egualmente, anchora li moltiplici se eccede-
no per differenza eguale onde similmente sono simili, nel sopraquantare & nel
mandare, ouer mancare in quanto alla quantità dell ecce, ouer differenza rite-
ndimmo le prime quantità non sono continue proporzionale, anzi sempre del
le minore quantità, è maggiore la proporzione & questo aduene perche li mol-
tiplici di quelle non se eccedono similmente in quanto alla proporzione ma so-
lamente in quanto alla quantità delle differenze perche etiam in li minori moltip-
lici la proporzione è maggiore. esempi gratia siano solidi tre numeri che se ecced-
no, non possente esse immediatamente cioè arithmetice come 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1850, 1851, 1852, 1853, 1854, 1855, 1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865, 1866, 1867, 1868, 1869, 1870, 1871, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, 1894, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917, 1918, 1919, 1920, 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, 1941, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1951, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970, 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2

forse, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio di chi non ha detto che vol diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioè per li lor multipli, ma vo ella saper da lui come potro lo conoſcer, ouer dimoſtrar che li multipli ſiano così niſi proportionali in le quantità continue non ſapendo qual ſieno le qualità così me proportionale, addo qd nō aſſignatione vn ppro accidere di conoſcer le qualità pſiue proportionali, nō ſupremo conoſcer che li multipli che ſon pur qualità ſia no pſiui proportionali, addo qd tal diffinitione nō manifiſta le coſa differenzia, la ſcōd da ragione che la nō ſia di Euclide & che di tal diffinitione nō ſene ſerue in loco alcuno per tutta ſopra ſua, perche tal diffinitione (quando che bene fuſſe bona) ſeria coſa ſuſtra, & ſi coſtume di Euclide (come più volte e ſtato detto) nō e di mettere coſa alcuna fruſtratoria, la terza ragione e che tal diffinitione non ſi troua nella ſeconda traditione, per ſche tengo che la ſia ſtata aggiunta da alcuno che ſi preſumua di ſapere, ma alcuno potra dire tal diffinitione eſſer pur del Pauthoe, ma che la non ſi poe diffinire altramente, io riſpondo che quando tal diffinitione gli ſuſtate biſognoſa in qualche propoſitione, ben l'haueria ſopra terramente potro come in fine della ſequentia le dire.

Diffinitione. vii.

$\frac{6}{2}$ Le quantità lequale ſono dette eſſer ſecondo una proportion, cioè la prima alla ſeconda, come la terza alla quarta, ſono quelle delle quale li multipli equalmente tolti alla prima & terza, comparati alli multipli equalmente tolti alla ſeconda & quarta, ſeranno ſimili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equalitate (ſe tolti in que) me deſimo ordine.

Poſſa diſopra la diffinitione delle quantità continue proportionale quili poſſe la diffinitione delle proportionali diſcontinue, & e che di qualunque quattro quantità delle quale ſeranno tolti li multipli equalmente alla prima, & terza, & ſimilmente li multipli equalmente alla ſeconda, & quarta, & ſera che il multiplice della prima ſia così al multiplice della ſeconda (inquanto al eccedere ouer mancare, ouer alla equalitate) ſi come li multipli della terza al multiplice della quarta, la proportion della prima di quello alla ſeconda ſera ſi come della terza alla quarta, eſempi graia, ſiano le quattro quantità a, b, c, d, & ſiano tolti alla prima & terza (lequale ſono a, d, c, e) li multipli equalmente (come ſera a dire doppo) liquali ſiano e, f, & ſi ſimilmente alla ſeconda & quarta (le quali ſono h, a, d, c) ſiano tolti li multipli equalmente (come ſera a dire treppio) liquali ſiano g, & h, & ſia che queſti quattro multipli così tolti (comparati tra loro ſecondo l'ordine delle prime quattro quantità, cioè che la, c, ſia comparata alla, g, & la, f, alla, h, & non la, e, alla, f, ouer la, g, alla, h, ſiano ſimili nel mancare, diſtintte & equalitate, cioè che ſe la, e, eccede la, g, che ſimilmente la, f, eccede la, h, ouero che ſe la, e, minoſſe della, g, ſimilmente la, f, minoſſe della, h, ouer che ſe la, e, e equalle alla, g, che ſimilmente la, f, ſia equalle alla, h, allora la proportion della a, al la, b, ſi come della, c, alla, d.

Ma la ſimilitudine del ſopra aggoner, ouer diſminuir, ſia inteso in quello loco ſi come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, cioè non inquanto alla quantità dell'eccedere, ma inquanto alla proportion, & quella parte che di et tolti in quel medefimo ordine ſia intesa ſi come e ſtato eſpoſto, cioè che li multipli non ſiano reſſerati inſieme ſecondo l'ordine di quella quantità dalle quale ſerino ſtati tolti li multipli equalmente, cioè che li multipli della prima nō ſia reſſerati al multiplice della terza, ouer il multiplice della ſeconda al multiplice della

eguale alla superficie *a.c.* per la quale cosa si come la linea *b.l.* è moltiplice alla *b.c.* così la superficie *a.b.* è moltiplice alla superficie *a.c.* cioè che l'una e l'altra è dop-
 pia, & così vegnimo hauer tolti li moltiplici egualmente alla prima & terza, su-
 melante anchora pigliaro vna parte della linea *f.g.* che sia moltiplice alla ba-
 se *f.e.* secondo che numero me piace, ma per el presente la torremo treppia, & sia
 la linea *g.p.* la qual dividerò pur in parte eguale alla linea *f.e.*, nelli duei ponti
q.r. & tiraro dalli tre ponti *p.q.r.* tre linee equidistanti alla linea *d.e.* le quale sia-
 no *s.g.t.* & *p.u.v.* & ciascuna delle tre superficie *d.r.s.g.* & *p.d.s.g.* & *p.d.s.t.* sia
 eguale alla su-
 perficie *d.e.f.* per la detta trigesima sesta del primo) di che tutta la superficie *d.*
 potrà così moltiplice alla superficie *d.e.* così come la linea *g.p.* alla linea *f.e.* cioè treppia,
 & così vegnimo hauer tolti li moltiplici egualmente alla seconda & quarta.
 Hor comparando il moltiplice della prima (cioè la linea *b.b.*) al moltiplice della
 seconda (cioè alla linea *g.p.*) & lo moltiplice della terza (cioè la superficie *a.b.*)
 al moltiplice della quarta (cioè alla superficie *d.p.*) hanno quella similitudine
 che recita la soprascritta diffinitione, cioè che se la linea *b.b.* è maggiore della
 linea *g.p.* etiam la superficie *a.b.* (per la trigesima sesta del primo) de necessitate se-
 ra maggiore della superficie *d.p.* & se la è minore, minore sarà la *e* eguale, equa-
 le, perche seguita che le due baze *b.c.* & *f.e.* & le due superficie *a.b.c.* & *d.e.f.* sia-
 no in vna proportion (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito.
 Si vede adunque che questa similitudine di eccedere, diminuire, & equalitare si pi-
 glià largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere, ouer diminuire sia ne so-
 condo la quantita del eccedere secondo la proportion, come vuol la seconda
 parte, ne etiam si debbe, ne si può dar a tal diffinitione quel senso che in la detta
 seconda parte se conclude (qual dice così) di similitudine proportionale sono que-
 tro quantita, & la proportion della prima alla seconda, & si come della terza alla
 quarta quando li moltiplici tolti come se propone, sira la proportion del mol-
 tiplice della prima al moltiplice della seconda si come del moltiplice della terza
 al moltiplice della quarta, perche il se differenzia tal cosa per quella istessa, per il
 che la cosa diffinita insieme con la diffinitione veriano a restar egualmente igno-
 re, esempi gratia se lo non so cognoscer in le quattro proposte quantita se quel-
 le siano proportionale, manco sapro cognoscer ne dimostratal cosa nelli quat-
 tro moltiplici che son pur quattro quantita, vero è che uno tal senso se potrà ad-
 mettere per propositione (per esser dimostrabile) & sira il contrario della quarta
 propositione di questo, & se dimostrarla per mezzo di questa istessa diffinitione,
 procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, reducendo lo aduersa-
 rio allo impossibile, ma per diffinitione non è a proposito. Et nota che questa ses-
 tima diffinitione parla alquanto più correttamente nella seconda traditione
 qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in vna proportion, cioè la prima alla seconda, &
 la terza alla quarta quando li moltiplici tolti egualmente alla prima & terza &
 parati alli moltiplici tolti egualmente alla seconda & quarta che insieme si ecci-
 dino, ouer che insieme siano eguali, ouer che insieme manchino, niente dimeno,
 in istanza son conformi.

Il Traduttore.

Quando che al author fosse stato necessario a diffinire le quantita de conti-
 nua proportionalita facilmente lui li poteva diffinire in questo loco res-
 tamente, cioè per accidenti proprii in questo modo,

Tre quantita si dicono hauer proportionalita continua, quando che li duei
 moltiplici egualmente tolti alla prima & alla seconda comparati altri del
 moltiplici egualmente tolti alla sedicesima, seconda & alla terza, siano simili in
 quanto al auanzare diminuire & equalitare,

Et questa diffinitione se potrà chiamar propofitione perche quello che haueremo demo se potrà demolizare per la precedente diffinitione pigliando la feconda in loco di feconda e tercia, ma l'author non l'ha poſta, o per non hauerne diſtinctione, ouer perche la precedente ſtatua per l'una e per l'altra.

Diffinitione.viii.

7 Le quantita che hanno una medefima proportioine ſono dette proportionale.

Il Traduttore.

Exempli gratia ſe la proportioe della quantita a, alla quantita b, ſulle ſi come della quantita c, alla quantita d, deſſe quattro quantita ſeriano dette proportionale.

Diffinitione.ix.

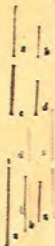
S Quando che ſeranno tolti li multiplici equalmente alla prima & tercia, & ſimilmente li multiplici equalmente alla ſeconda & quarta, & che'l multiplice della prima ſoprauantara il multiplice della ſeconda, & che lo multiplice della tercia non ſoprauantara il multiplice della quarta, allhora la prima ſe dira hauere maggiore proportioe alla ſeconda, che la tercia alla quarta.

Il Traduttore.

Sopra a queſta nona diffinitione (ſe la prima tradotione ſe riferiſſa vna editione, la quale pur vno millo de' dadi vanti commentatori (ſi come era eſſa ſopra la ſextima) perche in quella ſon alcune parti che bene eſplico il ſenſo di tal diffinitione, ma poi ve ne ſono altre inſerpte, ouer meſcolate con quelle tante altre piene di tante inutili e fuora di propoſito che non ſolamente occultano le dette parti bene, ma acciecano talmente il ſtudente che'l non fa doot di ſe ſia, per tanto accioche il detto ſtudente non caua in tal errore hauendo ſeparato la luce dalle tenebre, cioe le parti che erroneamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinito le quantita proportionale il diſtinxſe le quantita diſproportionale, ma le diſproportionale ſono quelle ſia lequale e la diſſimilitudine delle proportioni, laqualcoſa poſſo accadere in duoi modi, ouero perche maggiore e la proportioe della prima alla ſeconda, che della tercia alla quarta, ouer perche e minore, e perche di quelle ne ſono due ſpecie, la prima quando eglie maggiore la proportioe della prima alla ſeconda che della tercia alla quarta, & queſta e detta diſproportione eſſentialiſa maggiore, & la ſeconda e quando che eglie minore la proportioe della prima alla ſeconda che della tercia alla quarta, & queſta e detta diſproportionaleſa minore, & diſtinxſe adunque queſte quantita, ſia lequale e maggiore la proportioe della prima alla ſeconda, che della tercia alla quarta laqual e la maggiore diſproportionaleſa, ma la diſtinitione di queſte ſia lequale e minor la proportioe della prima alla ſeconda che della tercia alla quarta lui non l'ha poſto perche quella e manifeſta per l'altra.

Quando adong ſerano quattro quantita dellequal ſian tolti multiplici equalmente alla prima, & tercia, & li multiplici equalmente alla ſeconda & 4, & che li multiplici della 1. & 3. 2. & 4. parati ſiſſime non ſerā ſimili nel exceder, diſminuir, & eſſere



alli moltiplici della terza & della quarta, quelle quattro quantità seranno disproporzionali, & se li moltiplice della prima sera maggiore del moltiplice della seconda & che'l non sia necessario che'l moltiplice della terza sia maggiore del moltiplice della quarta all'hora sera maggiore la proporzione della prima alla seconda, da che della terza alla quarta, perche in nuan loco e maggiore la proporzione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della terza alla quarta, che'l non accada sempre a trouare alcuni moltiplici egualmente toli alla prima & alla terza liguali quando seranno comparati ad alcuni moltiplici egualmente toli alla seconda e quarta, se ritrouera il moltiplice della prima sopranuancare il moltiplice della seconda, & lo moltiplice della terza non sopranuancare il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno accada ritrouar quello che'l non sia maggiore la proporzione della prima alla seconda, che della terza alla quarta, come dimostrarimo di sotto sopra la duodecima di questo, & quelle quantità disproporzionali possono essere de diversi generi (si come anchora le quantità proporzionali di disordine, come se li dice la proporzione della a. alla b. e maggiore che della c. alla d. ma se la disproporzionalità sera continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proporzionalità) come se li dice la maggiore e la proporzione della a. alla b. che della b. alla c.

Il Traduttore.

LE sopradette sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta definizione, & non accade di discorrere le parti che non nettamente parlano, perche volendole narrare a vna per vna, & volendole poi riprobarre gli andara da dire assai, ma se per alcuno haucta accato di uederle potrà satisfare in questa prima traduzione latina.

Definizione .x.

$\frac{2}{9}$ Ma la proporzionalità e costituita almanco fra tre termini.

DApoi che l'author ha definito la proporzione, & proporzionalità. Se quantità proporzionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali può star la proporzionalità & non auere il massimo, perche quello non si può assegnare, perche qualunque proporzione può essere continuata in infiniti termini o sia proporzione rationale, ouer irrationale, ma alla proporzionalità e necessario almanco due proporzioni simili, imperoche la proporzionalità e necessità di proporzione, & qualunque proporzione ha lo antecedente & lo consequente, adunque qualunque proporzionalità ha al manco due antecedenti & due consequenti, laqual cosa e impossibile farla in manco di tre termini in liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & pero la proporzionalità sera continua per la qual cosa la proporzionalità continua e costituita almanco fra tre termini, ma la discontinua non sera in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo lo intende del minor numero di termini della disproporzionalità, perche se la sera continua sera almanco fra tre termini, se la sera discontinua almanco fra quattro.

Definizione .xi.

$\frac{20}{10}$ Se seranno tre quantità continue proporzionale, la proporzione della prima alla terza se dira proporzione duplicata della prima alla seconda.

L'Author diffinife la proporeione che e fra li cirtimi termini della continua proportionalita cognosca in tre termini, & dice, che se la proporeione del primo termine allo fecondo, si come' dello fecondo alio tertio, che la proporeione del primo al tertio era si come e dal primo al fecondo duplicata, cioè compofa di due tali ouer che e quel medefimo la proporeione dal primo al tertio era si come dal primo al fecondo duplicata, cioè in fe moltiplicata, e se più grata, in numeri fiano tre numeri continui proportionali, & fiano coordinatamente doppiti con. 2.4.8. la proporeione del primo al tertio era si come la proporeione del primo al fecondo in fe moltiplicata, & la proporeione del primo al fecondo e doppia, & la doppia in fe moltiplicata produce vna quadrupla, onde la proporeione dell' cirtimi e quadrupla, cioè il doppio del doppio, ouer (fecondo la prima efpoitione) la proporeione dell' cirtimi e si come la proporeione del primo al fecondo duplicata, perche la quadrupla e compofa de due doppie.

Il Traduttore.

E'l Campano nella foprafcritta efpoitione (e tal efpoitione e del Campano) commette più errori, l'uno de quali e quello, che de diffinitione lui la reuera in proporeione, perche lui dice che Euclide dice che fe la proporeione del primo termine al fecondo era si come del fecondo al tertio che, la proporeione del primo al tertio era doppia a quella che e fra il primo il fecondo, & io dico che Euclide non dice che la fia doppia a quello, anzi lui diffinife che la fe dira doppia a quella, cioè che nelle cofe fequente, ouer che per l'adunire il doppio d'una proporeione fi debbe intendere fecondo che lui diffinife in quella diffinitione e non altrimenti, ma fe lui concludette che la fueffe il doppio di quella, come vuol il Campano la non fiera diffinitione anzi fiera una propofitione, & bifogna che lui dimoftera che la fueffe il doppio di quella, & volendola dimofterare, bifogna prima fapere, ouer diffinire che cofa fia il doppio d'una proporeione, perche non fiera poffibile a dimofterare che vna proporeione fueffe doppia a vna altra che non fiera prima come fe intende il doppio d'una proporeione. Aluno potrà dire che egli cofa occelfa, che cofa fia il doppio d'una cofa io rifpondo che gli e il vero in la quantita, ma non gia in le proporeioni, perche il doppiare delle proporeioni non fequit ne rifona al andare fecondo l'ordine del doppiare delle quantita (maxime de numeri) eccetto che nella proporeione doppia, cioè che il doppio d'una proporeione doppia fa vna quadrupla, si come anchora il doppio di 2. (numero) fa 4. ma ei non fequit quello in alcun'altra fpecie di proporeione, perche il doppio di vna tripla non fa vna fexcupla (si come che il doppio di tre fa fei) anzi fa vna nonupla, & fimilmente il doppio di vna quadrupla non fa vna octupla anzi fa vna fexcupla, & natio quello fe troua con effe per la fopradetta diffinitione, & per tanto fa neceffario a diffinire come fi debba intendere il doppio d'una proporeione nelle cofe che fequit, ouer che fe hanno da dire, perche innore fe l'author non hauette diffinito tal cofa, lo fudente fe porta ingannar grandamente, cioè pigliar tal doppiare fecondo lo indoppiare di numeri, cioè pigliar, ouer intendere che il doppio d'una tripla fueffe vna fexcupla, la quale cofa non fequit, come di fopra e detto, anchora per un'altra ragione fu neceffario a Euclide diffinire tal cofa perche fenza tal diffinitione il non fe hauera potuto dimofterare la decima octaua del fefto, la quale dice che fei fiera doi triangoli fimili che la proporeione di l'uno all' altro e si come la proporeione duplicata di qual fi voglia lato di l'uno al fuo relativo lato di l'altro, la quale cofa fe dimoftera per mezzo di quella fopradetta diffinitione.

A anchora bifogna notare qualmente quella & quali tutte le altre diffinitioni di quello quinto libro Euclide le ha pofte in fpecialita p le quantita continue e non p li numeri, & le cofe non fueffe Euclide non hauera replicato qua & molet altre

nel settimo, nelli numeri, e però queste non si deuiano exemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioè con linee, vero è che lo exemplificare con numeri molte volte gioia, & fa capire la cosa, ma molte volte è nociuo nelle proposizioni & dimostrazioni geometriche, perche spesso volte il studente che vede con la esperienza de numeri verificare la proposizione preposta, non si cura di intendere quella dimostrazione, & non aduertisse considerare che l' non se intende che l'haomo sappia quelle cose che non intende per dimostrazioni (come ha detto in principio) l'altra spesso volte l'haomo che in tutte le cose se vuol fondare sopra la esperienza de numeri, ouer che l' si confonde, ouer che d' si inganna, malamente in quelle cose che si dicono in specialità per le quantità continue, & quando interuenuto al Campano sopra la settima & nona diffinitione di questo se tal spofitioni son del Campano (perche el non trouaua nelle sue esperienze de numeri verificarsi sempre nelli multipli) quello che lui pensaua che volesse dire Euclide (ma non quello che Euclide diceua, perche se hanesse sperimentato secondo che Euclide diceua lui hauroa trouato quello che il detto Euclide diceua) per fide vi sopra giouè tante varie conditioni, nel soprauanzare & diminuire di multipli, & massime sopra la nona, similmente per fondarle totalmente sopra la esperienza & accidenti de numeri non puo tollerare che la proporzion della prima alla terza di tre quantità continue proportionale, se dica duplicata alla proporzion che e dalla prima alla seconda (come di sopra appare) perche la denominazione di tal proporzion, nelli numeri non risuona allo auditto in come il doppiamento di numeri, & però vuole che la se dica in se multiplicata, & non consideri che nelle quantità continue non haemo sempre notizia delle denominazioni delle loro proporzioni, perche non le potremo gouernare in quelle per le sue denominazioni ouer se manifesta sopra la detta decimaseptima del libro & in molti altri loci, idco,

Diffinitione. xii.

11 Quando seranno quattro quantità continue proportionale, la portione della prima alla quarta se dira proporzion della prima alla seconda triplicata.

Il Traduttore.

EL Campano similmente nel esporre quella diffinitione incoorre nella medesima exortio della passata, cioè se diffinitione la recita la proposizione, & similmente per fondarle sopra il triplicare de numeri. Pare a lui che tal diffinitione non ben s'oua chiamarla triplicata, anzi pare a lui che rispondetta meglio dire che la proporzion della prima alla quarta sia il come quella della prima alla seconda: in se da poi nel prodotto multiplicata, ma vorria saper da lui cosa che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dirtare la trigesima se sta proporzion del undecimo, ma per non aborire in la scrittura (trouandole esse superflue) risponderemo semplicemente la sopra scritta diffinitione, dico adonque che habendo Euclide nella precedente diffinitione come si debbia intendere il doppio, ouer il duplicare d'una proporzion nelle quantità continue, al presente in questa diffinitione come si debbia intendere il triplo, ouer il triplicare d'una proporzion, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioè che se sta quanto quantità continue proportionale che la proporzion della prima alla quarta se dica trippla a quella che e dalla prima alla seconda, esempi gratia, siano le quattro quantità continue proportionale a. b. c. d. & sia supposta la a prima, & la c. quarta, & quarta dice che la proporzion della a alla d. se dira per l'achegni del triplo della proporzion che e dalla a alla b. cioè trippliata a quella, & così si debbe

si debbe intendere il triplicare, o per il triplo d'una proportion, perche se con
do questo modo, & secondo questa diffinitione se intende & si dimostra la trigres-
siva propolitione del vndecimo libro.

Diffinitione. xiii.

- 12 Le quantita che sono in una proportion, lo antecedente al conse-
13 quente, & lo antecedente al consequente, se dira e contrario, si come
lo consequente allo antecedente, cosi lo consequente allo anteceden-
te similimente permutatamente, si come lo antecedente allo anteceden-
te, cosi anchora lo consequente al consequente,

Il Traduttore.

Q Vinto l'author ne incomincia a diffinire le specie della proportionalita, nel
quale nella prima tradomione sono sette (adunque il Campano dice se) una
nella seconda tradomione sono vndeci, la prima delle quale e detta (semplicemente)
te) proportionalita altre dieci si dicono proportionalita, conuersa, permutata,
congiunta, disgiunta, eueria, equa, ordinata, & ordinata, dilata, & perturbata, come
nelle sequente diffinitione appare, di diffinire adunque sono benitta la prima se-
conda, & terza (specie, & dice che le quantita che sono in vna proportion (cioe
semplicemente proportionale) se intende lo antecedente al consequente, si come
lo antecedente al consequente, cioe la prima alla seconda, si come la terza alla
quarta, perche il primo termine della proportion se chiama antecedente, & lo
secondo consequente, accio meglio si intenda siano li quattro quantita. a. b.
c. d. & si supposto la a. prima, b. seconda, c. terza & d. quarta, hor dico che se si
concludesse (semplicemente) tal quantita esser proportionale, l'author vol che tal
conclusione se intenda che lo antecedente, a. al suo consequente, b. sia si come
lo antecedente, c. al suo consequente, d. (cioe la prima alla seconda, esser si come
la terza alla quarta) & questa tal similitudine di proportion e detta semplicemente
te) proportionalita, ma quando che il se concludesse (come si fa nel contrario del
la quarta propolitione di questo) che le dette quattro quantita fusino propor-
tionate al contrario, l'author diffinise che tal conclusioni si debba intendere che
lo consequente, b. allo suo antecedente a. sia si come lo consequente, d. al suo an-
tecedente, c. cioe dalla seconda alla prima come dalla quarta alla terza, & tal si
similitudine di proportioni, (a differenza dell'altra di sopra detta) se adinanda
proportionalita conuersa, o per al contrario, ma quando che il se concludesse (come
si fa nella settima di questo) che le dette quattro quantita fusino permuta-
tamente proportionate, l'author diffinise che tal conclusioni si debba intendere
che lo antecedente, a. allo antecedente, c. sia si come il consequente, b. al conse-
quente, d. cioe della prima alla terza, esser si come della seconda alla quarta, &
tal similitudine di proportioni, (a differenza delle altre (specie) e detta propor-
tionalita permutata.

Diffinitione. xiiii.

- 14 Ma ogni volta che si come lo antecedente con il consequente al con-
15 sequente, cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al conse-
quente se dice proportionalita congiunta,

Il Traduttore.

Q Vinto l'author diffinise che ogni volta che il congiunto del antecedente co-

il conseguente al conseguente, habbia tal proporzione come lo pposito d'un altro antecedente con el suo conseguente, al dimo suo consequente (cioe che il pposito della prima quantita con la seconda habbia tal proporzione alla seconda si come lo congiunto della terza & quarta alla quarta) tal similitudine di propotioni si dice proportionalita congiunta, & pero quando che l'i si concludesse (come si fa nella decimasottava di questo) che le sopra date quattro quantita a.b, c.d, fusino congiuntamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congiunto della a.b & b. (insieme) alla b. habbere tal proporzione, come il congiunto della c.d & d. alla d.

Diffinitione.xv.

- 14 Ma la equal comparatione dell'i augmenti dell'i antecedenti sopra
15 li consequenti a essi consequenti se dice proportionalita disgiunta.

Il Traduttore.

Questa e quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, esempi gratia, se per caso fusse quattro quantita a.b, prima, b. seconda, c. d. terza & d. quarta, & che la proporzione della a.b. alla b. fusse li come della c.d. alla d. & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tal quantita esser disgiuntamente proportionale, l'author vuole che tal conclusion si intenda che l'i differentia che e dal antecedente a.b. al suo consequente b. (cioe la simpliciter a.) la esso consequente b. esset li come la differentia che e dal antecedente c.d. al suo consequente d. (cioe la simpliciter c.) la esso consequente d. & tal similitudine di propotioni si dice proportionalita disgiunta.

Diffinitione.xvi.

- 15 La similitudine delle propotioni di qual si uoglia antecedenti alli
16 suoi augmenti sopra li suoi consequenti, se dice proportionalita euerfa.

Il Traduttore.

Exempli gratia, se la propotione di ella a.b. alla b. fusse li come della c.d. alla d. & che da questo il si concludesse tal quantita esser euerfamente proportionale, l'author vuole che tal conclusion si intenda che la propotione dello antecedente a.b. alla simpliciter a. (cioe alla differentia che e dalla a.b. alla simpliciter b.) esset li come la propotione dello antecedente c.d. alla simpliciter c. (cioe alla differentia che e dalla c.d. alla simpliciter d.) & tal similitudine di propotioni, si chiama proportionalita euerfa.

Diffinitione.xvii.

- 16 Proposte piu quantita, & altre secodo il medesimo numero, applica
17 te a due a due in una propotione, e remosso equal numero di termini di mezzo, la similitudine delle propotioni dell'uno, e l'altro di doi, e doi estremi, se dice proportionalita equa,

Il Traduttore

Il Traduttore,

L'author dice che quando fusieno proposte più quantità dall'un lato, (come seria a dire per esempio le tre a. b. c.) & altrettante dall'altro (come seria a dire le altre tre d. e. f.) o siano del medesimo genere, o non d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proporzione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella vigesima le o. s. da di questo) cioè che dalla d. alla e. fusse si come dalla a. alla b. & dalla e. alla f. si come dalla b. alla c. o per ordine contrario (come se propone in la vigesima terza di questo) cioè che la proporzione della d. alla e. fusse si come della b. alla c. & dalla e. alla f. si come dalla a. alla b. & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta vigesima seconda & vigesima terza di questo) che le dette quantità fusieno proporzionali in la equa proporzionalità, & anche vuole che tal conclusione se intenda che li estremi sono proporzionali, cioè la proporzione dalla a. alla c. esser si come dalla d. alla f.

Definizione. xviii.

La proporzionalità è ordinata quando che lo antecedente al conseguente sera si come lo antecedente al conseguente, & lo conseguente a una ista cosa, come il conseguente a una ista cosa.

Il Traduttore.

L'author ne avverte che si debba intendere la proporzionalità ordinata in due ordini di quantità, esempi gratia, se la proporzionalità della a. alla b. sera si come della c. alla d. (cioè lo antecedente a. al suo conseguente b. si come lo antecedente c. al suo conseguente d.) & che lo conseguente b. habbia tal proporzione a vna ista cosa (poniamo alla e.) si come lo conseguente d. a vna ista (poniamo alla f.) il vuole che questa specie di proporzionalità sia intesa ordinata,

Definizione. xix.

La proporzionalità inordinata è quando l'antecedente al conseguente sera come l'antecedente al conseguente, & il conseguente a una ista cosa, come una ista cosa all'antecedente.

Il Traduttore.

Esempi gratia, essendo le quattro quantità a. b. c. d. & che la a. fusse supposta prima, b. seconda, c. terza, & d. quarta, & che la proporzione della a. antecedente a. al suo conseguente b. fusse si come quella del antecedente c. al suo conseguente d. & che da poi si ritrovasse, o per approuare che lo conseguente b. habbia tal proporzione a vna ista cosa (poniamo alla e.) si come habbia vna ista cosa (poniamo alla f.) illo antecedente c. tal proporzionalità è detta inordinata.

Definizione. xx.

La proporzionalità distesa è quando uno antecedente a un conseguente sera si come uno antecedente a uno conseguente, ma sera si

come lo conseguente a una altra cosa così lo conseguente a una altra,

Il Traduttore.

Questa diffinitione pare in se stessa simile alla decimottava (cioe alla prima) per la sua ordinata, perche l'una e l'altra vole che la proportion d'uno antecedente al suo conseguente sia si come d'un altro antecedente a vno altro conseguente, & che il conseguente primo sia a vn'altra cosa si come lo secondo a vn'altra cosa, che in vero di non vol dire altro che se la proportion del antecedente a il suo conseguente b, sera si come lo antecedente c, a il suo conseguente d, ma sera si come lo conseguente b, a vn'altra cosa (poniamo a, e,) si come lo c, a vn'altra cosa (poniamo a, f,) come fu esemplificando sopra la decima ottava, nondimeno la decima ottava parla in genere, & questa in specie, perche in la proportionalita distesa non solamente se intende che la proportion della a alla b, sia si come c della d, ma se intende che la sia anchora si come della b alla e, & similmente della d alla f, cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, in qual cosa inueno non vuol dire altro falso che siano continue proportionali si le tre a, b, e, come le tre c, d, f, ma in vna medesima proportion d in la proportionalita ordinata, le due prime proportioni possono esser & non esser simili alle due seconde.

Diffinitione. xxi.

Ma la proportionalita perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al conseguente così nelle seconde grandezze sia lo antecedente al conseguente, & si come nelle prime grandezze e il conseguente a vn'altra cosa così nelle seconde e vn'altra cosa all'antecedente.

Il Traduttore.

Questa diffinitione della proportionalita perturbata pare in se stessa simile alla decima nona, cioe alla proportionalita inordinata, perche l'una e l'altra dice che quando che sia si come lo antecedente al conseguente (in tre quantita ouer grandezze) così sia lo antecedente al conseguente in tre altre, & si come sia il conseguente (in le prime) a vn'altra cosa, così sia vn'altra cosa (in le seconde) all'antecedente, in qual cosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra falso che se la proportion della a alla b, sia si come della c alla d, & che il c conseguente b, vn'altra cosa (poniamo alla e,) sia si come vn'altra cosa (poniamo a,) all'antecedente c, come fu esemplificando anchora sopra la detta decima nona, niente dimeno la proportionalita inordinata e differente dalla perturbata si come e della ordinata, alla distesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simili, ouer diuerse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simili fra loro ma che siano anchora simili alle due prime, cioe che la proportion della b alla e, non basta che sia eguale a quella che e dalla a alla b, ma anchora sia anchora eguale a quella che e dalla a alla b ouer dalla c alla d, (che e il medesimo) ma nella inordinata se intende largamente o siano simili, ouer diuerse.

Il Traduttore.

Alcuno potra dire che sia la proportionalita distesa, & la perturbata non

gle differenza alcuna, perche tutte le proportioni sono eguali tra loro, lo rison-
do che inquanto alla similitudine delle proportioni non gle differenza alcuna,
perche le tre prime, & le tre seconde quando sono la l'una e l'altra continen-
porzionale, & su simili proportioni, niente dimeno lo argumetate per il modo
della dilata e differenza da quello dalla permurbata, perche il modo del dire del
argumetate della dilata procede nettamente secondo l'ordine delle prime sup-
poite quando, & la permurbata non puede così come per li suoi esempi appare.

Il Traduttore.

A Nchora bisogna aduertire qualmente quelli modi di dire usati nelle sopra
scritte specie di proportionalita, cioè conuersamente, permurbatamente, con-
giuntamente, disgiuntamente, euersamente, equamente, ordinatamente, inordi-
natamente, &c. si applicano & siano anchora alla quantita disproporionale, &
quello le manifesta dall'authore nella vigesima sesta propositione di questo, &
nelle altre seguenti, perche nella detta vigesima sotta l'authore conclude che le
quattro quantita proposte in quella stanno conuersamente disproporionale, &
nella vigesima senna conclude il medesimo permurbatamente, & nella vigesima
ottava conclude per il medesimo congiuntamente, & nella vigesima nona di-
sgioatamente, & nella trigesima corramente, & nella trigesima prima equame-
te nelle quantita ordinatamente disproporionale, quantunque l'authore nel dis-
ca, & nella trigesima seconda nelle quantita inordinatamente disproporionale,
come al suo loco si potrà vedere.

Il Traduttore.

A Nchora bisogna notare qualmente tutte le propositioni di questo quinto
libro nella prima tradicione nel dire sono differenti a tutte quelle della
seconda, in questo che doue nella prima dice quando, nella seconda dice gran-
dezza, ouer grandezza, la differenza di quei vocabuli, ouer nomi e, ssa, che que-
sto nome quantita e nome generale per il qual se intende ogni specie di quantita
o sia continua, ouer discreta, & questo nome grandezza, e nome speciale il quale
se applica solamente alla quantita continua, & auenche credo che tutto quello
che l'authore propone in questo quinto libro lui lo proponi semplicemente per
le quantita continue (benche il medesimo se vertichi nelle discrete) & se così non
fusse, superfluo seriano state molte propositioni che ha proposte, ouer replicate
nel senna niente dimeno per esser questo nome quantita piu usato tra vulgari
che grandezza, quantita e non grandezza, nella nostra tradicione habemo tra-
dotta, ouer detto, cioè habemo visto più li vocabuli, cioè il dire, ouero il poterli
della prima tradicione che della seconda.

Theorema prima. Propositione prima.

1 Se seranno quante quantita si uoglia egualmente moltiplice de al-
tre tante, ouer de una in una eguale, ogni necessario si come e una di
quelle alla sua compagna così esser anchora tutto lo aggregato da
queste, a tutte quelle pur aggregate insieme.

Siano quante si voglia quantita (poniamo a, b, c.) dell'altre tante (lequale sia
no d, e, f.) egualmente moltiplice (ciascuna alla sua compagna) ouero che a
vna per vna sia eguale, cioè in questo modo, che si come la a, e moltiplice alla
d, così sia la b moltiplice alla e, similmente la c, moltiplice alla f. ouer che se la a,
e eguale alla d, che similmente la b, sia eguale alla e, & similmente la c, alla f. di

co che si come che e la a. alla d. così sera la aggregato de tutte le prime (seguir
le sono a. b. c.) allo aggregato de tutte le seconde le qual sono d. e. f. & se a una per
via sono eguale egie manifestio il proposito per quella communia scientia se a
cofe eguale sera aggiunto cose eguale, le somme seranno anchora ma essendo tut
te alle sue compagne egualmente multiplice diuise quelle secondo la quantita
delle sue submultiple; lo aggregato della prima parte della a. & della prima
parte della d. & della prima parte della c. sera eguale allo aggregato delle d. e. f.
(per la predetta communia scientia aggiutando con questa altra, quelle cose che a
una medesima cosa sono eguale fra loro sono eguale, finalmente anchora lo ag
gregato delle seconde parti delle quantita a. b. c. sera pur eguale allo medesimo
aggregato delle d. e. f. & così delle altre. & perche questo potrà esser fatto tante
volte, quante che la d. sia contenuta in la. a. seguita che lo aggregato delle d. e.
sera volte sia contenuto in lo aggregato della b. e. quante volte la d. sia con
tenuta dalla a. perche adunque quante volte la d. numerata la. a. tante volte lo ag
gregato delle d. e. numerata lo aggregato della a. b. c. egie manifestio che si come
la a. e multiplice alla d. così e lo aggregato della a. b. c. allo aggregato delle d. e.
che e il proposito.

Theorema. ii. Propositione. ii.

$\frac{2}{2}$ Se seranno sei quantita delle quale la prima alla seconda, & la terza
alla quarta siano egualmente multiplice, & la quinta alla seconda, &
la sesta alla quarta siano pur egualmente multiplice, il composto del
la prima, & della quinta alla seconda, & il composto della terza, &
della sesta alla quarta conuien esser egualmente multiplice.

Siano sei quantita a. prima. b. seconda. c. terza. d. quarta. e. quinta. f. sesta. & sin
sia. a. & b. c. egualmente multiplice alla b. & alla d. & anchora la. e. & la f. sin
egualmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato
della a. & e. e' multiplice alla quantita. b. così tutto lo aggregato della c. & f. e'
multiplice alla quantita d. perche il numero secondo il quale la. b. e' contenuta
dalla a. e' eguale al numero secondo il quale la. d. e' contenuta dalla c. similmente
anchorà, il numero secondo il quale la. b. e' contenuta dalla e. e' eguale al nume
ro secondo il quale la. d. e' contenuta dalla f. (per communia scientia, che e si a co
se eguale siano aggiunte cose eguale duo il numero secondo il quale la. d. e' con
tenuta dallo aggregato della a. & e. sera eguale al numero secondo il quale la. d. e'
contenuta dallo aggregato della c. & f. per la qual cosa si come che lo aggregato
della a. & e. e' multiplice alla b. così e lo aggregato della c. & f. multiplice alla d.
che e il proposito.

Theorema. iii. Propositione. iii.

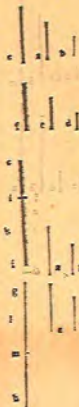
$\frac{3}{3}$ Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno egual
mente multiplice, & siano tutti li multiplice egualmente al primo e
al terzo il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo
al quarto seranno egualmente multiplice.

Siano sei quantita a. prima. b. seconda. c. terza. d. quarta. e. quinta. f. sesta. & sin
sia a. alla b. & la c. alla d. egualmente multiplice, & anchora la. a. & la f.
alla c. egualmente multiplice, dico che si come che la. a. e' multiplice alla b. così e
la. f. alla d.

la f. alla d. perche se la f. diuisa la e. secondo la quantita della a. suo submultiplo
ce & la f. secondo la quantita della e. & (per la equalita delle parti della a. alla a.)
& delle parti della f. alla e.) sera che quala si voglia delle parti della e. si co
multiplice alla b. si come quala si voglia delle parti della f. alla d. perche adon q
si come che la prima parte della a. e multiplice alla b. con e la prima parte della
f. multiplice alla d. & anchora si come che la seconda parte della e. e multiplice
alla b. così e la seconda della f. alla d. adonq (per la precedente) lo aggrego
delle due prime parti della e. seran così multiplice alla b. si come lo aggrego
delle due prime parti della f. alla d. & perche anchora la parte terza della e. e multiplice
(se gli sera alcuna terza parte) e così multiplice alla b. si come che la terza della f.
alla d. (per la medesima precedente) seiqua che tutto lo aggregato delle tre pri
me parti della e. sia così multiplice alla b. si come tutto lo aggregato delle tre pri
me parti della f. alla d. & così se fussero più parti della e. & della f. componen
do sempre le seguenti con lo aggregato delle prime concludendo che si come
che la e. multiplice alla b. così e la f. alla d. (per la precedente) molte tante volte
quante parti siano state della e. ouero nella f. manco una, & così e manifesto
il proposito.

Il Traduttore,

A Nchora per vniuerso modo sia il primo termine a. del secondo b. & simil
mente il terzo c. del quarto d. egualmente multiplice (hor poniamo dop
pio) & siano tutti i doi termini e. f. & g. h. egualmente multiplice del a. & del c.
(hor poniamo trepli) dico che il termine e. del b. & lo g. h. del d. sono equali
mente multiplice perche lo e. del a. & lo g. h. del c. son egualmente multiplice
adonqe quante quantita sono nella e. eguale alla quantita a. tante anchora ne
sono nella quantita g. h. eguale alla quantita c. sia adonqe diuiso. E. in quan
tita eguale alla a. cioè in. o. h. k. & l. & l. (perche fu presupposto che fusse trip
lo) & similmente g. h. in quantita eguale alla c. cioè in. g. i. m. & n. h. che seran
no pur per numero tre si come quelle della f. e. (per esser presupposto equalmen
te multiplice) & perche la quantita a. della b. & la quantita c. della d. sero equali
mente multiplice, & perche la e. e eguale alla a. & la g. h. alla c. adonqe la e.
della b. & la g. h. della d. sono egualmente multiplice & per questa medesima ra
gione la i. alla b. & la l. m. alla d. seranno egualmente multiplice, & similmen
te la. k. & la. m. h. adonqe queste sei quantita seranno. e. l. prima. b. secon
da. g. l. terza. d. quarta. k. quinta. & l. m. sesta delle quale la prima e. l. alla sei
conda. b. la terza. g. l. alla quarta. d. sono egualmente multiplice, & la quin
ta. k. alla seconda. b. & la sesta. l. m. alla quarta. d. sono similmente egualmen
te multiplice, adonqe il congiunto della prima & della quinta (cioe tutta la
quantita. e. k. p.) alla seconda. b. & lo congiunto della terza & della sesta (cioe
tutta la quantita. l. m.) alla quarta. d. seranno egualmente multiplice (per la
precedente proposizione) anchora habbiamo sei quantita, cioe. e. k. prima
alla b. seconda, & la. g. m. terza alla d. quarta egualmente multiplice, & la. a.
l. quinta alla b. seconda, & la. m. h. sesta alla d. quarta, per egualmente multi
plier, tutto il congiunto della prima & della quinta (cioe tutto. e. l.) alla b. &
tutto il congiunto della terza & della sesta (cioe tutta la. g. h.) alla d. (per
la medesima precedente) seranno egualmente multiplice, & così se andara pro
cedendo quando che gli fusse più parti, cioe che la e. f. alla a. & la g. h. alla c.
fussero stati egualmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicita,
che e il proposito.



4 Se la proporzione del primo al secondo sera si come del terzo al quarto, & siano assignati li multipli tolti egualmente al primo & al terzo, & similmente li multipli tolti egualmente al secondo & al quarto, seranno li assignati multipli nello medesimo ordine proporzionali.

Si la proporzione del a. primo al b. secondo si come del a. terzo al d. quarto, & siano tolti e. al. a. & f. al. c. egualmente multipli, & anchora g. al. b. & h. al. d. egualmente multipli, dico che la proporzione dal e. al. g. si come dal f. al. h. siano tolti k. al. e. & l. al. f. egualmente multipli, & anchora m. al. g. & n. al. h. egualmente multipli, & perche e. & f. sono egualmente multipli al. a. & al. c. & similmente k. & l. egualmente multipli al. e. & al. f. (per la precedente) & g. & h. seranno egualmente multipli al. a. & al. c. (per la medesima anchora m. & n. seranno egualmente multipli al. b. & d. per la qual cosa e. k. al. m. & l. al. n. (per il conuerso della diffinitione della proportionalita discontinua) quelli seranno simili nel aggiungere, misurare & equalitare, adonque perche k. & l. sono egualmente multipli al. e. & al. f. & anchora m. & n. sono pur egualmente multipli al. g. & al. h. (per la diffinitione della proportionalita discontinua) la proporzione del e. al. g. si come del f. al. h. che e il proposto.

Lema, ouero assumptione.

e Adonque per essere stato dimostrato che se la .k. eccede la .m. & similmente la .l. eccede la .n. & se e uguale, e uguale: & se e minore, e minore, & per questo dalla .g. alla .e. sera cosi come dalla .h. alla .f.

Correlario.

e Da qui e manifesto che se quattro grandezze seranno proportiona
4 le anchora al contrario seranno proportionale.

Theorema. v. Proposizione. v.

e Se seranno due quantita dellequale una sia parte dell'altra, & sia
5 sminuido dall'una e l'altra la medesima parte, il rimanente al rimanente, & il tutto al tutto, seranno egualmente multipli, ouero in questo altro modo, se la sera aliquota il restante, sera ta
le parte

le parte qual e il tutto del tutto.

Si la quantita $a.b$. tal parte della quantita $c.d$. qual e la $a.b$. della medesima $a.b$. & sia causata la quantita $a.b$. dalla quantita $c.d$. & sia il residuo la $f.e$. & onde la $f.e$. era eguale alla $a.b$. sia anchora similmente causata la $e.b$. dalla quantita $a.b$. & sia il residuo la $e.a$. dico che qual parte e la quantita $a.b$. della quantita $c.d$. tal e la quantita $a.e$. della quantita $c.f$. perche concludo che la $f.d$. sia eguale alla $a.b$. & dena $f.d$. & dena $c.f$. con multiplice alla $a.b$. si come che e la $c.d$. multiplice alla $a.b$. ponero adunque la $d.g$. con multiplice alla $a.e$. si come che la $f.d$. e multiplice alla $e.b$. & per la prima di questo la quantita $e.g$. era con multiplice alla $a.b$. si come che la $f.d$. e multiplice alla $e.b$. & perche la $a.c$. d. fu sopposta con multiplice alla $a.b$. si come la $f.d$. fu multiplice alla $e.b$. & l'una e l'altra delle due quantita $a.d$. & $e.g$. era egualmente multiplice della quantita $a.b$. per la qual cosa per comune misura si concluda che le due quantita $c.d$. & $e.g$. sono eguale tra loro, adonq. sottraendo via dall'una & dall'altra di quelle la quantita $f.d$. restara la $e.f$. & eguale alla $d.g$. & perche la $d.g$. fu con multiplice alla $a.e$. si come che e la $f.d$. dalla e . & perche la $e.f$. e la $a.b$. & perche la $a.b$. e la $e.b$. per la qual cosa, & si come la $c.d$. alla $a.b$. & perche adonq. la $c.f$. con multiplice alla $a.e$. si come che e tutta la $a.c$. d. di tutta la $a.e$. buche e il propositum.

Il Traduttore.

El testo di questa quinta proposizione in la seconda traduzione diotin questo modo se vna magnitudine de vn'altra magnitudine era egualmente multiplice, si come vna parte tolta a vna parte tolta, il residuo il residuo era con multiplice, si come e il tutto al tutto, la qual proposizione e piu generale della sopra scritta, perche quella non stringe che la $a.b$. sia la medesima parte de $a.b$. qua la e . & la $a.b$. della $c.d$. per che la dena $e.b$. sia tal parte della parte, $f.d$. quale e tutta la $a.b$. di tutta la $c.d$. concluda che il residuo $e.a$. era la medesima parte del residuo $f.e$. la qual cosa medesimamente se dimostra tollendo per la d . come disopra, & arguire (per la prima di questo) se concludera la $d.g$. e sic equal alla $e.f$.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6 Se seranno due quantita egualmente multiplice a due altre, & siano sottratte le due minore dalle due maggiore, cioe l'una & l'altra dalla sua multiplice, li doi rimanenti seranno de quelle medesime parti, oero egualmente multipli, oero a quelle equali.

Siano le quantita, cioe la $a.b$. alla $c.d$. & la $d.e$. alla f . egualmente multiplice & siano sottratte la c . dalla $a.b$. & la f . dalla $d.e$. & siano li residui della a . & della d . & della c . & della f . per il che la g . b. era eguale alla c . & la h . e. eguale alla f . dico che li doi residui a . & g . & d . & h . oero che seranno equali alle due quantita c . & f . oero che seranno a quelle egualmente multiplice, sia adonq. primamente la $a.g$. eguale alla $c.d$. dico che la $d.h$. e eguale alla $c.f$.

le alla *f*. & per dimostrare questo io toro la quantita. *e*. *K*. eguale alla. *f*. & per li precedenti presupposti seguirà che tante volte la. *f*. sia in la. *f*. *K*. h. quante volte la. *c*. in la. *b*. h. per la qual cosa si come che la. *a*. b. e moltiplice alla. *c*. così la. *a*. h. & moltiplice alla. *f*. & così anchora la. *d*. e. era moltiplice della medesima. *f*. adonque (per communis scientia) la. *h*. *K*. sera eguale alla. *d*. e. adonque tosta communemente all'una e l'altra la quantita. *h*. e. restara la. *d*. h. eguale alla. *e*. *K*. per la qual cosa sera eguale alla. *f*. che e il proposito. ma se la. *a*. g. sera moltiplice alla. *c*. ponero la. *e*. *K*. che sia similmente egualmente moltiplice alla. *f*. & seguirà come prima che tante volte la. *f*. sia in la. *h*. *K*. quante volte la. *c*. sia in la. *a*. b. & tante volte era anchora in la. *d*. e. adonque come prima sera la. *d*. e. eguale alla. *h*. *K*. & la. *d*. h. alla. *e*. *K*. per la qual cosa si come che la. *a*. g. e moltiplice alla. *c*. così e la. *d*. h. moltiplice alla. *f*. che e il proposito. a dimostrare il medesimo altramente, cioè che la quantita. *a*. b. contenga la quantita. *c*. per quel medesimo numero secondo il quale la quantita. *d*. e. contiene la quantita. *f*. tirando adonque via da quel tal numero la vnità, restara ouer la vnità ouer il numero secondo che la. *a*. g. contiene la. *c*. & che la. *d*. h. contiene la. *f*. adonque egli è manifesto le quantita. *a*. g. & *d*. h. ouero essere eguale, ouero egualmente moltiplice alle quantita. *c*. & *f*.

Il Traduttore.

S E le due quantita. *a*. b. & *d*. e. seranno egualmente doppie alle due quantita. *c*. & *f*. (come nel primo esempio appare) sottratto le due minore dalle due maggiori (cioè la. *c*. dalla. *a*. b. & la. *f*. dalla. *d*. e. li duei rimanenti cioè *a*. g. & *d*. h. seran equali alle dette parti cioè lo rimanente. *a*. g. sera egualissima quantita. *c*. & lo. *d*. h. alla. *f*. ma se le dette due quantita. *a*. b. & *d*. e. seranno pur egualmente moltiplici alle dette *c*. & *f*. ma in altra maggiore moltiplicita che doppia, sottratte le minore dalle maggiore li duei rimanenti sempre seranno egualmente moltiplici alle dette due parti, esempi gratia se le dette due quantita. *a*. b. & *d*. e. fossero stati egualmente tripli alle dette *c*. & *f*. (come nella seconda figurazione appare) sottratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duei residui seranno egualmente doppi, alle dette due parti, cioè lo residuo. *a*. g. sera doppio alla. *c*. & lo. *d*. h. alla. *f*. (come nella detta seconda figurazione appare) & conseguita in ogni altra maggiore moltiplicita, esempi gratia se le dette quantita. *a*. b. & *d*. e. fossero stati egualmente quadrupli alle dette *c*. & *f*. & li duei rimanenti. *a*. g. & *d*. h. seranno stati egualmente tripli alle dette *c*. & *f*. & se fossero stati quilibet più li detti rimanenti seranno stati quadrupli.

Theorema.vii. Propositione.vii.

S E due quantita eguale seranno, comparate a quale si uoglia quantita, di quelle a quella sera una medesima proportion, & similmente da quella a quelle sera una medesima proportion.

S IANO le due quantita. *a*. & *b*. eguale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come sera alla. *c*.) dico che la proportion che e dalla. *a*. alla. *c*. e la medesima che e dalla

e dalla .b. alla .c. & similmente la proportion che e dalla .c. alla .a. e simile a quella che e dalla .a. alla .b. la prima parte si approua in questo modo, conosciu che la .c. sia consequente alla .a. (prima) & alla .b. (terza) quella sera in ragione di secunda e quarta pigliaro adunque la .d. alla .a. prima & la .e. alla .b. terza egualmente moltiplice & pigliaro la .f. per quale moltiplice nel parte di moltiplici della .c. la quale e seconda & quarta, & perche la .a. & la .b. (della quale li suoi moltiplici soli egualmente sono .d. & .e.) sono posti eguale, seguita quello che se fa, .d. sera diuisa secondo la quinta della .a. & similmente la .e. secondo la quantita della .b. che le parti dell'una e dell'altra s'uno di numero & di quantita eguale, di conuerro per il presupposito per la equalita della moltiplicatione dell'una e l'altra, ma di quantita (per quella cōsumma sententia) repetita tante volte quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono eguale tra loro sono eguale, perche adunque la prima delle parti della .d. e equal alla prima delle parti della .e. & la seconda alla seconda, & le altre alle altre, & sonotante parti in la .d. quante sono in la .e. (per la prima di questo) la .d. sera eguale alla .e. per laqual cosa le due quantita eguale faranno comparate a vualtra terza quantita (per cōsumma sciētia) ouer che ambedue le quantita .d. & .e. sono maggiore della .f. ouer minore, ouero eguale adunque (per la settima diffinitione) la proportion della .a. prima alla .c. seconda sera come quella che e dalla .b. terza alla .c. quarta, che e il proposito. la seconda parte se la approuera per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la .c. come prima & terza & la .a. seconda & la .b. quarta, & conosciu che la quantita .f. la quale e egualmente moltiplice alla prima & alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in egualitare delle quantita .d. & .e. la quale sono egualmente moltiplice alla seconda e quarta, seguita (per la medesima diffinitione) che la proportion della .c. prima alla .a. seconda sia si come della .e. terza alla .b. quarta, che e il secondo proposito.

Theorema.viii. Propositiōe.viii.

Se due quantita ineguale faranno proportionate a una quantita, certamente la maggiore ostignara maggiore proportion, & la minore, minore, ma la proportion di quella a quelle certamente alla minore fara maggiore, & alla maggiore sera minore.

Siano due quantita ineguale .a. & .b. & .c. sia maggior la .b. & .c. siano proportionate a una medesima quantita laqual sia .d. dico che la proportion della .a. alla .d. e maggior di quella che e dalla .a. alla .d. & p. il peratio maggior e quella della .d. alla .a. che della .d. alla .b. & p. approua la prima parte lo ponero la .c. b. eguale alla .a. & moltiplicaro tante volte la .c. che ne poenra una quantita maggior del la .d. & quella sia la .f. g. & tota la .x. f. col moltiplice alla .b. & similmente la .h. col moltiplice alla .a. si come la .f. g. e moltiplice alla .c. & (per la prima di questo) la .h. sera col moltiplice alla .a. si come che la .f. g. e moltiplice alla .b. & .c. sera anchora la .h. eguale alla .f. g. per que sta causa che se si moltiplice di quelle (le quale sono .a. & .b. & .c.) sono state poste eguale, anchora ponero che la .h. non sia minore della .d. ma eguale, ouer maggiore, perche moltiplicaro tante volte cada una delle tre quantita .a. & .b. & .c. egualmente che la .f. g. (moltiplice della .c.) poenra maggior della .d. & che la .h. (moltiplice della .a.) non poenra minore della medesima, & dapo quel moltiplicaro tante volte la .d. che ne poenra una quantita maggior della .h. & la .a. la prima quantita di moltiplici della .d. che e maggior della .h. sono della .e. sora l'altra maggiore moltiplice della .d. (ouero la eguale a quella se per cio la .a. fuisse la prima in l'ordine di moltiplici della .d.) la quale sia la .i. & seguita che la .i. non sia maggiore della .h. & la



mentra composta della d , & f , per questa causa che ogni multiplice e composto del prossimo precedente multiplice, & del semplice (come e il treppio, el quale e composto del doppio & del semplice) eccetto il primo multiplice (cioe il doppio) il quale e solamente composto da duoi semplici, perche adunque la h , e eguale alla f , La detta x , non sera minore della h , adunque la x , f , insieme con la d , non fanno meno che la h , & d , per laqualcosa non fanno meno che m , & perche la f , e maggiore della d , la x , g, sera maggiore della m , adunque intendero la quantita b , prima la d , seconda la a , terza la d , quarta, & perche alla prima & terza son tolti li multiplici egualmente, cioe la k , g , & la h , similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici egualmente, anzi e vno medesimo in ragione de duoi, eguale e la m , & la k , g , (multiplice della prima) soprananza, ouero eccede la m , multiplice della seconda, & la h , (multiplice della terza) non soprananza, ouero eccede la m , multiplice della quarta, (per la diffinitione della maggior disproporționalita) la proportion de la b , e , prima alla d , seconda sera maggiore che della a , terza, & quarta, che e il primo proposito al secondo tu lo approuerai per la medesima diffinitione, per contrario ordine intendido che la d , sia prima & terza, & la a , seconda, & la b , e , quarta, & perche la m , (multiplice della prima) eccede, ouer soprananza la h , (multiplice della seconda) & la m , (multiplice della terza) non soprananza la k , g , (multiplice della quarta) per la qualcosa maggior proportion e dalla d alla a , che dalla d alla b , & che e il secondo proposito, & dal modo di questa dimostratione si manifesta la sufficiencia della diffinitione della maggior disproporționalita posta dall'author in principio di questo libro, perche in niun loco e maggior la proportion de la prima (di quanto quantita) alla seconda che della terza alla quarta che l'non accadesse, ouer per ritrouarle alcuni multiplici tolti egualmente alla prima & alla terza, quali quando seranno comparati ad alcuni multiplici tolti egualmente alla seconda & quarta se trouara lo multiplice della prima soprananzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprananzare lo multiplice della quarta, & questi multiplici li ritroueremo per il modo che dimostrassimo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Traduttore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quantita d , fusse tre, & che la quantita h , fusse 14 , el primo multiplice della d , che eccede la h , (cioe la m , seria il quinquiplo (cioe quindici) & la h , seria il quadruplo (cioe dodici) ma se la h , fusse solamente cinque la m , seria il doppio della d , (cioe sei) & la h , seria eguale alla d , anchora bisogna notare che il primo di multiplici di una quantita se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, & la prima quantita se chiama il semplice.

Theorema. ix. Propositione. ix.

2. Se la proportion de alcune quantita a una quantita sera una medesima, eglie necessario quelle quantita esser eguale, & se la proportion de l'una a quelle sera una medesima similmente eglie necessario quelle esser eguale.

Si la proportion de la due quantita a , & b , alla quantita c , vna medesima, dico quelle esser eguale, & al contrario se la proportion de la a , & b , all'una e l'altra di

tra di quelle fra una medesima, dico similmente quelle esse eguali, quella e al contrario della femina il primo proposito si appropia in quello modo, le quelle non sono eguali (per l'adventuro) poichiamo le possitit e che una di quelle sia maggiore poniamo la a, per la prima parte della precedente) la proporzione della a alla c sara maggiore che quella della b alla c, e contra il presupposto, il secondo anchora e manifestò perche se la a e maggiore della b, (per la seconda parte della precedent la proporzione della c alla b sara maggiore che alla a, uscioa e anchora contra il presupposto.

Theorema. x. Propositione. x.

10 Se la proporzione dell'una di due quantità ad alcuna quantità sarà maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proporzione della una alla medesima sarà maggiore eglie necessario quella esser minore.

Sì la proportione della a alla c, ètra maggiore di quella che e dalla b alla c, si chiama c, ètra maggiore della b, & se la proportione della a alla b, ètra maggiore di quella che e della d alla b, allora dico la a, ètra maggior della b, (quella e al contrario della c) il primo peccolito e manifesti per la prima parte della lemma, & per la prima parte della orama) perche per la prima parte della lemma, a, a, non era eguale alla b, ne anchora minore, per la prima parte della orama, il secondo e manifesti dalle seconde parti delle medesime proposizioni.

Theorema xi. Propositione.xi.

¹¹₁₁ **Q** Velle proporzioni che a una medesima proporzione s'eranno e
¹²₁₂ quale egli e necessario che fra loro siano eguale.

Questa proposizione (che Euclide nel principio del primo libro la conosce-
ro fra le comuni sentenze) quella cioè che a una medesima cosa son equi-
le anchora fra loro sono eguali (come le intente della quantita) in questo loquor
lui dimostra come la fe accomodate in le proportioni, adonq fuma et l'altra
delle due proportioni, che sono della a alla b, & della c alla d, equal alla propor-
tione che e della e alla d, dico le proportioni che sono della a alla b, & della c
alla e, fira loro eguale, & per dimostrar questo io uso la g, alla a, & la b, alla c,
& la k, alla e, egualmente multiplico, et anchora la l, alla b, & la m, alla d, & la n,
alla e, egualmente multiplico, & perche per il prelapto po' la p, porzione della
e, alla e, & si come della a, alla b, & si finalmente si come della c, alla d, & si per la
conversione della settima diffinitione toia due volte, che la l, a, & m, de la n,
che la p, & m, de la l, & la b, a, m, & de la k, & m, de la n, che la g, fira eguale alla l, & la b, alla
l, & la k, alla m, & de la k, & e, eguale alla n, che la g, fira eguale alla l, & la b, alla
l, & perche adonq la g, alla d, & la b, alla m, sono simile nel appogio, dimo-
stro se li equiare per mezzo della k, & n, (per la settima diffinitione) la propo-
ne della l, alla b, fira si come della c, alla d, che e il proposito.

Theorema. xii. Propositione. xii.

$\frac{12}{44}$ Sela pportione del primo termine al secôdo sera sicome del terzo

al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proporzion del primo al secondo sera maggiore che dal quinto al sesto.

Similmente (come in la precedente) quel che quiui dimostra in le pporzioni in le quinta e possibile, cioè che se due quinta serino tra loro esse, di quing quinta che l'una di quelle sera maggiore anchora l'altra sera maggiore di quella medesima, niente dimeno quello se dimostra in le proporzioni, come, esempi grata, se la proporzion della *a. alla b.* sia si come della *c. alla d.* & che la proporzion della *c. alla d.* sia maggiore di quella che della *e. alla f.* anchora la proporzion che *a. alla b.* sera maggiore di quella che e della *e. alla f.* & per dimostrare questo io toro la *g. alla a.* & la *h. alla c.* & la *k. alla e.* egualmente multipli ce & anchora la *l. alla b.* & la *m. alla d.* & la *n. alla f.* egualmente multipli ce & per il presupposto, la proporzion della *a. alla d.* si come della *a. alla b.* & maggiore di quella della *e. alla f.* (per il conuerso della settima diffinitione) seguita che se la *h. soprauanta la m.* che anchora la *g. soprauanta la l.* & per il conuerso della diffinitione della maggiore disproporzionalita non e necessario che la *k. soprauanti la n.* adouque perche (per il mezzo della *h. & m.*) se la *g. soprauanta la l.* non e necessario che la *k. soprauanti la n.* (per la diffinitione della maggiore disproporzionalita) sera maggiore proporzion della *a. alla b.* che della *e. alla f.* che e il proposito, anchora per simel modo tu approuerai che se la proporzion della *a. alla b.* si come della *c. alla d.* & della *e. alla f.* minore che della *e. alla f.* similmente della *a. alla b.* sera minore che della *e. alla f.* & concludo che della *c. alla d.* sia minor proporzion che della *e. alla f.* sera adouque la proporzion della *a. alla f.* maggiore che della *c. alla d.* adouque (per la conuersione della diffinitione della maggiore disproporzionalita) se la *k.* eccede la *n.* non e necessario che la *h.* ecceda la *m.* & se la *h.* non eccede la *m.* la *g.* non eccede la *l.* & que se la *k.* ecceda la *n.* non e necessario che la *g.* ecceda la *l.* adouque (per la diffinitione della maggiore disproporzionalita) la proporzion della *e. alla f.* sera maggiore che della *a. alla b.* (per il contrario) adouque la proporzion della *a. alla b.* sera minore che della *e. alla f.* che e il proposito (& per il modo della demonstratione della ottava di questo, & da questa sera manifesto che se la proporzion della prima (di quattro quantita) alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, gli cetera sempre trouarai alcuni multipli egualmente toiti alla prima, & alla terza, liquali quando seranno comparati ad alcuni multipli toiti egualmente alla seconda & quarta, se trouera il multiplice della prima soprauante il multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprauante il multiplice della quarta, la qual cosa sera manifeste in questo modo, sia la proporzion della *a. alla b.* maggiore che della *c. alla d.* io ponero adouque che la proporzion della *a. alla c.* sia si come della *d. alla e.* (per questa duodecima & per la decima) la *a. f.* sera minore della *a. b.* hor poniamo che la *f.* sia minore in la quantita *f. b.* laqual multiplicato tante volte che ne peruega vna quantita maggiore della *c.* laqual sia la *g. h.* con questa condicione che la *d.* multiplicata tante volte produca vna quantita non minore della *e.* (laqual sia la *l. g.*) hor ponero che la *l. g.* sia così multipli ce alla *f.* si come che la *g. h.* e multipli ce alla *f. b.* coero la *k. alla d.* (per la prima di questo) la *h.* sera così multipli ce della *a. b.* si come che e la *k. alla d.* da poi ponero che la *m.* sia la prima quantita multipli ce alla *e.* che sia maggiore della *k.* & ponero la *n.* così multipli ce alla *e.* si come che la *m.* e multipli ce alla *e.* (per le precedenti presupposti, & per la conuersione della diffinitione proporzionalita) la quantita *n.* sera la prima di multipli ce della *e.* che sera maggiore della *l. g.* & la *l. g.* sera minore della *c.* adouque moe sero alla *n.* la misura delle multipli ce della *e.* ouer a se eguale (se per sorte la *n.* fusse la prima di multipli ce di quella) laqual sia la *o.* & la *n.* sera composta della *o.* & della *e.* adouque perche la *l. g.* non e minore della *o.* & la *g. h.* e maggiore della *c.* la *h.* sera

maggiore

maggiore della .n. per laqualcosa essendo la .x. minore della .m. e manifestò il pro-
posito.

Potemo anchora dimostrare il concetto di questa, cioè che se la prima trouaue alor
il multiplice colti equamente alla prima & alla terza (di quanto quantita) li
quali essendo comparati ad altri multiplice colti equamente alla seconda e
quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che
il multiplice della terza non eccedi il multiplice della quarta, la proportion
della prima alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, laqualcosa si
approua in questo modo siano le quattro quantita .a. prima .b. seconda .c. d. terza
e quarta & sia la .f. alla .a. & la .g. alla .c. d. equamente multiplice similmente sia
no la .h. alla .b. & la .i. alla .d. e equamente multiplice, & poniamo che la .f. ecceda
ouer sopraue la .h. & che la .g. non sopraue la .i. dico che la proportion
della .a. alla .b. e maggiore che della .c. d. alla .e. & le fosse possibile (per l'adotario)
esser altrimenti, ouer che la .f. sia equal, ouer minore equal non pot esser, perche
se la fosse equal (per la conseruazione della stessa diffinitione) la .g. eccederà la .i.
laqualcosa seria contra il presupposito, & se la fosse minore, sia della .c. d. alla .e. si
come della .a. alla .b. & per la decima di questo sia .l. sera minore della .c. d. ouer
sia minor in la quantita l. adonque ponero la .m. n. che sia così multiplice alla .c.
l. & la .p. q. così multiplice alla .l. d. si come che la .f. e multiplice della .a. (& per la
prima di questo) la .m. p. sera così multiplice alla .c. d. si come che la .f. e multiplice
della .a. adonque l'una e l'altra delle due quantita .m. p. & .g. e equamente multi-
plice alla quantita .c. d. adonque quelle sono equali (perche quella se quella si
dimostrata in la settima di questo) & perche la .g. non e maggiore della .i. la .m. p.
non sera maggiore della medesima .i. & per la medesima conseruazione della dif-
finitione della discontinua proportionalita la .m. n. e maggiore della .x. impero
che la .f. e maggiore della .h. adonque la .m. n. e maggiore della .m. p. e che impo-
ssibile per laqualcosa rimane il proposito.

Theorema. xiii. Proposizione. xiii.

¹² Se de quante si uoglia quantita ad altre tante a una per una sera una
medesima proportionone, tal proportionone qual sera dell'una all'una
quella medesima anchora sera de tutte quante le prime giunte in-
sieme a tutte quante le seconde giunte insieme.

Quello che nella prima proposi di multiplicita in questo loco sul propone
di ogni proportionone, ouer questa e più comune di quella, perche ogni
multiplicita e proportionone, oua non conueniente, cioè che ogni proportionone non e
multiplicita, sia adonque della .a. alla .b. & della .c. alla .d. & della .e. alla .f. una pro-
portionone, dico che qual proportionone e della .a. alla .b. la medesima e del compo-
sito della .a. e .c. al composto delle .b. & .d. & p. dimostrare questo lo toro la .g. alla .a. &
la .h. alla .c. & la .i. alla .e. equamente multiplice e similmente la .j. alla .b. & la .m.
alla .d. & la .n. alla .f. equamente multiplice, & sera (per la prima di questo) il com-
posito delle .g. & .h. e così multiplice al composto delle .a. & .c. si come la .g. e multi-
plice alla .a. similmente (per la medesima) il composto delle .m. & .n. sera così multi-
plice al composto delle .b. & .d. si come la .j. e multiplice alla .b. & (per la conser-
uazione della diffinitione della discontinua proportionalita) (toia due uolte) se la .g.
aggiunge sopra la .j. la .h. aggiungera sopra la .m. & la .i. sopra la .n. & se la .m. &
se .n. & se la .f. e equal a .f. equali adonque (per communia sciencia) se la .g. ag-
giunge sopra la .j. il composto delle .g. & .h. aggiungera sopra il composto delle
.m. & .n. & del minime minore & se la .f. e equal e equali adonque (per la diffinizione
della discontinua proportionalita) la proportionone della .a. alla .b. e si come del
composito delle .a. & .c. al composito delle .b. & .d. che e il proposito.

Theorema.xiiii. Proposizione.xiiii.

14 Se quattro quantita saranno proportionale, & che la prima sia mag-
 14 gior della terza, e necessario la seconda esser maggiore della quarta
 ma se la sera minore e necessario esser minore, & se sera egle e quale,

Sia la ppositione della a alla b, si come della c alla d, dico che se la a e mag-
 giore della c, la b sera maggior della d, & se la a e minor sera minor, & se la a
 e quale sera quale, per che se la a sia maggiore della c, sera (per la prima parte
 della ottava di questo) maggior la proportione della a alla d, che della c alla d,
 per la qual cosa maggiore sera della a alla d, che alla b, adonque (per la seconda
 parte della decima di questo) la b sera maggior della d, che e il proposito, ma se
 la a sia minore della c, sera (per la prima parte della ottava) minore propor-
 tione della a alla d, che della c alla d, per la qual cosa maggiore sera della a, alla b,
 che alla d, adonque (per la seconda parte della decima) la b sera minor della d, ma
 si la a sia egle alla c, sera (per la prima parte della settima) della a, alla d, si co-
 me della c, alla d, per la qual cosa della a, alla d, si come alla b, adonque (per la
 seconda parte della nona) la b sera egle alla d, & così e manifesto il proposito.

Theorema.xv. Proposizione.xv.

15 Se ad alcune quantita saranno tolti li multipli equalmente, la pro-
 15 pordone di multipli, & quella di submultipli sera una medesima.

Siano la c, alla a, & la d, alla b, equalmente multipli, dico che la proportion
 la quale e della a, alla b, quella medesima e della c, alla d, sia distinta in otre
 do la quantita della a, & la d, secondo la quantita della b, & sono tante le part
 della c, quante quelle della d, & tante parte son in c, quante in d, & perche qual
 parte tu vuoi della c, si come della a, alla b, sera (per la undecima di questo) della c, alla d, si come della a, alla b, che e il proposito.

Theorema.xvi. Proposizione.xvi.

16 Se quattro quantita seranno proportionale, anchora permuta-
 16 mente seranno proportionale.

Sia la proportione della a, alla b, si come della c, alla d, dico che della a, alla c,
 sera si come della b, alla d, & questo e il modo de arguir il quale e demo per
 portione permutata, la demonstratione della quale così e manifestado toro la c, alla
 la a, & la d, alla b, equalmente multipli e anchora la g, alla c, & la h, alla d, es
 qualmente multipli & sera (per la precedente) della e, alla f, si come della g, al
 la h, per la qual cosa (per la quattordima) se la e, aggiunge sopra g, & la f, aggio-
 ge sopra h, & se la minuisse, la minuisse, & se la se equala, la se equala, adonq
 (per la definitione della incontinua proportionalita) sera della a, alla c, si come
 della b, alla d, che e il proposito, ma e necessario che in la permutata propor-
 tione tutte le quantita siano, de vno medesimo genere.

Theorema.xvii. Proposizione.xvii.

17 Se le quantita congiuntamente seranne proportionale qu elle me-
 17 desime anchora e necessario disgiuntamente esser proportionale.

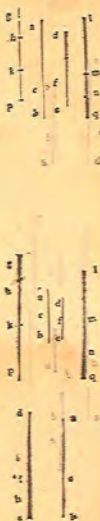
Demonstrao el modo di arguire el qual se dice proportionalita permutata, hor

dimostra quello che le due proportionalità disgiunte, sia anchora la proporzione della a, b alla b, c così come della d, e alla e, f dico che della a, c alla b, f sera sì come della d, f alla e, f & per dimostrare questo lo toro la g, h alla a, c & la h, k alla c, b & similmente la l, m alla d, e & la m, n alla e, f egualmente moltiplicate & d'ogni per la prima di questo la g, h, k & così moltiplice alla a, b , sì come la g, h, m moltiplice alla a, c & la m, l così & moltiplice alla d, e così come la l, m, n moltiplice alla d, e & per tanto (per li precedenti presupposti) la g, h, k & così moltiplice alla a, b , sì come & la l, m, n alla d, e poneto anchora la x, p alla c, b & la n, q alla e, f & egualmente moltiplice & seranno (per la seconda) la h, p alla c, b & la m, q alla e, f egualmente moltiplice, adunque per la concorrenza della diffinitione delle incontinua proportionalità se la g, h, k aggiunger sopra la h, p la l, n aggiungera sopra la m, q & se la minore quella minuisse & se la se equala quella se equala, & per tanto leane comunemente la h, k, l, m, n (per commun scientia) sera che se la g, h eccorde la k, p (cioe che la sia maggiore di quella) che anchora la l, m eccorde la n, q & se la manca (cioe che la sia minore di quella) la sera minore, & se quella se equala quella se equala, adunque (per la settima diffinitione) la proportion della a, c alla b, f sera sì come della d, e alla e, f che e il proposito.

Theorema. xviij. Propositione. xviii.

Se le quantita seranno disgiuntamente proportionali anchora congiuntamente seranno proportionale,

E se dimostra il modo di arguire, il quale se dice proportionalità congiunta, & e il modo conuerfo della precedente, & per la dimostrazione di questa sia supposta la disposizione della detta precedente, cioe rimangano tutti la presuppofizioni di quella eccetto che le si suppone la proportion della a, c alla c, b effere sì come della d, e alla e, f dico la proportion della a, b alla b, c effere sì come della d, e alla e, f perche da questo presupposto & dalli presupposti della precedente di moltiplic egualmente toti) si seguita (per la concorrenza della diffinitione della incontinua proportionalità) che se la g, h soprananza la l, p , che la l, m soprananza la n, q & se la minuisse (outro manca di quella) quella minuire, & se la se equala quella se equalara, adunque giocotui comunamente la h, k, l, m, n si seguita (per commun scientia) che se la g, h soprananza la h, p , che la l, m soprananza la m, q & se quella minuisse quella minuisse, & se la se equala quella se equalara per la qual cosa (per la settima diffinitione) la proportion della a, b alla b, c sera sì come della d, e alla e, f che e il proposito, anchora se poi dimostrare il medesimo indistintamente in questo modo, cencio la cosa che la proportion della a, c alla c, b si come della d, e alla e, f hor se possibile (per l'addicario) non sia della a, b alla b, c sì come della d, e alla e, f sia adunque la proportion della d, e ad alcuna altra quantita sì come della a, b alla b, c , la quale, ouer che la sera maggiore della e, f ouero minore, perche se la fusse a quella equala sera manifestito il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, a, g & sera (per la precedente) della a, c alla c, b sì come della d, g alla g, e per la qual cosa (per la vndecima) della d, g alla g, e si come della d, e alla e, f seguita adunque (per la quattredesima) che quando la d, g prima sia minore della d, e terza, la g, e seconda sera minore della e, f quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adunque la proportion della d, e a quantita minore della e, f la qual sia e, h si come della a, b alla b, c & (per la precedente) sera della a, c alla c, b sì come della d, h alla h, e per la qual cosa (per la vndecima) della d, h alla h, e sera sì come della d, e alla e, f & perche la d, h prima & maggiore della d, e terza sera (per la quattredesima) la h, e seconda maggiore della e, f quarta, & perche quello e impossibile, seguita il proposito.



Theorema.xix. Proposizione.xix.

16 Se da doi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia
 19 si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente
 22 sera si come il tutto al tutto.

Q Vello che propone la quinta di multiplicità questa propone vniuersalmen-
 te de ogni proposizione, donde questa è tanto più communa de quella qui-
 to. e la proporzion della multiplicità siano adunque le due quantita. a.b. & c.d.
 dalle quale sian tagliate due parti le quali siano. b.e. & d.f. & sia la proporzion de
 tutta la.a.b.a' tutta la.c.d. si come la tagliata b.e. alla tagliata. d.f. dico che la me-
 desima proporzion sera del residuo. a.e. al residuo. c.f. che è de tutta la.a.b.a' tut-
 ta la.c.d. perche essendo la.a.b. alla.c.d. si come la.b.e. alla.d.f. sera permutata-
 mente la.a.b. alla.b.e. si come la.c.d. alla.d.f. & disgiuntamente la.a.c. alla.e.b. si
 come la.c.f. alla.f.d. & anchora permutatamente la.a.e. alla.c.f. si come la.e.b. al-
 la.f.d. & perche così era la.a.b. alla.c.d. e manifesto il proposito.

Correlario.

o Da qui se manifesta che se le magnitudine composte seranno pro-
 19 porzionale euerfamente etiam seranno proportionale.

il Traduttore.

Q Vello sopra scritto correlario in fine della esposizione della sopra scritta
 proposizione il Campanolo aggiunge come cosa sia dicendo da questa
 decima nona & dalla permutata proporzionalità vien dimostrato il modo de re-
 gulare el qual se dice proporzionalità euerfa, e compili grata, sia la.a.b. alla.b.e.
 si come la.c.d. alla.d.f. dico che la.b.a. alla.a.e. sera si come la.c.d. alla.c.f. perche
 essendo la.a.b. alla.b.e. si come che e la.c.d. alla.d.f. sera permutatamente la.a.
 b. alla.c.d. si come la.b.e. alla.d.f. per la qual cosa (per questa decima nona) la.b.a.
 alla.d.e. si come la.a.e. alla.c.f. adunque permutatamente la.b.a. alla.a.e. e' si co-
 me la.c.d. alla.c.f. che e il proposito. Anchora la conuersa proporzionalità la qua-
 le (dalla definizione della incoordinata proporzionalità) hauemo dimostrato in o-
 sponere il principi di questo quinto la puo anchora in questo loco esser dimostra-
 ta indirettamente dalla permutata proporzionalità, & dalla nona di questo co-
 me sel sia la proporzion della.a. alla.b. si come della.c. alla.d. dico che della.b. al-
 la.a. sera si come della.d. alla.c. essendo altramente sia della.d. alla.c. si come della.
 b. alla.a. & perche della.a. alla.b.e' si come della.c. alla.d. sera permutatamente
 della.a. alla.c. si come della.b. alla.d. & perche anchora della.b. alla.a. si come del-
 la.d. alla.c. sera anchora permutatamente della.b. alla.d. si come della.a. alla.e. per
 la qual cosa sera della.a. alla.e. si come della.a. alla.c. e adonque e. non e eguale
 alla.c. accio de lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se si
 e eguale sera della.b. alla.a. si come della.d. alla.c. che e il proposito.

Theorema.xx. Proposizione.xx.

20 Se seranno tre quantita dall'un lato prese & altre tante ne siano pre-
 20 se dall'altro lato delle quale le prime a dua due siano secondo la
 proporzion delle ultime eglie necessario in la proporzion della
 equalia

egualità, che se la prima delle prime sera maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità sera maggior della ultima, & se la sera minore, minore, & se la sera eguale eguale.

Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionale, ouero le quantita de doi ordini seranmen ouer permutament te proportionate, el prepoit doi antecedenti necessarii a dimostrare el prepoit suo, per il primo di qual si dimostra la equa proportionale con le quantita de doi ordini di etramense proportionate, & per il secondo quando quelli serano proportionate permutament, siano adunque le tre quantita, a, b, c, siano tolte le tre altre ineguale siano, d, e, f, si fa la proportion de la a alla b, si come de la e alla d, si de la a alla c, si come de la e alla f, dico che se la a e maggiore della e, che etiam la c sera maggiore della f, & se la e minore, minore, & se la e eguale, eguale, perche se la e e maggiore sera per la prima parte della octaua) maggiore la proportion de la a alla b, che de la e alla d, per la qualcola (per la duodecima) ma sic etiam maggiore de la c alla d, che de la e alla f, & perche (per la conuenia proportionale de la a alla b, e si come de la f alla d, sera de la e alla d, maggiore che de la f alla d, adonque (per la prima parte della decima) la a e maggiore de la f, che e il proposito, ma se la a sia minore de la e, per le medesime & al medesimo modo se appona la e, ouer minore de la f, perche sera minore re proportion de la a alla b, che de la e alla d, (per la prima parte della octaua) e pero (per la duodecima & per la conuenia proportionale) sera minore de la f, & la e, d, che de la f alla d, e pero (per la prima parte della decima) la a sera minore de la f, che e il proposito, ma se la a, sia eguale alla e, sera (per la prima parte della similia) la proportion de la a alla b, si come de la e alla d, e, pero (per la vndecima, & conuenia proportionale) sera de la c alla d, si come de la f alla d, per la qualcola (per la prima parte della nona) si c e eguale alla f, che e il proposito, ma questa conclusione alcuni hanno dimostrato per la proportionale permutata in questo modo la proportion de la a alla b, & e si come de la c alla d, adonque permutament de la a alla c, e si come de la b alla d, & simil tra volta, & perche de la a alla e, e si come de la d alla f, sera permutament de la b alla d, si come de la e alla f, ma questa de la b alla d, e si come de la a alla c, adonque (per la vndecima di questo) sera de la a alla c, si come de la e alla f, adonque (per la quattordima) e la a prima e maggiore de la e, sera sera la c seconda maggior de la f, quarta, & se la e minor sera minor, & se la e eguale sera eguale che e il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostrazione, perche se la intencione de Euclide fuisse de demostrarla in quello modo il non hano habbe preponere quella conclusione per intercedere alla equa proportionale, perche se vnaltra volta sia fatta vna permutacione della proportionale, alla quale siano peruenuto i quale e ouer de la a alla c, si come de la e alla f, el seguita che si de la a alla e, si come de la c alla f, & otto e la equa proportionale, oltre di questo se le quantita de similitudine di ordin non serano tutte d'oune medesimo genere, perche se la a, b, e, siano linee, & c, d, f, superficie, ouer corp, ouer temp, allora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto vniuersale particularment.

Theorema. xxi. Propositione. xxi.

²¹ Se seranno tre quantita dall'uno prese, & altrettante dell'altro del-
²² le quale le prime siano tolte a due a due secondo la proportion de le ultime, una sia perturbata la proportionale di quelle, anchora egli e necessario nella equa proportion de che se la prima delle prime

sera maggiore della vittima. etiam la prima delle posteriore sera maggiore della vittima, & se la sera minore, minore, & se la sera eguale e quale.

LO secondo antecedente siano le tre quantita a. b. e. & ne siano tolte altre tre lequale siano f. c. d. & sia la proportion de la a. alla b. si come de la a. alla d. & de la b. alla e. si come de la f. alla c. dico che se la a. e maggiore della e. la d. sera maggiore della d. & se la e minore sera minore, & se la e eguale sera eguale, & queste se approua per le medesime vie, & per il medesimo modo con elquale fu prouata la precedent, perche se la a. e maggiore della e. sera maggiore per la portione de la a. alla b. che de la e. alla b. per laqualcosa sera etiam maggiore de la a. alla d. che de la e. alla d. per tanto sera etiam maggiore che de la e. alla d. adonque sera maggiore la d. che la e. (per la seconda parte della decima) che e il proposito, ma se la a. sia minore de la e. sera finalment minor de la e. alla d. che de la e. per laqualcosa (per la medesima parte della medesima) la f. sera minore de la d. ma se la a. sia eguale alla e. seguita che l' sia la proportion de la a. alla d. si come de la e. alla f. adonque (per la seconda parte della nona) sera la d. quale alla d. che e il proposito.

Theorema. xxi. Propositione. xxi.

Se seranno quante quantita si uoglia dall' un lato & altre tante dall' altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportion de delle prime, in la equa proportionalira seranno proportionali.

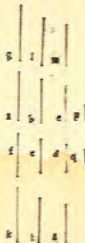
Dimostrati li antecedenti alla equa proportionalis, in questo loco dimo-
stra etia equa proportionalis, e primamente quando le quantita delli doi ordini sono direttamente proportionale, & non e necessario che la sia dimo-
strata, se non quando in l'uno e l'altro di doi ordini sono solamente tre quantita, perche per questo seguita euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordine seranno quattro, o otto piu quantita, e pero non e stato bisogno de dimostrarli li suoi antecedenti salvo quando in l'uno e l'altro ordine sian tre quantita, siano ad-
d. que le tre quantita a. b. e. & ne sian tolte tre altre lequale siano c. d. f. & sia la pro-
portion de la a. alla b. si come de la c. alla d. & de la b. alla e. si come de la d. alla f. dico che de la a. alla e. sera si come de la c. alla f. perche pigliando la g. alla a. de la h. alla e. e equalmente multiplici, & similmente la k. alla b. & la l. alla e. e equalmente multiplici, & vna tra volta la m. alla c. & la n. alla f. equalment multi-
plici, & sera (per la quarta) la g. alla k. si come la h. alla l. & la i. alla m. si come la l. alla n. per laqualcosa (per la vigesima) se la g. e maggior della m. sera la h. mag-
gior della n. & se e minore sera minore, & se e equal sera eguale adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalita) la proportion de la a. alla e. e si
come de la c. alla f. che e il proposito, anchora questo puo esser dimostrarlo (per
la quindicesima di questo) uolte le g. k. m. alla a. b. e. & le h. l. n. alle e. d. f. equa-
lmente multiplici, perche sera (per la quindicesima) la g. alla k. si come la h. alla l. & la k. alla m. si come la l. alla n. etiam le altre cose trattando come prima, ma
se le quantita seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, glori-
tolli la p. & la q. cosi che la c. sia alla p. si come la d. alla q. sera vna tra volta de la
a. alla p. si come de la c. alla q. perche sera de la a. alla e. si come de la c. alla f. per
che questo e stato dimostrarlo di sopra, adonque traua via la b. & la d. seranno le tre
quantita a. e. p. & le altre tre c. f. q. come se prepone, per laqualcosa de la a. alla p.
sera si come de la c. alla q. & cosi vien dimostrarlo de quattro quantita, per le tre
(tenuto

(Intato in vno mezzo) & per il medesimo modo tu dimostrerai de cinque per le quattro leuando via li doi mezzi & de sei per le cinque leuando via tre, & così de altre.

Theorema.xxiii. Propositione.xxiii.

- 23 Se seranno quante quantita si uoglia dall'un lato, & altre tante del
23 l'altro, delle quale le second'essan o tolte a due a due, secondo la pro
portione delle prime, ma indirettamente proportionate, in la equa
proportionalita seranno proportionale.

Q Vint' anchor dimostra la equa proportionalita in le quantita de duot or
dini indirettamente, ouero p'uersamente proportionate, ne e necessario
che sia dimostrato se non quando in l'uno e l'altro di duot ordini sono solamen
te tre quantita, perche questo euidentemente seguita. di quante quantita vi sia
no potra in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente e stato dimostrato del
le quantita direttamente proportionate, sia adunque tre quantita a. b. c. & siano
piu grande altre tre liquali siano. f. c. d. & sia la proportione della a. alla. b. si come
della c. alla. d. & della b. alla. e. si come della f. alla. c. dico che della a. alla. c. sera
si come della f. alla. d. perche pigliato la g. alla. a. & la. h. alla. c. & la. K. alla. f. co
qualmente multiplice & similmente la i. alla. b. & la. m. alla. e. & la. n. alla. d. equal
mente multiplice & sera (p' la quarta) la g. alla. i. si come la. h. alla. m. & (p' la quinta
decima) la i. alla. m. si come la. K. alla. n. p' la qual cosa (p' la vigesima prima) in la g.
aggiogte sopra la. m. & la. K. aggiogte sopra la. n. & se la m. m. & la n. m. m. & se la
& se la f. e qualla la se equalta adunque per la definitione della inordinata pro
portionalita in proportione della a. alla. c. si come della f. alla. d. che e il pri
mo posito, questo anchora puo esser dimostrato per la quindicesima di questo, tolti
te le g. i. m. alla. a. h. e. & la. K. n. m. alla. f. c. d. equalmente multiplice, perche sera
(per la quindicesima) della g. alla. i. si come della. h. alla. m. & della a. alla. m. si co
me della. K. alla. n. tutte le altre cose erante come prima, tamen piu conuen
ientemente (questa della precedente) vengono dimostrati secondo il primo
modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre quantita, poniamo quat
tro giogioni la. p. & la. q. in questo modo che sia della a. alla. b. si come della. d. al
la. q. & della b. alla. a. si come della. c. alla. d. & della e. alla. p. si come della f. alla. c.
sera vn'altra volta della a. alla. p. si come della f. alla. q. (perche per le cose auan
ti demonstrate) sera della a. alla. c. si come della e. alla. q. leuato adunque via la. b.
& la. d. serino le tre quantita. a. c. p. & altre tre f. e. q. come le prepose per la qual
cosa della a. alla. p. sera si come della f. alla. q. & così vien dimostrato delle quat
tro quantita per le tre leuato via vn mezzo, per il medesimo modo tu demos
trai di delle cinque per le quattro leuato via doi mezzi, & de sei per le cinque
leuato via tre, & così de altre.



Theorema.xxiiii. Propositione.xxiiii.

- 24 Se la proportione del primo termine al secondo sera si come del ter
24 zo al quarto e la proportione del quinto al secondo sera si come del
sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al
secondo sera si come del sexto e terzo tolti insieme al quarto.

Q Vello che propone la seconda di multiplice, quella propone vn'altra simi
le de ogni proportion, onde e tanto piu conueniente de quella quanto che e la

proportione della multiplicata, & c. a quella si come la terza decima alla prima, & adunque la proportione della $a.b.$ alla $c.f.$ si come della $d.e.$ alla $f.g.$ & della $h.g.$ alla $c.f.$ si come della $c.h.$ alla $f.d.$ dico che la proportione della $a.a.$ galla $c.e.$ si come della $d.h.$ alla $f.$ perche si fera (per la communia proportionalita) della $c.$ alla $b.g.$ si come della $f.$ alla $c.h.$ per la qual cosa (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della $a.b.$ alla $b.g.$ si come della $e.d.$ alla $e . h.$ adunque conueniente mente (per la decima nona) della $a.g.$ alla $g.b.$ sera si come della $d . h.$ alla $h.e.$ adunque (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della $a.g.$ alla $c.f.$ si come della $d . h.$ alla $f.$ che e il propofino.

Theorema. xxy. Propofitione. xxy.

24 Se feranno quattro quantita proportionale, & la prima fia la maggiore di quelle, & la ultima fia la minima, la prima, & la ultima tolte infieme, fe approua de neceffita effier maggiori delle altre due.

Quello che fe prepone in quello loco non ha loco fe non quando tutte le quattro quantita fiano d'uno medefimo genere, fiano adunque (de quattro quantita de vno medefimo genere) la proportione della $a.b.$ alla $c.d.$ si come della $e.$ alla $f.$ & fia la $a.b.$ la piu grande (& non bilogna poner che la $f.$ fia la minima) perche quello fequit da quello che la $a.b.$ e' poffa la piu grande, onde l'author nō ha poffo quello in pofitione si come pofitione, ma piu tofto si come con elufione della precedente pofitione, dico che effendo così fera maggiore lo aggregato della $a.b.$ & $f.$ che quello della $c.d.$ & $e.$ perche effendo maggior la $a.b.$ della $e.$ tagliaro dalla $b.a.$ la $b.$ g. eguale alla $e.$ fimilmente anchora perche la $c.d.$ e' maggiore della $f.$ tagliaro della $c.d.$ la $h.$ d. eguale alla $f.$ & per il prefuppofto) fera della $a.b.$ alla $c.d.$ si come della $g.b.$ alla $h.d.$ per la qual cosa (per la decima nona) lo refiduo $a.g.$ al refiduo $c.h.$ fera si come tutta la $a.b.$ a tutta la $c.d.$ cioe la $a.b.$ alla $c.d.$ concluda adunque che la $ag.$ e' alla $c.h.$ si come la $a.b.$ alla $c.d.$ ma la $a.b.$ e' maggiore della $c.d.$ per la qual cosa la $a.g.$ e' maggiore della $c.h.$ aggiungono li adunque all'una e all'altra le due quantita $g.b.$ & $h.d.$ fera (per communia fofitione) lo aggregato della $a.b.$ & $g.b.$ maggiore dello aggregato della $c.d.$ & $h.d.$ perche la $g.b.$ e' poffa eguale alla $f.$ & la $g.b.$ alla $e.$ fera maggiore lo aggregato della $a.b.$ & $f.$ che lo aggregato della $c.d.$ & $e.$ che e il propofino.

Il Traduttore,

Tutte le fequente nonne propofitioni mancano in la feconda traditione.

Theorema. xxvi. Propofitione. xxvi.

26 Se la proportione della prima, de quattro quantita alla feconda fera maggiore che della terza alla quarta, conueniente mente fera al contrario, cioe la proportione della feconda alla prima fera minore che della quarta alla terza.

Si la proportione della $a.$ alla $b.$ maggiore che della $c.$ alla $d.$ dico che per il modo conuenio, entro e contrario, la proportione della $b.$ alla $a.$ fera minore che della $d.$ alla $c.$ effendo altrimenti per l'auertuario o che la fera quella medefima o

fino a che la fera maggiore, ma se possibile fosse che la proportion della .b. alla .a. sia se come della .d. alla .c. seguita al contrario che la proportion della .a. alla .b. sia se come della .c. alla .d. la qual cosa non e, anzi e maggiore dal prelupposito anchora se possibile e per l'aduersario che la proportion della .b. alla .a. sia maggiore che della .d. alla .c. sia dell' .e. alla .a. si come della .d. alla .c. &c. (per la duodecima) la proportion della .c. alla .a. fera minore che della .b. alla .a. per l'agualita (per la prima parte della decima) la .e. fera minore della .b. e pero (per la seconda parte della octaua) la proportion della .a. alla .c. fera maggiore che della .a. alla .b. &c. derivat per la conuerfa proportionality della .a. alla .c. e si come della .c. alla .d. fera (per la duodecima) la proportion della .c. alla .d. fera maggiore che della .a. alla .b. &c. era minore, rimane adonque il proposito, puotemo anchora sel ne piu o arguire il proposito dimostrauamente, perche e manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantita della qual alla .b. e quella medesima proportion che e della .c. alla .d. e minore della .a. (imperche ei se pone maggiore la proportion della .a. alla .b. che della .c. alla .d.) adonque quella quantita sia .e. essendo adonque la proportion della .e. alla .b. come della .c. alla .d. fera al contrario della .b. alla .a. come della .d. alla .c. &c. e manifesto (per la seconda parte della octaua) che la proportion della .b. alla .a. e minore che la proportion della .b. alla .e. adonque (per la duodecima) la proportion della .b. alla .a. e minore che della .d. alla .c. che e quello che voleuamo.

Theorema .xxvii. Propositione .xxvii.

27^o Sel fera de quattro quantita maggior proportion della prima alla seconda che della terza alla quarta, fera permutatamente maggior proportion della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Si anchora in questo loco la proportion della .a. alla .b. maggior che della .c. alla .d. dico che fera permutatamente maggior proportion della .a. alla .c. che della .b. alla .d. perche non fera la medesima perche allhora anchora farebbe permutatamente della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. &c. non fera minore, perche se quello sia poſſo, sia adonque della .c. alla .c. come della .b. alla .d. &c. fera (per la duodecima) maggior proportion della .e. alla .c. che della .a. alla .c. per l'agualita (per la prima parte della decima) la .e. fera maggiore della .a. adonque (per la prima parte della octaua) la proportion della .e. alla .b. fera maggiore che della .a. alla .b. &c. perche effato poſſo che i sia della .c. alla .c. si come della .b. alla .d. fera permutatamente della .e. alla .b. si come della .c. alla .d. (per la duodecima) adonque maggior fera la proportion della .c. alla .d. che della .a. alla .b. ma era poſſo lo contrario adonque e vero il proposito, offensiuamente anchora quello haſtuo ſecondo che in la precedente, & che toſta la .c. alla .b. come la .c. alla .d. fera (per la prima parte della decima) la .e. minore della .a. per l'agualita (per la prima parte della octaua) maggior fera della .a. alla .c. che della .a. alla .c. ma per la premuata proportionality e della .e. alla .c. come della .b. alla .d. adonque (per la duodecima) della .a. alla .c. e maggiore che della .b. alla .d. che e il proposito.

Theorema .xxviii. Propositione .xxviii.

28^o Se feranno quattro quantita delle quale la prima alla ſeconda ſia maggior proportion che della terza alla quarta ſera anchora congiuntamente maggior proportion della prima e ſeconda alla ſeconda che della terza, et quarta alla quarta.

Sia maggiore la proporzione della *a. alla b.* che della *e. alla d.* dico che sera maggiore di tutta la *a. alla b.* che de tutta la *e. alla d.* perche quella (per l'adversario) non sera eguale & non sera minore, perche se la e eguale, allhora sera disgiuntamente della *a. alla b.* come della *e. alla d.* contra al presupposito, una se la minore sia della *e. alla b.* come della *e. alla d.* alla *d.* & sera (per la duodecima) maggiore proporzione della *e. alla b.* che della *a. alla b.* adunque (per la prima parte della decima) la *e. b. e'* maggiore che la *a. b. &* (per la conoctione) la *e. e'* maggiore che la *a.* per la qual cosa (per la prima parte della octava) maggiore e la proporzione della *e. alla b.* che della *a. alla b.* una dell *a. alla b.* e' come della *e. alla d.* (per la disgiunta proportionalita) imperochè era della *e. alla b.* come della *e. alla d.* adunque (per la duodecima) della *e. alla d.* e' maggiore che della *a. alla b.* ma questo e contra al presupposito, quel medesimo anchora dimostratinamente, perche quando il presupposito sia che maggiore sia la proporzione della *a. alla b.* che della *e. alla d.* la proporzione della *e. alla b.* come della *e. alla d.* sera (per la prima parte della decima) la *e. minor* della *a.* adunque (per communia scientia) la *e. b.* sera minore che la *a. b.* per la qual cosa (per la prima parte della octava) maggiore sera la proporzione della *a. alla b.* che della *e. b.* alla *b.* ma la proporzione della *e. b.* alla *b.* (per la congiunta proportionalita) si come della *e. alla d.* perche e posso che l' sia della *e. alla b.* come della *e. alla d.* adunque (per la duodecima) maggiore e della *a. alla b.* che della *e. alla d.* che e il presupposito.

Theorema. xxix. Proposizione. xxxix.

29 Se seranno quattro quantita delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore proporzione che della terza & quarta alla quarta, sera anchora disgiuntamente la proporzione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

Sia la proporzione della *a. alla b.* maggiore che della *e. alla d.* dico che sera disgiuntamente la proporzione della *a. alla b.* maggiore che della *e. alla d.* altrimenti sera eguale, ouero minore, ma se e eguale sera (per la congiunta proportionalita) della *a. alla b.* come della *e. alla d.* la qual cosa e contra il presupposito, ma se e minore sera maggiore della *e. alla d.* che della *a. alla b.* adunque (per la precedente) sera maggiore della *e. alla d.* che della *a. alla b.* che e inconueniente perche e sera posta minore, adunque ouero quello che resta dimostra questa anchora dimostratinamente la dimostrò in questo modo, per che po nemo che la proporzione della *e. b.* alla *b.* sia come la proporzione della *e. alla d.* alla *d.* se sera (per la prima parte della decima) la *e. b.* minor che la *a. b.* per la qual cosa (per communia scientia) la *e. e'* minore che la *a.* minore e adunque (per la prima della octava) la proporzione della *e. alla b.* che e della *a. alla b.* una la proporzione della *e. alla b.* e' si come della *e. alla d.* (per la disgiunta proportionalita) adunque (per la duodecima) la proporzione della *a. alla b.* e' maggiore che della *e. alla d.* che e il presupposito.

Theorema. xxx. Proposizione. xxx.

30 Se seranno quattro quantita, delle quale della prima e seconda alla seconda sia maggior proporzione che della terza e quarta alla quarta, sera euerfamente minor proporzione della prima e seconda alla prima che della terza e quarta alla terza.

Sia maggiore

Si maggiore la proportion della a. b. alla c. che della d. alla e. dico che eor
 samente minor sera la proportion della a. b. alla a. che della d. alla e. per
 che sera diligentemente (per la precedente) maggior proportion della a. alla
 b. che della a. alla d. adonque (per la vigesima lita) sera eor minor della
 b. alla a. che della d. alla e. per la qualesa (per la suante alla precedente) pongia
 tamente sera minor del la b. a. alla a. che della d. e. alla e. che e il proposio.

Theorema. xxxi. Propositione. xxxi.

Se seran tre quantita in uno ordine, & anchora tre in uno altro & se
 ra della prima delle priore alla seconda maggior proportion che
 della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della
 seconda delle priore alla terza maggior che della seconda delle po
 steriora alla terza, sera anchora della prima delle priore alla terza
 maggior proportion, che della prima delle posteriore alla terza.

Siano le tre quantita a. b. a. & similmente alit e tre. d. e. f. & sia maggiore pro
 portion della a. alla b. che della d. alla e. & similmente maggiore della b. alla
 a. che della e. alla d. dico che maggior sera la proportion della a. alla
 c. che della d. alla f. perche sia la g. alla e. come la z. alla b. & sera (per la prima parte
 della decima) la g. minor della a. per la qualesa (per la seconda parte della octa
 va) la proportion della a. alla g. e. maggior che della a. alla b. molto maggiore
 adonque e la proportion della a. alla g. che della d. alla e. sia adonque della b.
 alla a. g. come della d. alla e. & sera (per la prima parte della decima) la a. maggio
 re della b. alla g. (per la prima parte della octava) la proportion della a. alla
 c. e. maggior che la proportion della b. alla a. ma la proportion della b. alla a.
 e. (per la equa proportionata) si come della d. alla f. perche e della b. alla g. e
 e della d. alla e. & della g. alla c. e. come della e. alla f. adonque (per la duodecima)
 la proportion della a. alla c. e. maggior che della d. alla f. per la qualesa e man
 ifesto il proposio.

Theorema. xxxii. Propositione. xxxii.

Se seranno tre quantita in uno ordine, & similmente tre in uno altro
 & sera la proportion della seconda delle priore alla terza maggior
 che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della pri
 ma delle priore alla seconda maggior che della seconda delle po
 steriora alla terza, sera maggior la proportion della prima delle pri
 ore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantita in vno ordine. a. b. c. & similmente tre in vno altro
 d. e. f. secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della b.
 alla c. che della d. alla e. & maggior della a. alla b. che della d. alla e. dico che mag
 gior sera la proportion della a. alla c. che della d. alla f. perche sia la g. alla e. co
 me la d. alla e. & sera la g. minor della b. (per la prima parte della decima) per
 la qualesa maggior sera la proportion della a. alla g. che alla b. (per la seconda
 parte della octava) adonque molto maggior e della a. alla g. che della e. al
 la d. sia adonque della b. alla g. come della e. alla f. & sera la a. maggior della b.
 (per la prima parte della decima) per la qualesa la proportion della a. alla c. e.
 maggiore che della b. alla e. (per la prima parte della octava) ma (per la viges
 ma lita) la proportion della b. alla c. e. come della d. alla f. imperoche e della
 g. alla e. come della d. alla e. & della b. alla g. come della e. alla f. adonque (per la 1.
 maggiore e la proportion della a. alla c. che della d. alla f. che e il proposio.

Theorema. xxxiii. Proposizione. xxxiii.

33 Se la proporzione del tutto al tutto sera maggiore, che del tagliato
 al tagliato, sera del residuo al residuo maggior proporzione che del
 tutto al tutto.

Siano le due quantita. a. & b. dalle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui fia
 no. e. & f. & sia maggior proporzione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico
 che maggior sera la proporzione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche sera (per
 la vigesima settima) permutatamente maggior proporzione della. a. alla. c. che
 della. b. alla. d. per laqualcosa (per la trigesima) sera euertamente minor propor-
 zione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adonque vn'altra volta (per la vigesima
 settima) permutatamente minor sera della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che e il
 proposito.

Theorema. xxxiiii. Proposizione. xxxiiii.

34 Se quante si voglia quantita seranno comparate a altrettante altre,
 & sera de qualunque precedente alla sua relationa maggior propor-
 zione che de alcuna subsequente alla sua, sera de tutte quelle tolte
 insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proporzione, che de al-
 cuna delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tut-
 te tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima al-
 la prima.

Siano le tre quantita. a. b. c. refferate a altre tante altre lequale siano. d. e. f. & sia
 maggiore la proporzione della. a. alla. d. che della. b. alla. e. & della. b. alla. e. sia
 maggiore che della. a. alla. f. dico che la proporzione della. a. b. c. tolte insieme alle
 d. e. f. tolte insieme e maggior proporzione che della. b. alla. e. ouero maggior
 che della. c. alla. f. & etiam maggior che delle. b. & c. tolte insieme alle. e. & f. tolte
 insieme, & che quella e minore che della. a. alla. d. perche essendo della. a. alla. d.
 maggiore che della. b. alla. e. sera permutatamente della. a. alla. b. maggiore che
 della. d. alla. e. & congiuntamente delle. a. b. alla. b. maggiore che delle. d. e. alla. e.
 & vn'altra volta permutatamente delle. a. b. alle. d. e. maggiore che della. b. alla. e.
 per laqualcosa (per la precedente) della. a. alla. d. e maggiore che delle. a. b. alle. d.
 e. & per il medesimo modo se approua esser maggiore della. b. alla. e. che delle. b.
 e. alle. e. f. adonque maggior proporzione e della. a. alla. d. che delle. b. c. alle. e. f.
 per laqualcosa permutatamente maggiore e della. a. alle. b. c. che della. d. alle. e. f.
 & congiuntamente maggiore delle. a. b. c. alle. b. c. che delle. d. e. f. alle. e. f. & vn'al-
 tra volta, permutatamente maggiore delle. a. b. c. alle. d. e. f. che delle. c. b. alle. e.
 f. per laqualcosa (per la precedente) maggiore e della. a. alla. d. che delle. a. b. c.
 alla. d. e. f. che e il proposito.

INCOMINCIA

IL SESTO LIBRO DI EVCLIDE,

MEGARENSE, PHILOSOPHO PERSPICAC

CISSIMO, DA NICOLO TARTALEA *

Traslato nuovamente realtato & integrato secon
do le due traduzioni, & per commona ve
ritade dal latino in lingua volgare
tradotto & illustrato.

Definitioe prima.

1 Le figure rettilinee simili, sono quelle che hanno li angoli a uno
per uno equali, & li lati che sono circa alli angoli equali, pro
portionali.

Come se l'angolo a. b. c. fero equiangolo al triangolo d. e. f. cioè che l'angolo
a. sia eguale all'angolo d. & l'angolo b. eguale all'angolo e. & l'angolo c. al
l'angolo f. & che la proportion del lato a. b. al lato d. e. sia si come del lato a. c. al
lato d. f. & del lato b. c. al lato e. f. essi faranno simili, il medesimo si debbe in
tendere in ogni altra specie di figura, si parallelogramma, come non parallelo
gramma.

Definitioe. ii.

2 La superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle intra li lati
delle quale se hauera la proportion alita retransituamente.

Come se selli doi quadrilateri a. b. c. d. e. f. la proportion del a. b. (lato del
primo) al d. e. (lato del secondo) ora si come la proportion del e. f. (lato del
secondo) al b. c. (lato del primo) essi doi quadrilateri se girano de lati mutui
ouer mutui se fia, ouer secondo la seconda tradutione figure reciproce.

Definitioe. iii.

3 Una linea se dice esser diuisa secondo la proportion habente il
mezzo, & doi estremi quando che eglie quella medesima propor
tione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che e della maggiore
sectione alla minore.

Il Traduttore.

Esempli gratia, quando che la proportion di tutta la linea a. b. alla sua mag
giore parte a. c. fosse si come della detta parte a. c. all'altra parte c. b. tal li
nea se diria esser diuisa secondo la proportion habente il mezzo & doi estremi
in punto c.



Diffinitione.

L'altezza di ciascuna figura e la perpendicolare ditta dalla vertice ouer cima di quella alla basa.

Il Traduttore.

Esempli gratia, la altezza del triangolo a.b.c. non se intende offer la linea a.b. ne anchora la linea a.c. ma solamente la perpendicolare ditta dalla vertice, ouer cima di quella, cioè dal ponto a. alla basa b.c. cioè la linea a.d.

Diffinitione.v.

Vna proporzione se dice esser composta da due proporzioni, ouero piu, quando le quantita de alcune proporzioni multiplicata fanno la quantita di detta proporzione.

Sia che la quantita a.b. habbia vna data proporzione alla quantita c.d. (come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la c.d. alla e.f. habbia medesimamente vna data proporzione, dico che la proporzione della a.b. alla e.f. e' composta della proporzione della a.b. alla c.d. & della c.d. alla e.f. ouero se la quantita della proporzione della a.b. alla c.d. multiplicata in la quantita della proporzione della c.d. alla e.f. fa la quantita della proporzione della a.b. alla e.f. similmente dico che la proporzione della detta a.b. alla e.f. e' se dice esser composta della proporzione della a.b. alla c.d. & della c.d. alla e.f. & sia primamente la a.b. maggiore della c.d. & la c.d. della e.f. & sia la a.b. doppia della c.d. & la c.d. tripla della e.f. perche adunque la c.d. e' tripla della e.f. & la a.b. e' doppia della c.d. adunque la a.b. e' sempre della e.f. & se duplicammo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico essere propriamente la compositione, ouer in questo altro modo, perche la a.b. e' doppia alla c.d. & la c.d. e' tripla alla e.f. in parti equali alla c.d. & quelle siano a.g. & g.b. & perche la c.d. e' tripla alla e.f. & la a.g. e' eguale alla c.d. adunque & la a.g. e' tripla alla e.f. persequiua anchora la g.b. e' similmente tripla alla e.f. adunque tutta la a.b. e' sesupla alla medesima e.f. adunque la proporzione della a.b. alla e.f. (composta della proporzione della a.b. alla c.d. & della c.d. alla e.f.) vien colligata dal termine di mezzo, cioè dalla c.d. & similmente se la c.d. e' minore di l'una & di l'altra delle medesime a.b. & e.f. quel medesimo se trouara, & per desoluidare questo (de nouo) sia la a.b. tripla alla c.d. & che la c.d. sia la mitade della e.f. & perche la c.d. e' la mitade della e.f. & la a.b. e' tripla alla c.d. adunque la a.b. e' sesquialtera della e.f. (cioe vno tanto e mezzo) & se triplicamo alcun mezzo fara pur vno e mezzo, & perche la a.b. e' tripla alla c.d. & la c.d. e' la mitade della e.f. di quella quantita equal alla c.d. della qual la a.b. e' di tre tale & di due tale e' la e.f. per laqual cosa la a.b. e' sesquialtera della e.f. adunque la proporzione della a.b. alla e.f. e' (composta della proporzione della a.b. alla c.d. & della c.d. alla e.f. vien colligata per la c.d. (termine di mezzo) ma poniamo anchora che la c.d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due a.b. & e.f. & sia che la a.b. sia la mitade di ella c.d. & la c.d. sia sesquialtera alla e.f. adunque perche di quella tal quantita che la a.b. e' due tale, & di quattro tale e la c.d. & quella tal quantita che ella detta c.d. e' quattro tale la e.f. e' di tre tale, adong di qualquinta la a.b. e' di due tale la e.f. e' di tre tale adong vn'altra volta la proporzione della a.b. alla e.f. (igual e come di doi a tre) vien colligata dal termine di mezzo il medesimo anchora seguita in piu proporzioni & in altri casi, & e manifesto che se da vna composta proporzione sia cauta ciascuna delle componenti, gettato via vno dell' estremi restara l'altro estremo delle componenti.

Il Traduttore

il medesimo modo (per la trigesima ottava del primo) come le linee dalle estremità de quelle linee che su totali moltiplice alle base, alle vertice de triangoli.

Theorema.ii. Proposizione.ii.

- Se una linea retta segante li duoi lati d'un triangolo, sera equidistante all'altro lato, e necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, le quella linea segna quelli lati proportionalmente necessariamente quella sera equidistante all'altro lato.



Si il triangolo $a.b.c.$ del quale la linea $d.e.$ seghi li duoi lati $a.b.$ & $a.c.$ equidistante al terzo lato, quale e' $b.c.$ dico che la proportionione della $a.d.$ al $d.b.$ sera si come della $a.e.$ al $e.c.$ & per auerso, se la proportionione della $a.d.$ al $d.b.$ si come della $a.e.$ al $e.c.$ la linea $d.e.$ sera equidistante alla linea $b.c.$ & perche protracto due linee $e.b.$ & $d.c.$ & sera (per la trigesima settima del primo) il triangolo $e.b.d.$ eguale al triangolo $e.c.d.$ per quello che ambeduei quelli sono sopra la linea $d.e.$ & fra le linee equidistanti e per tanto (per la seconda parte della settima del quinto) la proportionione del triangolo $a.d.e.$ all'uno e l'altro de quelli sera vna medesima, ma la proportionione de quello (per la precedente) al triangolo $e.b.d.$ e si come della linea $a.d.$ alla linea $d.b.$ & al triangolo $d.e.c.$ si come la linea $a.e.$ alla linea $e.c.$ perche quello con l'uno e l'altro de quelli e de equaliterna, & la ragione fa la proportionione della $a.d.$ al $d.b.$ sera si come della $a.e.$ al $e.c.$ che e il pposito prima & se quello sera (g la precedente) sera della $a.d.$ e all'uno e l'altro de quelli vna proportionione, per la qualeco (per la seconda parte della nona del quinto) quelli sono fra loro equali & perche quegli sono sopra vna medesima basa, cioe sopra la linea $d.e.$ & da una medesima parte sera (per la trigesima nona del primo) la linea $d.e.$ equidistante alla linea $b.c.$ che e il secondo pposito.

Theorema.iii. Proposizione.iii.

- Se vna linea ditta dal cun dell' angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali, le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo, & le due parti della basa le quale distingue la linea ditta dall'angolo se ran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quel angolo in due equali.



Si il triangolo $a.b.c.$ del quale la linea $a.d.$ diuida l'angolo $a.$ in due parti equali, dico che la proportionione della $d.b.$ alla $d.c.$ si esse del lato $b.a.$ al lato $a.c.$ & perio, & per dimostrare quello tirato la $b.e.$ equidistante alla $a.d.$ & protracto la $c.a.$ fino a tanto che la concorra con la $b.e.$ nel punto $e.$ & sera (per la prima parte della vigesima nona del primo) lo angolo $e.b.a.$ eguale all'angolo $b.a.d.$ & (per la seconda parte della medesima) l'angolo $e.a.c.$ all'angolo $d.a.c.$ per la quale si lo angolo $e.a.c.$ equal all'angolo $e.b.a.$ adunque (per la sesta del primo) la $a.e.$ e equal alla $b.e.$ pero (per la prima parte della settima del quinto) la proportionione della $a.a.$ alla $a.e.$ si come della $b.a.$ alla $a.e.$ ma per la premessa della $a.e.$ alla $b.e.$ si come della $b.d.$ alla $d.c.$ adunque della $b.a.$ alla $a.c.$ si come della $b.d.$ alla $d.c.$ che e il pposito. la seconda parte delle parti della prima se approua per lo pposito modo, che siate la medema disposizione se sera la proportionione della $b.a.$ alla $a.c.$ si come

fi come della $b.d$ alla $d.c$ perche (per la precedente) della $e.a$ alla $a.c$ e fi come della $b.d$ alla $d.c$ e si era la medesima proportionione della $e.a$ alla $a.c$ che e della $b.a$ alla $a.c$ adonque (per la prima parte della nona del quinto) la $e.a$ e $a.b$ sono eguale, per la qual cosa (per la quinta del primo) li doi angoli $e.a.c$ e $b.a.c$ sono eguali adonque (per la prima e seconda parte della vigesima nona del primo) lo angolo $b.a.d$ e eguale all'angolo $d.a.c$ che e il secondo proposito.

Il Traduttore.

EL concorso della protratta linea $a.c$ con la linea $b.d$ e egual dall'adoerario poterla e iter negare se dimostra in questo modo perche la linea $c.b$ cade sopra le due parallele $d.a$ e $b.a$ l'angolo $e.b.d$ interinifico (per la seconda parte della vigesima nona del primo) e eguale all'angolo $a.d.c$ estinifico, giungendo adunque all'uno e l'altro l'angolo $a.c.d$ (per la seconda communia sententia) li doi angoli $e.b.c$ e $a.b.c$ saranno eguali alli doi angoli $a.c.d$ e $a.d.c$ del triangolo $a.d.c$ perche li doi angoli $a.d.c$ e $a.c.d$ del triangolo $a.d.c$ (per la decima seconda del primo) sono minori de doi angoli retti, seguita adonque che li doi angoli $e.b.c$ e $a.b.c$ sono etiam minori de doi angoli retti, adonque poterhera da quella parte le due linee $e.a$ e $b.a$ (per la quinta precedente) e conciliarlo che quelle concottrano insieme, che e il proposito.

Theorema.iii. Propositione.iii.

4 D'ogni triangoli di quali li angoli dell' uno a li angoli di l'altro sono eguali, li lati che riguardano li angoli eguali sono proportionali.

Siano li doi triangoli $a.b.c.d$ e $e.f.g.h$ se l'angolo a e eguale all'angolo e , e l'angolo b all'angolo f , e l'angolo c all'angolo g , dico che la proportionione del lato $a.b$ al lato $e.f$ e del lato $a.c$ al lato $e.g$ si come del lato $b.c$ al lato $f.g$ per dimostrare questo ponero ambedui li triangoli sopra vna linea (laqual sia $a.c$) in tal modo che li doi angoli de vno ligati saranno sopra questa linea sian eguali al li doi angoli dell'altro ligati (saranno sopra la medesima linea, non il medio al medio, ponero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & ponero li doi medii angoli de quelli congiungerli in vno medesimo punto, & sia $a.c$ quel medesimo triangolo ilqual era $a.b.c.d$ perche l'angolo $a.f.c$ e eguale all'angolo e e l'angolo $d.f.c$ all'angolo f (per il presupposito) sera (per la prima parte della vigesima nona del primo) la linea $a.f$ equidistante alla $d.c$, & la $d.f$ equidistante alla $a.c$ compiro adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia $g.f.d$ sera (per la trigesima quarta del primo) la $g.a$ e eguale alla $d.f$, & la $g.d$ e eguale alla $a.f$ perche adonque (per la seconda di questo) la $g.a$ e alla $a.c$ li come la $e.f$ alla $a.d$ & (per la medesima) la $e.f$ alla $a.c$ e fi come la $e.d$ alla $d.g$ sera (per la settima del quinto) la $a.d$ alla $a.c$ e (per la medesima) la $e.d$ alla $a.c$ e fi come la $e.f$ alla $f.c$ che e il proposito.

Theorema.v. Propositione.v.

5 Se doi triangoli haneranno li lati proportionali, li detti triangoli saranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relativi proportionali se proutano e iter fra loro eguali.

Questa e il cōcorrio della precedente & non ha fatto di q̃ta & della precedente vna p̃clusion si come se fece in la sc̃da & terza di q̃to, perche la nō e dimo



sia con la medesima figurazione ne con li medesimi menti con liquali se dimo-
stra la precedente, siano adunque li duoi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ & sia la propor-
tione del lato $a.b.$ al lato $d.e.$ & del lato $a.c.$ al lato $d.f.$ si come del lato $b.c.$ al la-
to $e.f.$ dico che l'angolo $a.$ e uguale all'angolo $d.$ & l'angolo $b.$ all'angolo $e.$ &
l'angolo $c.$ all'angolo $f.$ & per dimostrare questo costruiro sopra la linea $e.f.$ la
parte opposita del triangolo $d.e.f.$ l'angolo $f.e.g.$ uguale all'angolo $b.c.$ & l'an-
golo $e.g.$ uguale all'angolo $a.$ onde (per la trigesima seconda del primo) l'ango-
lo $g.$ sera uguale all'angolo $a.$ adunque (per la precedente) la proporzione dei
lati $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sera si come del lato $b.c.$ al lato $e.f.$ & per la qualcosa del lato
 $a.b.$ al lato $d.e.$ si come al $e.g.$ & del $a.c.$ al $d.f.$ si come al $f.g.$ adunque (per la secon-
da parte della nona del quinto) lo lato $d.e.$ e uguale al $e.g.$ & (per la medesima)
lo $d.f.$ e uguale al $f.g.$ per la qualcosa (per la ottava del primo) li duoi trian-
goli $d.e.f.$ & $e.g.f.$ sono equiangoli (per la qualcosa adonq lo triangolo $d.e.f.$ e anco-
ra equiangolo al triangolo $a.b.c.$ il proposito e manifesto.

Theorema.vi. Proposizione.vi.

6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia uguale a un an-
6 golo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali propor-
tionali, sono fra loro equiangoli.



Rimanga la superior disposizione, & sia solamente l'angolo $b.$ uguale all'an-
golo $d.e.f.$ & la proporzione del $a.b.$ al $d.e.$ si come del $b.c.$ al $e.f.$ dico an-
chora li duoi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ esser equiangoli, perche essendo (per la quinta
del primo, & per il presupposto della premessa conclusione) del $a.b.$ al $e.g.$ si co-
me del $b.c.$ al $e.f.$ sera del $a.b.$ al $d.e.$ si come del $a.b.$ al $e.g.$ per la qualcosa (per la
seconda parte della nona del quinto) lo lato $d.e.$ e uguale al $e.g.$ perche adonq
li duoi lati $d.e.$ & $e.g.$ del triangolo $d.e.f.$ sono equali ali duoi lati $e.g.$ & $e.f.$ del
triangolo $e.g.f.$ & l'angolo $e.$ dell'uno all'angolo $e.$ dell'altro, perche l'uno e l'al-
tro e uguale all'angolo $b.$ quelli seranno (per la quarta del primo) equiangoli, &
perche il triangolo $e.g.f.$ e anco equiangolo al $a.b.c.$ e manifesto il proposito.

Theorema.vii. Proposizione.vii.

7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia uguale a
7 uno angolo dell'altro, & duoi di suoi restanti angoli siano contenuti
da lati proporzionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli
sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un e l'altro sia minore e
necessario quelli duoi triangoli co tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li duoi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ & l'angolo $a.$ sia uguale all'angolo $d.$ & la
proporzione del $a.b.$ al $d.e.$ si come del $b.c.$ al $e.f.$ & l'uno e l'altro di duoi angoli
 $b.c.$ & $e.f.$ sia minor del retto, ouero ne l'un e l'altro sia minor del retto, dico quelli
esser equiangoli, perche se l'angolo $c.$ dell'uno e uguale all'angolo $f.$ dell'altro, e
manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo
maggiore & sia fatto l'angolo $a.c.g.$ uguale al medesimo, sera (per la trigesima
seconda del primo) il triangolo $a.c.g.$ equiangolo al triangolo $d.e.f.$ per la qual-
cosa (per la quarta de quello) la proporzione del $a.c.$ al $d.f.$ sera si come del $g.c.$
al $e.f.$ & ma così fu lo $b.c.$ al $e.f.$ adonque (per la nona del quinto) lo $g.c.$ & $b.c.$ sono
equiali, adonque (per la quinta del primo) l'angolo $b.$ e uguale all'angolo $b.$ &
adonque se ne l'un e l'altro di duoi angoli $b.c.$ & $e.f.$ sera minor del retto, acciò de
duoi angoli

due angoli d'un triangolo non esser minori de duei retti, la qual cosa non può esser per la trigesima seconda del primo) ma se l'un e l'altro era minore del retto, fra l'angolo a. g. e maggior del retto (per la undicesima del primo) per la quale cosa l'angolo e. (a se eguale) era anchora maggiore del retto, che e contra il presupposto, per la qual cosa del tutto lo opposto rimane il proposito, ma il bisogno che l'un e l'altro di duei restanti angoli esser minori del retto, ouer se l'uno se l'altro esser minore del retto, perche se e possibile nel medesimo triangolo a. b. c. la linea g. e. esser eguale alla b. e. e' pero fra della a. a. c. all'una e l'altra de quelle una d'opporzione (per la settima del quinto) ne temen saranno li triangoli. a. - g. e. & a. b. e. equiangoli, benché un angolo dell'uno sia eguale a un angolo del l'altro (l'angolo e) e quel medesimo come l'angolo a.) & la propotione della figura a. c. (come lato del grande) alla a. g. e. (come lato del piccolo) e si come della b. c. (lato del grande) alla g. e. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra e eguale, e questo e per quello che l'angolo g. del minore e maggior del retto, & l'angolo b. del maggiore e minore, perche in ogni triangolo de duei lati equali l'un e l'altro di duei angoli che sono alla basa e minor del retto.

Theorema. viii. Propositione. viii.

Essendo data una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa saranno fatti duei triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Si li triangolo a. b. c. orthogonio & l'angolo a. di quello sia retto dal qual sia data la perpendicolare d. dalla basa, dico che l'uno e l'altro di duei triangoli partiti quel sono a. b. d. & a. d. c. e' simile al totali triangolo a. b. c. & l'uno de quegli all'altro, perche l'uno e l'altro de quegli e equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperche l'uno e l'altro orthogonio & comune tican in uno angolo con il totale, per la qual cosa etiam fra loro sono equiangoli, così che l'angolo b. d. e' eguale all'angolo d. a. c. & l'angolo b. a. d. all'angolo c. & li duei angoli che sono a. d. c. sono equali fra loro etiam all'angolo a. totale, per la qual cosa (per la quinta de questo li) li tri riguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adunque per la diffinitione sono simili che e il proposito.

Il Traduttore.

Bisogna aduertire nella demonstratione fatta di sopra che ogni volta che li deli angoli d'un triangolo sono equali alli duei angoli d'un triangolo seguita de necessita che il terzo angol del detto triangol sia et al terzo angulo de quello altro triangolo, et omni gratia, se l'angolo b. a. d. del totali triangolo a. b. c. (per la terza pteitione) e eguale all'angolo a. d. e. del triangolo a. d. c. parziale (per esser di esso retto) & l'angolo c. e' comun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angol del triangolo a. b. d. e' eguale all'altro terzo angulo del triangolo a. d. c. cioe che l'angolo a. b. d. e' eguale all'angolo d. a. c. la qual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de caduno triangolo sono equali a duei angoli retti, seguita adunque che tutti tre li angoli del triangolo a. b. d. insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo a. d. c. (per esser quelli equalmente equali a duei angoli retti) volendo adunque che l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza commun sententia) li duei rimanenti saranno equali, cioe l'angolo a. b. d. all'angolo d. a. c. & per li medesimi modi e vice se appropria del triangolo a. b. d. esser equiangolo al totali triangolo a. b. c. etiam al triangolo a. d. c. parziale, onde per la quarta de questo li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali, adunque si come e lo lato b. d. del triangolo a. b. d. (risguardante lo angolo che sono b. a. d.) alla b. a. del triangolo a. b. c.



e riguardante lo angolo che al c. così e la medesima a. d. del triangolo a. b. d. (riguardante lo angolo che al b.) alla a. d. e riguardante lo angolo che sotto d. a. c. del triangolo a. d. c. (eguale a quello che al b.) & oltre di questo lo lato b. a. al a. c. e il come lo a. c. al b. c. perche tutti tre sono ad uno con riferimento al angoli restanti adunque per la prima definizione li doi triangoli a. b. d. & a. d. c. partali sono simili al terzo triangolo a. b. c. etiam fra loro che e il proposito. Altra se potria admitter di quel che e detto di sopra la fine della esposizione di questa nostra proposizion etia da noi replicato di sopra doue vien concluso (per la quarta di questo) li lati di questi tri angoli riguardanti li equali angoli esser proportionali e da questo per la definizione delle superficie simile) se conclude questi triangoli esser simili a qual conclusione par fatta indirettamente atemo che la dimostrazione non dice che li lati riguardanti li equali angoli sia proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proportionali perche bisogna admittere che nelli triangoli egle vna cosa istessa a dire li lati riguardanti equali angoli esser proportionali & li lati continenti equali angoli esser proportionali la quale cosa e manifesta in li doi triangoli a. b. d. & a. d. c. di quali li doi lati b. d. & a. d. del triangolo a. b. d. sono proportionali alli doi lati a. d. & d. c. del triangolo a. d. c. come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardano angoli equali hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioe l'angolo contenuto dalli doi lati a. d. & b. d. del triangolo a. b. d. e eguale all'angolo contenuto dalli doi lati a. d. & d. c. del triangolo a. d. c. perche ciascun e retto & così se puo arguire dell'altri & dopo per la definizione concludere &c.

Correlario.

S Vnde anchora e manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto de quello alla basa sera ditta una perpendicolare, sera quella tal perpendicolare media proportionale fra le due sectioni della detta basa, & similmente l'uno e l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Traduttore

El senso del sopra scritto correlario e questo che per le cose dette & dimostrare di sopra egle manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se da l'angolo retto alla basa di quello sera ditta vna perpendicolare, che quel tal perpendicolare sera media proportionale fra le due sectioni della basa, exempli gratia che la perpendicolare a. d. (del sopra scritto triangolo a. b. c.) e media proportionale fra le due sectioni b. d. & d. c. cioe che tal proportione e della portione b. d. alla perpendicolare a. d. quale della perpendicolare a. d. all'altra sectione d. c. come di sopra habemo dimostrato. Ora di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo e medio proportionale fra tutta la basa & la sectione a se conterminale, cioe che lo lato a. c. (del medesimo triangolo a. b. c.) e medio proportionale fra tutta la basa b. c. & la sectione d. c. a se conterminale in punto c. cioe tal proportione e de tutta la basa b. c. al lato a. c. qual e dal lato a. c. alla sectione d. c. e similmente lo lato a. b. e medio proportionale fra tutta la basa b. c. & la sectione b. d. a se conterminale la qual cosa e manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo a. b. c. simile al triangolo a. d. c. li lati continenti li equali angoli sono proportionali vtri gratia li doi lati b. c. & a. c. del triangolo a. b. c. sono proportionali alli doi lati a. d. & d. c. del triangolo a. d. c. (cioe caduno al suo relativo) perche contengono equali angoli, imo vno medesimo angolo che e l'angolo c. adunque tal proportione e del lato maggior b. c. (del triangolo a. b. c.) al lato maggior a. c. del triangolo a. d. c. qual e del lato mezzan.

g. del triangolo a, b, c al lato mezzano d, e del triangolo a, d, e che si vede apertamente lo lato a, c esser medio proportionale fra la basa b, c & la sectione d, c si conterminale in ponto c , & quel lato a, c si come lato maggior del triangolo a, d, e vien a esser conseguente della prima proportion, & come lato mezzano del triangolo a, b, c vien a esser antecedente della seconda proportion, e per il mes desist modi e viene manifesta l'altro lato a, b , esser similmente medio proportionale fra la basa b, c & la sectione b, d , & se conterminale in ponto b , & perche il duei lati a, d & a, e del triangolo a, b, c sono proportionali alli duei lati a, b & a, d del triangolo a, b, d (cioe ciascuno al suo relativo) perche contengon vn medesimo angolo, che e l'angolo b adunque tal proportion e del lato maggiore b, c del triangolo a, b, c al lato maggior a, b (del triangolo a, b, d) qual e dal lato mezzano a, b (del triangolo a, b, c) al lato minor b, d del triangolo a, b, d , onde si vede che il lato a, b si come lato maggior del triangolo a, b, d vien a esser consequente della prima proportion, & come lato minor del triangolo a, b, c vien a esser antecedente della seconda proportion, che e il proposito.

Problema primo Proposizione. ix.

² A due propolite rettelinee puotemo trouar una media pporionale.

Si ano le due linee propolite a, b , & c , fra lequale voglio trouare vna media proportionale aggiungo vn'a di quelle con l'altra & fa tutta la composta da queir a, a, d , & d, e che la b, d sia eguale alla c , & sopra tutta descripto il semicirculo a, d, e , & produco la a, b fina alla circonferentia perpendiculari alla linea a, d , dico la linea b, e esser quella che adimandamo, & per dimostrarlo questo produco le linee c, a , & c, d , & sera (per la trigimsa settima del terzo) lo angolo c totale retto perqualcosa (per la prima parte del corollario della premessa) la proportion della a, b alla b, e si come della b, c alla b, d che e il proposito.

Il Traduttore.

Questa sopraferita nona proposizione se la seconda tradotion e la terza & decima, niente dimanco a me par questo esser piu suo condecenteloco, che la se demolira immediatamente dalla prima parte del corollario della precedente, vero e che ho tradotto el solo della decima seconda tradotion e parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradotione del Campano.

Problema. ii. Proposizione. x.

¹⁰ A due date rettelinee puotemo trouare una terza a' quelle in contraria proportionalita.

Si ano le due linee propolite a, b , & c , alle quale voglio scotgiungere vna terza in contraria proportionalita congiungo la linea c , angularmente (come si veggia) con la linea a, b , & fa la a, d (a se eguale) & produco la linea a, b fina a e , & si fa tanto che la b, c sia fatta eguale alla a, d , & protratta la linea b, d dal ponto e , dico vna linea equidistante a essa linea b, d , & produco la linea a, d fina a tanto che le concontrano in ponto f , dico adunque la linea d, f esser quella che cerchiamo, perche (per la seconda di questo) la proportion della a, b alla b, c , e si come della a, d alla d, f , & la a, d alla a, e si come della a, b alla b, c , & per la seconda parte della settima del quinto) per laqualcosa della a, b alla a, d si come della a, d alla d, f che e il proposito, ma se a tre rettelinee volemo trouar vna quarta





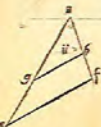
alla qual sia la proporzione della terza si come della prima alla seconda sia fatto una linea della prima & seconda e a questa linea composta sia aggiunta la terza angolarmente & dal common termine della prima & della seconda sia data una linea alla estrema della terza & dall'altro termine della seconda, sia dato a quella linea una equidistante fina stiano che quella concorra con la terza protratta in continuo & resti la terza per la seconda di questo la linea che taglia questa equidistante quella che vien portata, si come se in questa figura sera la prima a.b.h la seconda b.c.d la terza a.d.dice la quarta d.f.

Il Traduttore.

Bisogna aduertire in la sopracitata propozitione che a voler trouar vna terza linea proporzionale alle due date linee a.b. & c. se può intendere in due modi cioè trouar vna conseguente alla c. ouer conseguente alla a.b. volendola conseguente alla c. se dee procedere come di sopra è stato fatto, ma volendola conseguente alla a.b. se debbono congiungere pur angolarmente come di sopra & dal punto d. al punto b. preterire la linea d.b. & produr la linea a. d. fin al punto f. talmente che la d.f. sia eguale alla a.b. & dal punto f. ducere una linea equidistante alla d.b. & produr la a.b. fino a tanto che la concorra con quella in punto e. hoc dico la linea b.e. esser quella che cerchiamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di sopra.

Problema.iii. Propozitione.xi.

¹⁰₁₂ A et date rette linee potemo trouare una quarta proporzionale.



Siano le tre date rette linee a.b. & c. voglio a esse a.b. trouar vna quarta proporzionale congiungo due linee rette d.e. & e. f. angolarmente & tagli della linea d.e. (per la terza del primo) la linea d.g. eguale alla linea a.b. la g.e. eguale alla b. & oltre di questo la d.h. eguale alla c. & dal punto g. al punto h. tiro la linea g.h. & dal punto e. ducero la linea e.f. equidistante alla g. h. & concorrente con la d.f. in punto f. perche adunque del triangolo d.e.f. uno lato di quel lo (che è e.f.) e' preterato la equidistante g. h. adunque (per la seconda di questo) e' il coart della d.g. alla g.e. così della d.h. alla h.f. ma la d.g. e' eguale alla b. g.e. alla a. b. la d.h. alla c. adunque e' si come della a. alla b. così della c. alla h. f. adunque alle tre date rette linee a.b. & c. e' trouata la quarta proporzionale h. f. la quale dico bisogna fare.

Il Traduttore.

Bisogna aduertire che a voler trouar vna quarta linea proporzionale alle tre date rette linee a.b. & c. se può intendere in due modi come etiam sopra la passata fu detto, cioè trouar vna conseguente alla c. ouer vna conseguente alla a.b. volendola trouar conseguente alla c. dee procederla come è stato fatto di sopra proponendo la d.g. eguale alla a. & la g.e. alla b. & la d.h. alla c. & procedere come è stato detto ma volendola trouar conseguente alla a. se ha etia tolto la d.g. eguale alla c. & la g.e. eguale alla b. & la d.h. eguale alla a. & procedere ve si sopra & nota che le tre date linee non esser & non esser continue proporzionale anchora non qualtamente questa sopracrita propozitione si ricerca solamente fin la seconda da aduertire, ve si o e che fin della disposizione della passata è stato aggiunto (senza breuita) il medesimo, tamen non ho voluto restar di p. enzi la propositioe di l'author ha sendo la trouata.

Problema

Problem.2.iiii. Propositione.xii.

"Da una assegnata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.

Si fa la assegnata linea. a. b. lo voglio da quella tagliare una ordinaria parte alla
quarta, come a dir il terzo, congiungo a quella angularmente (come viene) una
linea de infinita quantita laqual sia. a. c. dalla quale scido tre equal portioni,
lequale siano a. d. d. e. c. e. a. e. produco le linee. c. b. a. d. f. f. f. loro equidistanti
dico la. a. f. offer la terza parte della a. b. perche le proportioni della c. d. alla d.
a. (per la seconda di questo) e si come della b. f. alla f. a. per laqualcosa congiunta
mentre della c. d. alla d. e. si come della b. a. alla f. a. e. conciosia: dunque che la c.
a. sia tripla alla d. e. gli manifestio la. a. f. offer la terza parte della. a. b. che e il
proposito.



Problema.v. Propositione.xiii.

12 De due linee proposte l'una indivisa l'altra divisa in parti, potremo
13 dividere la indivisa al modo della divisa.

Si uno le declinet (equale congiungero angularmente come vengino) a.b.
 Sea ce fia la a.b. diuisa in tre, ouero qual si voglia portioni, liguaui in quella
 la il ponti d. & e. voglio secondo le medesime portioni diuidere la linea a.c. qui
 do adonde hanno congiunte quelle angolarmente, come e detto, tirato la linea
 h.c. & equidistante a quella la d.f. & e. g. dico: queste equidistanti diuidere la li
 nea a.c. in parti proportionale alle puri della a.b. perche menando la f. h. e
 equidistante alla a.b. lo quale lega la e. g. in ponti d. & e. fira (per la seconda di que
 sto) la proportion della g. f. alla f. a. si come della e. d. alla d. a. & alla e. g. alla g.
 f. si come della h. k. alla k. i. per la qual cosa e si come della b. c. alla c. d. (per la tri
 gesima quarta del primo, & per la seconda parte della prima del quinq.) che e
 il propocino, ma si bisogna tante volte repetere la seconda de questo quante par
 tisseranno in la linea a.b. mancho vna, & la trigesima quarta del primo & la senti
 ma del quinq. mancho due.



Theorema.ix. Propositione,xiii.

14 Se faranno due superficie equali de lati equidistanti dellequale uno
14 angolo dell'una sia eguale a un angolo dell'altra, li lati continenti li
duoi angoli equali, e necessario esser mutekesia, & se li lati continen-
ti li duoi angoli equali faranno mutekesia, le due superficie e necessa-
rio esser equali.

Siano le due superficie $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ equidistanti l'ari & eguale, & sia P, Q l'angolo c, d dell'una egual all'angolo e, f dell'altra, dico la proporzione del lato $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ si come del e, c, a, l, c, d, e, f & se la proporzione del lato $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ si come del e, c, a, l, c, d, e, f & i precedenti angoli siano anchora eguali, dico quelle due superficie delati equidistanti esser eguale, perche congiungendo io quelle angularmente cioè l'angolo c, d dell'una con l'angolo e, f dell'altra così che li duoi lati de quelle figure s'uno b, c, d, e, f, g facciano una linea, & seranno similmente li altri duoi lati $d, e, c, a, l, c, d, e, f$ una linea altramente seguirà (per lo precedente premissi) to) eguale & che l'angolo c, d dell'una esser eguale all'angolo e, f dell'altra, & per la





quattordesima del primo) la parte esser eguale al tutto, adon que compiro la sua perche de equidistanti lati produca le linee a.d. & f.g. per fina a tanto che con-
corrano in h. & sera (per la prima parte della settima del quinto) dell'una e l'altra
delle superficie a.c.d. & c.f. alla superficie a.c. h. una medesima proportionione, &
perche (per la prima di questo) la proportionione della superficie a.c. alla superfi-
cie c.h. e si ode della linea b.c. alla linea c.g. & della superficie c.f. alla medesima la
perfectione h. si come della a.c. alla c.d. & e manifesta la prima parte della propo-
sita conclusionione. la seconda parte anchora e manifesta perche (per la prima
di questo) la proportionione della b.c. alla c.g. e si come della a.c. alla c.h. & della
c.a. alla c.d. si come della c.f. alla medesima a.h. & perche oghe sia supposto che
la proportionione della b.c. alla c.g. e si come della c.a. alla c.d. & sera dell'una & del
l'altra delle due superficie a.c.d. & c.f. alla superficie c.h. una proportionione adonq
(per la prima parte della nona del quinto) la a.c. e' eguale alla c. & si colli e ma-
nifesta la seconda parte.

Theorema.x. Propositione.xv.

¹⁴ Se seranno duo triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno sia
¹⁵ eguale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duo angoli e-
quali seranno mutekefia, & se li lati continenti li duo angoli e-
quali seranno mutekefia, li duo triangoli se approuano essere
equali.



Siano duo triangoli a.b.c. & d.e.f. equali & sia l'angolo c. dell'uno eguale all'i-
ngolo e. dell'altro dico la proportionione del lato a. c. al e. esser si come del d. c.
al f. & se sera la proportionione del a. c. al e. si come del d. c. al f. & li pendenti
angoli siano anchora equali dico quelli duo triangoli esser equali, perche come
giungendo io quelli angolarmente colli che li lati a. c. & e. e. f. si facci una linea se-
ranno similmente b. c. & e. d. una linea altramente seguita la parte esser eguale
al tutto (per la quattordesima del primo) & tiraro la linea b. e. & sera (per la pri-
ma parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de' diti triangoli al trian-
golo a. b. e. una proportionione, & perche (per la prima di questo) del primo de
quella quello e si come della a. c. al e. & del secondo de' quelli al medesimo e si
come del d. c. al f. & b. e. manifesta la prima parte della propositione conclusionione. la se-
conda parte se prova al contrario perche della a. c. alla c. e. e' si come del primo
triangolo al triangolo b. e. c. & del d. c. al e. si come del secondo al medesimo
(per la prima di questo) & perche le lato posto che li sia del a. c. al e. e' si come
del d. c. al f. b. e. c. diuersi dell'uno & dell'altro de' diti triangoli al triangolo b. e. c. una
proportionione, per laqualcosa per la prima parte della nona del quinto quegli
sono equali & colli e manifesta la seconda parte.

Theorema.xi. Propositione.xvi.

¹⁵ Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che sera con
¹⁶ tenuto sotto la prima & la ultima, sera eguale a quello, che sera
contenuto sotto alle altre due. & se rettangolo che sera conte-
nuto sotto la prima & la ultima sera eguale a quello che sera
contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conueniente esser
proportionale.





lato a.b.a.l.d.e & del a.g.a.l.d.f. si come dei b.c.a.l.e.f. dico che la proportion del triangolo a.b.c.al triangolo d.e.f. si come la proportion del b.c.a.l.e.f. duplicata perche essendo sottoposta (secondo la doctrina della decima di questo) alle due linee b.c.d.e & d.e.f. una terza in continua proportionalita laqual sia .c.g. prota tranta, ouer seletta la .a.b. (se la .c.g. sera una por ouer minor di quella) & essendo p.d.m.a la linea .g.a. & f.e.r.a (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo a.g.c.eguale al triangolo d.e.f. per quello che la proportion della .a.a. alla d.e.e. si come della .e.f. alla .c.g. & l'angolo .c. eguale all'angolo .e. per la qual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) lo triangolo a.b.c. al r.a.n.e. e l'altro de' quegli hauera una proportion .x. (per la prima di quello) la proportion del triangolo a.b.c.al triangolo a.g.c.e. si come della .b.c. alla .g.c. & la proportion della .b.c. alla .g.c.e. si come della .b.c. alla .e.f. duplicata (per la decima descripta del quinto) adunque la proportion del triangolo a.b.c.al triangolo d.e.f. si come la proportion della .b.c. alla .d.f. duplicata & la proportion ma se per caso la .c.g. sia eguale alla .b.c. sera (per la seconda parte della quinta decima di questo) il triangolo a.b.c.eguale al triangolo d.e.f. & la equal proportion e composta dalla equal duplicata ouer triplicata ouer quante volte li voglia. Questa medesima puellione possimo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi dimostrare delle superficie simile de' tante quadranti colta solamente la quartadecima del presente in loco della quinta decima, ma li no' dimostra quella poe per la seguente el se dimostra vniuersalmente de tutte le superficie simili leperlaqualcosa (per il correlario che vniuersalmente e proposto de tutte le superficie simili) non solamente e manifesto nelli triangoli, ma dimostrata la se quante sera manifestante de tutte, ma lui posse quello in questa & non in la seguente, perche il correlario de questa e non della seguente, perche dal modo della dimostrazione de questa e manifesta la sua verita e non dal modo di quella.

Correlario della prima
traductione.

Ex da questo anchora e manifesto che di ogni tre linee continue
proportionale quanta e la prima alla terza, tanta sera una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda
traductione.

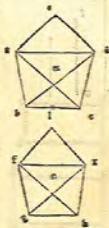
Anchora da questo e manifesto che de ogni tre linee continue proportionale quanta e la prima alla terza, tanta sera la superficie rettangola costituita sopra la prima alla superficie rettangola costituita sopra la seconda quando sera a quella simile in lineatione & creatione.

El primo della sopra scritti doi correlarij pòde generalmente che p le cose
 edent & dimostra et di sopra egli manifestò che de ogni tre linee continue
 proportionale tal proportionetira della prima alla terza, quale sera de una lin
 perche constituita sopra alla prima linea, a una superficie constituita sopra alla se
 conda linea, douente che le dette due superficie siano simili in linearione &
 eratione. Il secondo, cioè quello della seconda tradotione, coniede si ma
 destimo (samente delle superficie rettangole finite & circa ciò lo dico che egli
 den il vero che di sopra egli istato dimostrato delle tre linee c. b. l. e. e conti
 nue proportionale, che tale proportion e dalla prima c. b. alla terza c. g. qual
 e dallo triangolo a. b. c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo d. e. f.
 (constituito sopra alla seconda) ma per questo non se verifica totalmente il det
 to correlario della prima tradotione, il qual coniede generalmente de tutte
 le superficie simili, & manco si verifica quello della seconda tradotione: ma e
 gli ben il uero che quello della seconda tradotione si poterà dimostrare facil
 eamente (come dice etiam il Commentatore) cioe uolendo nella argumentatio
 ne la decimaquinta presupotione di questo in luogo della decimaquinta. & rila
 che (secondo il mio giudicio) il suo proprio & condecente luogo dell'uno &
 dell'altro credo che sia dopo la dimostratione della sequente propositione,
 perche in tale luogo (ordinando le cose demonstrate in la precedente, & etiam
 nella sequente propositione uerrà ad essere verificato totalmente quello che
 coniede l'uno & l'altro dei predetti doi correlarij, ma perche in l'una e l'al
 tra tradotione sono posti dicto a questa propositione, & in tal luogo li haue
 mo laesari, se perche il secondo correlario posto in fine della sequente proposi
 tion e simile in conclusione al sopra scritto della prima tradotione mi la crede
 re quello essere uno effetto errore della tradotioni, & se così non fusse lo sopra
 detto primo correlario, cioè quello della prima tradotione seria hato superfluo
 mente posto dallo Author, che non se da credere.

Theorema xiiii. Propositione xix.

1. Ogni due superficie simili multiangule sono divisibile in triangoli
 simili & in numero equali, & la proportion de l'una di quelle all'al
 tra e si come, la proportion duplicata de qualunque suo lato al
 suo relativo lato dell'altra.

Siano esempi gratia li doi pentagoni a. c. d. e. h. x. simili, dico che essi son
 no divisibili in triangoli simili et in numero equali, & che la proportion de
 l'uno di quegli all'altro e si come la proportion duplicata de l'al. l. g. per
 che essendo come le due linee a. e. & a. d. e similmente la e. h. & e. x. & sera (per
 lo precedentemente presupposito, & per la sela di questo lo triangolo a. b. c. equiang
 golo al triangolo e. f. g. & lo triangolo a. e. d. al triangolo e. h. x. similmente anch
 ro (per questa communis scientia se da esse eguale se uoglie esse eguale si rimas
 sendo sono equali) sera lo triangolo a. c. d. equiangolo al triangolo e. h. x. perche
 li doi pentagoni sono sta posti equiangoli & similmente de l'ui proportionali
 Et perche li triangoli in liquali sono divisi sono fra loro equiangoli (come s'
 sta puato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la definitione



delle superficie simili, per laqualcosa conosciuta che essi sono eguali in numero e manifesto il primo propoſito, per lo ſecondo ſia protratta la *b.d.* laqual ſegura la *a.e.* in ponto *m.* & la *g.k.* laqual ſegura la *f.h.* in ponto *n.* & ſera lo triangolo *b.c.d.* e triangolo al triangolo *g.h.k.* (per la ſeſta di queſto, & per la precedente propoſitione) per laqualcosa e lo triangolo *a.b.m.* al triangolo *g.n.k.* & lo triangolo *a.m.d.* adunque (per la quarta di queſto) la proportion de la *b.m.* alla *g.n.* e ſi come della *a.m.* alla *f.n.* & della *a.m.* alla *f.n.* ſi come della *a.m.* alla *f.n.* per laqualcosa (per la vndecima del quinto) della *b.m.* alla *g.n.* e ſi come della *m.d.* alla *n.k.* adunque permutatamente della *b.m.* alla *m.d.* e ſi come della *g.n.* alla *n.k.* & ſera (per la prima di queſto) del triangolo *a.b.m.* al triangolo *a.m.d.* & del triangolo *b.c.d.* e ſi come della *b.m.* alla *m.d.* e (per la medefima) del *f.g.* alla *f.h.* & del *g.n.k.* al *g.h.k.* & ſi come della *g.n.* alla *n.k.* adunque (per la trigesima del quinto) del triangolo *a.b.c.* al triangolo *a.d.e.* e ſi come del triangolo *g.h.i.* al triangolo *g.h.k.* per laqualcosa permutatamente della *a.b.* alla *a.d.* & della *f.g.* alla *f.h.* e ſi come della *a.d.* alla *f.h.* con la medefima ragione tu approverai che & ſi come del *a.e.* alla *f.h.* adunque (per la trigesima del quinto) de tutto il pentagono a tutto il pentagono e ſi come della *a.b.* alla *f.g.* adunque (per la precedente) la proportion del pentagono *a.c.d.* al pentagono *f.h.k.* e ſi come la proportion de la *a.b.* alla *f.g.* duplicata, che eſt propoſito dal qual ſuoltra uolta e manifesto il correlatio della precedente, altramente tu poi dimoſtrare il ſecondo, perche eſſendo li triangoli ſi ſignali li pentagoni ſono diſtinti ſi ſerano ſi ſera (per la precedente) la proportion de la *a.b.* alla *f.g.* ſi come della *b.c.* alla *g.h.* duplicata, & de la *a.d.* alla *f.h.* ſi come della *c.d.* alla *h.k.* duplicata, & de la *e.d.* alla *f.h.* ſi come della *d.e.* alla *k.l.* duplicata; perche adunque tutte queſte proportioni duplicate ſono eguale per queſto che ſu poſto le ſimile eſſer ega le ſera (per la trigesima del quinto) de tutto il pentagono a tutto il pentagono ſi come dello lato di l'uno al ſuo relativo lato dell'altro la proportion duplicata;

Correlatio primo.

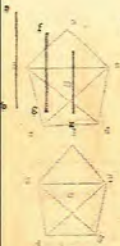
^o E per queſto univerſalmente e manifesto, che le ſimile figure rettili ſonno, fra loro ſono in doppia proportion de la ſimile proportion de lati, perche ſe de eſſi medefima *a.b.* & *f.g.* togliamo la proportional *x.* eſſa *a.b.* alla *x.* ha doppia proportion che la *a.b.* alla *f.g.* utramente & il polygono al polygono, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportion, che della ſimile proportion del lato al lato, cioe della *a.b.* alla *f.g.* & queſto anchora e manifesto in li triangoli.

Correlatio ſecondo.

^o Per tanto anchora univerſalmente e manifesto che ſe tre rette linee ſeranno proportionale ſi come la prima alla terza, coſi ſera la ſpecie che e deſcritta dalla prima a quella laquale e ſimilmente deſcritta ſi ſimile dalla ſeconda.

Il Traduttore.

Quelli ſopraſcritti doi correlati ſe trouano ſolamente in la ſeconda traductione



dione, il primo di quelli conclude il consenso dello correlario della precedente
 etiam di quello, secondo, perche questo secondo correlario in similanti es-
 cede il medesimo che conclude il correlario della precedente, secondo la tra-
 ditione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee, prime proportionali
 proportion ha la prima alla terza, & ha una superficie costruita sopra la prima a una
 superficie costruita sopra alla seconda quando la sera a ella simile in linearitate de
 creatione, & perche ci non specifica (rettangola) come fa quello della noua tra-
 ditione, se die intendere de ogni specie superficie simili, come concluda etiam
 il secondo di questa decima nona propositione, perche a que par che questo
 concluda sia quel intello della precedente secondo la traditione del Campano.
 Onde penso che quello sia un errore de scrittori, altrimenti il correlario della
 precedente saria superfluo, perche il secondo di quella basta per quello, o sia
 di lancia traditione, o sia di quella del Campano.

Problema.vi. Propositione.xx.

15 Sopra una data retta linea possiamo descriuer uno rettilineo simile
 19 e similmente posto a uno dato rettilineo.

Sia la data linea $a.b$, sopra la quale voglio costruire vna superficie rettilinea si-
 mile & similmente posta a vna data superficie, che sia pentagono, & sia $c.d$,
 e.g. diuido questo pentagono in triangoli, come le linee $d.f.h$, $d.g$, & sopra
 il punto a costruisco vno angolo eguale all'angolo c , (dotta la linea $a.h$, & so-
 pra il punto b costruisco vn altro angolo (eguale sia $a.b.h$) eguale all'angolo
 $c.d.g$, proterai la linea $b.h$ fino a tanto che quella concorra con la $a.h$, in punto
 h , & sera (per la trigesima seconda del primo) l'angolo $a.b.h$ eguale all'angolo c ,
 $g.d$ e pero (per la quarta di questo) li lati di doi triangoli $g.c.d$, $h.a.b$ seranno
 proportionali, sendo anchora lo angolo $h.b.h$, (dotta la linea $b.k$,) eguale all'an-
 golo $g.d.f$, & l'angolo $k.b.h$, (dotta la linea $b.l$,) eguale all'angolo $d.g$, & l'an-
 golo $b.k$, (dotta la linea $b.k$,) eguale all'angolo $d.g.f$, & l'angolo $b.k.l$, (dot-
 ta la linea $k.l$,) eguale all'angolo $d.f$, & sera perfetto il pentagono che era da
 essere simile sopra la linea $a.b$, perche quello e egualangolo al dato pentago-
 no per la equalita di angoli di triangoli in quali l'uno e altro e diuiso, & etiam
 e de lati proportionali per la proportionalita de lati de essi triangoli, la qual cosa
 dalla quarta di questo euidentemente appareno, perche (per la definitione
 delle superficie simili) lo pentagono costruito sopra la linea $a.b$, e simile al pen-
 tagono dato, che e il proposto.

Il Traduttore.

E l'istto di questa sopralzima propositione lo habemo tradotto la maggiore
 parte secondo la seconda traditione, perche quello della traditione del Cam-
 pano e diminuto assai, perche il propone di voler costruire sopra vna data li-
 nea vna superficie simile a una data superficie, & deotria dire vna superficie ret-
 tilinea simile & similmente posta a vna data superficie rettilinea altrimenti la su-
 perficie proposta potria esser così condizionata che sopra alla data linea se po-
 tra descriuere doe piu superficie simile alla data superficie & fra loro seran-
 no differente in quantita, come serobbe verbi gratia, sia la data superficie c ,
 d , e. f , & per piu facile intelligenta, sia rettangola, & la lunghezza c , d ,
 di quella sia doppia alla larghezza $c.e$, & siano date due linee eguali, cioè a , b ,
 prima a , & b , seconda, hoc dico che sopra alla linea $a.b$, se poe descriuere due li-





perficie simile alla data, & d. e. f. & differente in quantita, perche se io ponero la data linea per lunghezza la me data minore figura che a ponetla per larghezza come apar in le due superficie, a. b. g. h. & a. b. K. l. che caduna e sima simile alla e. d. f. cioè la lunghezza de caduna e doppia alla sua larghezza, & sono rettangole & niente dimeno la. a. b. K. l. (per lo primo correlario della decima nona di questo) e quadrupla alla. a. b. g. h. & questo procede che la prima linea. a. b. e po sta per lunghezza & la seconda per larghezza de detta superficie desinata, & se per caso la data superficie fusse de tre lati dimeriti sopra alla data linea se potera des lornare tre superficie simile alla data e diuerse fra loro in quantita, cioè una retolan do la data linea per il lato minore de detta figura l'altra coltandola per il lato mezzano, e l'altra coltandola per il lato maggiore, & così se la data superficie fusse de quattro lati ineguali sine potra deslornare quattro, & se de cinque cinque, & così discorrendo in la serie otto &c. Se uide adonque che la proposizione (senza quella con dizione che dire & similmente po sta) seria mendola & hauerla piu risposta, ma con la detta conditione non puo hauee falso che una risposta sola, non piu perche la figura che se hauera a designare bisogna che la sia non solamente simile alla data, ma che la sia similmente po sta, cioè che la se risposta sul medesimo lato doue se risposta la data, oue la superficie. a. b. K. l. quantunque la sia simile alla data, & d. e. f. tamen la non e similmente po sta, perche la data. e. d. e. f. se risposta & tien per basa il maggior lato di quella, cioè. e. f. & la. a. b. K. l. se risposta & tien per basa il lato minore, cioè. a. b. ma la superficie. a. b. g. h. e veramente desinata sopra alla linea. a. b. con la conditione che se ricerca in la sopra scritta proposi tione, cioè simile & similmente po sta alla data superficie, e. d. e. f. perche la se risposta & tien per basa il maggior lato, e quello e quello che uolemo inferire.

Theorema. xy. Propositione. xxi.

²⁰ Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle e ne
²¹ cessario fra loro esser simili.



Sta l'un e l'altro di pentagoni. a. b. c. d. e. f. simili al pentagono. g. h. K. dico quelli esser fra loro simili, perche l'uno e l'altro de quoy e equiangolo al pentagono. g. h. K. (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) perche sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion de la. a. b. c. d. e. f. e si come de la. g. h. K. & de la. g. h. K. e si come de la. a. b. c. d. e. f. adonque per la equa proportionalita de la. a. b. c. d. e. f. si come de la. g. h. K. per lo medesimo modo na appouera li altri lati di pentagoni. a. b. c. d. e. f. (contenenti li equali angoli) esser proportionali, & adonque (per la diffinitione delle superficie simili) eis sono fra loro simili, che e il proposito.

Theorema. xvi. Propositione. xxii.

²¹ Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato
²² sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente deslorn anchora e le superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie costituire sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee e necessario esser proportionale.

Stano quattro linee proportionale. a. b. c. d. & sia la proportion de la. a. alla. b. si come de la. c. alla. d. dico che essendo costituite superficie simile sopra la. a. & b. come

ſco la ſuperficie, o ſimile alla ſuperficie, a laquale dico eſſer quella che cettiamo
 & eguale alla ſuperficie, b. perche eſſendo le tre linee, h. k. a. t. & k. r. conſeque
 proporzionale, & eſſendo ſopra la prima & la ſeconda coſtituite le ſuperficie ſi
 mille, cioè la a. a. & n. ſera (per lo correlario della decima nona di queſto) ſi co
 me della a. a. n. ſi come della h. k. a. ſi come della k. r. per la prima di queſto ſera ſi co
 me della h. a. n. ſi come della n. r. e pero (per la prima parte della ſeſtima del quinto) ſi co
 me della a. a. n. ſi come della n. r. e per queſto (per la ſeconda parte della medefima) ſera ſi co
 me della a. a. n. ſi come della n. r. adonque (per la ſeconda parte della nona del quinto) la a. a.
 eguale alla b. che e il propoſito, laquale ſi anchora poſſiamo facilmente prouar
 per la permutata proporzionalita, perche eſſendo della a. a. a. n. ſi come della h.
 n. a. n. ſera permutatamente della a. a. h. n. ſi come della n. r. & per
 che la a. a. e eguale alla h. n. ſera la n. r. eguale alla n. r. per laquale ſi la, u. e. m.
 eguale alla h. (per queſta comune ſentenza) queſte coſe che a una medefima
 coſa ſono eguale fra loro eguali, ma non e neceſſario che le ſuperficie h. l. m. ſi
 m. n. de lati equidistanti eguali ali tre angoli, a. d. o. u. e. le ſuperficie k. o. p. q. r.
 & g. r. (eguali ali triangoli, e. b. f. g.) ſiano rettangole, ma che l'angolo eſtrinſico
 della ſuperficie, l. m. ſi eguali all'angolo inſtrinſico delle ſuperficie, h. n. & lo eſtrin
 ſico della, m. n. all'inſtrinſico della, m. l. ſimilmente anchora che lo eſtrinſico della
 ſuperficie, k. o. ſi eguali all'inſtrinſico della ſuperficie, h. n. & l'eſtrinſico della o. p. allo
 inſtrinſico della, k. o. & coſi delle altre, perche eſſendo coſi ſera cadauna delle linee, k.
 n. & h. m. ſe oppoſita & ſimilmente, h. r. & n. q. ſe oppoſita una linea (p. l'ultima
 parte della vigintiſima nona del primo) & p. la quattordiceſima del medefimo eguali
 mille reſpetta quante volte ſera de biſogno, per queſta caſa che tutte le ſuperficie
 h. l. m. & m. n. ſi ſimilmente lo k. o. p. q. r. & g. ſono de equidistanti lati & l'a
 ngolo eſtrinſico de cadauna ſeguerite e eguali all'inſtrinſico de quella precedente,
 per laquale ſi le due ſuperficie, h. n. & n. r. ſaranno di equidistanti lati & ſi a linee
 equidistanti & de equal altezza, in le altre adonque ſe quale come a. m. n. r.

Theorema. xx. Propoſitione. xxvii.

26 Lo parallelogrammo deſignato ſopra la mira de una data linea, e
 27 maggior di qualunque parallelogrammo applicato alla data linea
 al qual manchi al compimento della linea uno ſimile, & che ſia lo
 prail diametro del collocato ſopra la mira.

Sia data la linea, a. b. ſopra la mira dellaquale (cioe ſopra la, c. b. ſi coſtituiſſe
 lo parallelogrammo, e. d. il diametro del quale e b. c. & ſia applicato alla li
 nea, a. b. lo parallelogrammo, a. f. delquale uno lato ſegui la, c. e. in ponto, g. coſi
 che il compimento de una la linea, a. b. manchi la ſuperficie, e. b. h. ſi equal ſi ſimi
 le alla ſuperficie, e. d. & che ſia intorno al diametro di queſto, hor dico che il pa
 rallelogrammo, e. d. e. maggiore del parallelogrammo, a. f. perche (per la prima
 di queſto) lo a. g. e. e eguale allo g. b. & p. la quattreſima ſetta del primo) lo a. c. f.
 e eguale allo f. d. adonque (per queſta comune ſentenza) ſera coſe eguale, m. a. g.
 giungo coſe eguale & ſera lo gnomone compoſto dalli tre parallelogrammi, lo
 quale ſono, e. b. h. & f. d. eguale al parallelogrammo, a. f. per laquale ſi lo pa
 rallelogrammo, e. d. e. maggiore del parallelogrammo, a. f. in lo parallelogrammo
 e. f. che il propoſito il medefimo erum ſera ſe la ſuperficie, a. f. ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi
 della ſuperficie, e. d. come tu puoi vedere in la ſeconda figura, in la quale erum
 (per la prima di queſto) lo a. g. e. e eguale allo g. b. ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi ſi
 uo di due ſupplementi della ſuperficie, e. b. lo parallelogrammo, e. d. & occorrendo
 lo parallelogrammo, a. f. in lo parallelogrammo, e. f.



Q Vella particula che in fine del sopralcitrato testo, dice simile al proposto & secondo l'asser suo, vol intente che l' sia simile al pprolo & similante deseri-
 re, oua quicosa nella resolutione di tal problema bisogna molto aduertire altra-
 mente se potria tal volta concludere indistintamente, perche tal hor vno tal pro-
 blema se potra concludere in duoi distinti modi, & tal hor per vno modo sera
 solubile, & per l'altro impossibile, come verbi gratia, sei dno triangolo, *a. b. c.* sulle
 superficie piedi vinti cuoi superficiali de la data linea *a. b.* velle piedi duodeci li-
 neali & lo proposto parallelogrammo, *d. e. f.* se rettangolo & che la lunghezza di
 quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il sopralcitrato pro-
 blema dico che deseriendo sopra la mita della data linea *a. b.* (dico sopra *a. b.*)
 vno parallelogrammo simile al *d. e. f.* & ponendo la detta linea *a. b.* per lunghezza
 di quello, seria impossibile a pcludere tal problema (per la precedente preposito-
 ne) perche essendo la sua lunghezza la linea *b. c.* la qual piedi sei (dal paral-
 lelogrammo) la sua larghezza bisognaria esser piedi tre douendo essere simile al, *d. e. f.*
 de la sua sua verba a essere decimo laqual seria minore di quella del triangolo, *a. b. c.*
 la quale e vintiduo (dal proposto) ma ponendo la detta linea *a. b.* per larghezza
 del detto parallelogrammo ben si potra concludere tal problema perche es-
 sendo la sua larghezza piedi sei la sua lunghezza bisognaria esser piedi duodeci
 (douendo esser simile al *d. e. f.*) onde l'area sua verba a essere piedi sessanta duodeci
 superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, *a. b. c.* come si
 conuenir, & concludendo tal problema per l'uno di dui di sopra la superficie *b. c.*
 verba a esser, quociosonga piedi dieci & larga cinque perche *a. b. c.* verba esser
 lui a esser per piedi cinque & *a. b. c.* piedi dieci & perche *a. b. c.* e eguale al *K. l.* per
 la trigesima quarta del primo) seguita che *a. m.* seria piedi vintiduo & *a. p.* verba
 a restar piedi duoi & l'area del parallelogrammo *a. p. verba* a esser vintiduo che
 seria eguale all'area del triangolo, *a. b. c.* come fu proposto di fare, e pero ne sia la
 solutione di tal problemi volendo concludere rettamente, bisogna che il simile
 parallelogrammo che si desirne sopra la mita della linea data, non solam similante
 al dato, ma bisogna che sia etiam similante politoplarmente la conditione se-
 ria fessa manine quando il dato parallelogrammo fusse de duoi liti ineguali,
 anchora bisogna aduertire se ben ho exemplificato il sopralcitrato problemi con
 numeri, in quicosa ho fatto per far concludere loco breuila la variatione che e
 da vna deseriptione all'altra, uolente dimeno volendo procedere retamente chio-
 gna ratiocinar se concludere ougi oua geometrico, si come si mostra in lo com-
 mento, alcun potria dire come sapeto lo realmente geometrico (nel concludere
 tal problema, & altri simili) che la superficie *a. d.* desirua sopra la mita della linea
a. b. (dico sopra *a. b.*) sia maggiore, ouero minore, ouero eguale al triangolo, *a. b. c.*
 de la sua maggiore (come se si suppone) come sapro lo toe realmente la ser dif-
 ferenza per formare la superficie, simile alla superficie parallelogrammo *a. d.*
 etno che l'author fin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato
 vna tal preposizione lo rispodo che tal cosa si sapra deseriendo (per la vintima
 del secondo) vn quadrato equal al triangolo, *a. b. c.* (qual poniam che sia il quadra-
 to *a. b. d.*) & similmente vn altro che sia eguale al parallelogrammo, *e. f.* (qual
 poniamo che sia il quadrato *g. h. i. k.*) hor dico che se li lato *g. h.* era maggiore del
 lato *a. b.* (per communia loca na) il quadrato *g. h. i. k.* era maggiore del qua-
 drato *a. b. d.* & consequentemente lo parallelogrammo *e. f.* era maggiore del
 triangolo, *a. b. c.* & se li lato *g. h.* era minore ouero eguale a quello lo detto pa-
 rallelogrammo, *e. f.* era minore ouero eguale al detto triangolo. o hora essendo
 maggiore per trouare la loro differentia sopra il detto lato *g. h.* desirero vno
 mezzo cerchio qual sia *g. l. h.* & in quello (per la prima del quarto) computa-
 ta la linea *h. l.* eguale al lato *a. b.* & tirato la linea *l. g.* hor dico che il quadrato de-
 scrutto la *l. g.* (per la penultima del primo) era eguale alla differentia che sera
 fra il parallelogrammo, *e. f.* & lo triangolo, *a. b. c.* onde deseriendo la superficie *h.*
 (per la

quello che era il propoſito,

Il Traduttore.

Per far lo parallelogrammo. *K. L.* che ſia eguale al triangolo. *A. C.* & al parallelogrammo. *E. F.* prima deſcriuero (per la prima del ſecondo) vno quadrato eguale al triangolo. *A. C.* & un altro eguale al parallelogrammo. *E. F.* & dappoi formerò vno triangolo orthogono che li due ſorti che contien l'angolo retto l'uno ſia *C. D.* quale al lato dell' un de' detti de' detti duei quadri & l'altro ſia eguale all' altro lato dappoi ſopra il lato oppoſito al angolo retto deſcriuero vno quadrato eguale per la prima del primo ſera eguale a quelli duei quadri & conſeguentemente ſera eguale al triangolo. *A. C.* & alla ſuperficie. *E. F.* & dappoi (per la vigefima & vigefima ſeſta di queſto) farò la ſuperficie. *K. L.* ſimile al *d. E.* eguale al detto quadrato & ſeguir come di ſopra anchora biſogna notare che dico che il rettangolo ſopra ſcritto propoſitione, dice eguale a vna ſuperficie triangetra, nella ſeconda quodomo ne dice eguale a vno dato rettangolo, laqual propoſitione e più generale della ſi preſcritta, & ſe concluda per il modo che dice lo expoſitore della ſopra ſcritta.



Problem. x. Propoſitione. xxx.

29 Potremo ſeghare qualunque propoſta retta linea terminata ſecondo la propoſitione hauente il mezzo & duei eſtremi.

Sia propoſta la linea. *a. b.* laqual voglio diuidere ſecondo la propoſitione hauente il mezzo, & duei eſtremi ſopra quella deſcriuero il quadrato. *b. c.* & al lato. *a. c.* de' quello aggioſgo (ſecondo che inſegna la paſſata) lo parallelogrammo. *a. d.* eguale al quadrato. *b. c.* & di quello aggioſgo, ouero ſopraſummi al compimento della linea. *a. c.* lo parallelogrammo. *a. d.* eguale ſia ſimile al. *b. c.* & ſia lo lato del parallelogrammo. *c. d.* che egualità al lato. *a. c.* & lo *d. e.* & ſeghi la linea. *a. b.* in un punto. Edico la linea. *b.* eſſere diuiſa in pouo. Come era propoſto perche *a. d.* e' quadrato per queſta cauſa che quello e' ſimile al *b. c.* & o de' lo lato. *a. c.* & eguale al *a. d.* & lo lato. *a. c.* & e' eguale al *a. b.* per queſto che egli e' eguale al *a. c.* (per la trigeſima quarta del primo) & perche *c. d.* e' eguale al *b. c.* & ſeudo via all' uno & l'altro lo *a. c.* ſera lo *a. d.* & eguale al *a. b.* & l'angolo. *f.* de' l'uno all'angolo. *f.* dell' altro adonque (per la quarta decima di queſto) ſi ſon ſummi adonque del *a. c.* & *a. d.* deſcri ſi come della *a. b.* & perche lo *a. c.* e' eguale al *a. b.* & lo *a. d.* & al *a. f.* ſera della *a. b.* & ſi come della *a. b.* & adonque per la diſinitione & diuiſa come ſe propoſe il medefimo anchora poſſo eſſer demonſtrato (per la vndecima del ſecondo) perche eſſendo diuiſa la *a. b.* in punto. *f.* (ſecondo che inſegna la vndecima del ſecondo) & ſia la ſuperficie. *a. b.* quella che e' contenuta ſotto a tutta la. *a. b.* & ſia parimente quella cioè che la. *a. b.* ſia eguale alla *a. b.* & ſia il quadrato deſcriuendo (per la preſenta vndecima del ſecondo) la. *a. b.* & e' eguale alla *a. d.* Quello che reſta arguiſe come prima (per la quarta decima di queſto) ſiuri in queſto modo conſcioſa coſa che la. *a. b.* ſia diuiſa in punto. *f.* ſecondo che inſegna la vndecima del ſecondo, quello che vien fatto della. *a. b.* prima in la. *f.* & ſera eguale al quadrato della. *a. f.* ſecondo adonque (per la ſeconda parte della decima ſeſtima de' queſto) la propoſitione della. *a. b.* prima ſi ſi ſecondo & ſi come della. *a. f.* ſecondo alla. *a. b.* ſecondo & per tanto la. *a. b.* (per la diſinitione) & diuiſa come ſe propoſe.

Theorema. xxi. Propoſitione. xxxi.

30 Se ſera uno duei triangoli coſtituti ſopra uno angolo di quali li duei lati



lati che contengono quello angolo alli altri duoi lati de quelle se no equidistanti, & sieno quelli quattro lati, referiti secondo la equi distantia, proportionali quelli duoi triangoli e necessario esser co stituiti sopra una retta linea.

Si anoli duoi triangoli a, b, c & d, e, f contesi di sopra l'angolo a, c, d & sia a, c equidistanti a, d, e & d, c a, b & d, e sia la proportion de a, c a, d & d, e come de a, b a, d & d, e dico che le due base de quelli cioè b, c & e, f sono una sol linea, perche lo angolo a, c, d e' eguale all'angolo d, e, f (perche l'uno e l'altro de quel li e' eguale all'angolo a, c, d) (per la prima parte della vigesima noua delo primo) adonque (per lo presente presupposito & per la scita di questo) eli tri angoli sono equiangoli, & l'angolo b, c, d eguale all'angolo d, e, f & l'angolo a, c, b all'angolo e, f, d onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono a, c, d sono eguali a duoi retti perche eli se equaliano ali tre angoli de qual si voglia di duoi triangoli, adonque (per la quartadecima del primo) la b, c, e, f una sola linea, che e il proposito.



Theorema. xxii. Propositione. xxcii.

In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato che sottotende all'angolo retto e' eguale alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quando seranno simili a quella, in lineatione & creatione.

Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del scito propone de tutte le superficie simili, onde questa e tanto piu vniuersale de quella, quanto che e la superficie laterata, del quadrato, per tanto sia lo triangolo rettangolo, a, b, c del quale l'angolo a sia retto, dico che la superficie costruita sopra lo lato b, c e' eguale alle due su perficie costrute sopra a, b & a, c quando che tutte tre le superficie seranno si mili in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirato le perpendi- colar a, d alla linea b, c & e, f (per la seconda parte del corollario della octa ua di questo) la proportion del lato b, c a, c ali come de a, b a, d & de c, b a, d a, c si come de a, b a, d a, c adonque se sopra ciascuna delle tre linee b, c , a, b & a, c si tiran tante superficie simili in lineatione & scito (per lo secondo corollario della decima noua de questo) la proportion della superficie co stituita sopra b, c prima alla costruita sopra a, c secondo a, c si come de a, b a, c prima alla a, c terza, & similmente della medesima superficie costruita sopra a, b sopra alla costruita sopra a, c seconda si come de a, b a, c & della a, c terza (per lo medesimo corollario) onde per la conserua proportionalita della superficie a, c alla superficie a, b a, c si come de a, c a, d alla a, b & similmen te della superficie a, b alla superficie b, c si come de a, b a, d alla b, c & si posta la superficie a, c prima, & la a, b seconda & la linea a, d terza & la a, b quarta & la superficie a, b quinta & la linea d, b sesta & si arguito (per la vigesima quarta del quinto) che la proportion della superficie costruita sopra la b, c ali se due superficie costruite sopra della a, c & a, b insieme e si come della linea b, c ali due linee a, d & d, b insieme perche adonque la linea b, c e' eguale al le due linee a, d & d, b tolte insieme sera la superficie costruita sopra la b, c e' eguale alle due superficie costruite sopra la a, c & a, b tolte insieme che e il proposito anchora possiamo facilmente dimostrar la poterla di qsta, per il modo del dimostrazione della vintina del primo, & sia come si graffa il triangolo a, b, c & sia la superficie costruita sopra b, c eguale alle due superficie costruite sopra





le due linee $a.b$ & $a.c$ se simile dico che l'angolo $a.e'$ retto, & per dimostrare quello ponere lo angolo $e.a.d$ retto & la linea $a.d$ uguale alla linea $a.b$ & claudendo la superficie triangolare (data la linea $a.d$) & sera (per questa trigonometrica seconda) la superficie costruita sopra alla linea $a.d$ uguale alle due costruite sopra le due linee $a.c$ & $a.b$ simile a se, onde etiam alla costruita sopra la $b.c$ simile a se, perche quella e sta posta uguale alle due costruite sopra $a.b$ & $a.c$ simile a se, adunque la linea $a.c$ uguale alla $a.d$ onde (per la ottava del primo) l'angolo $a.e'$ retto che e il propolito.

A dimostrat altramente la sopra scritta
proposizione. xxxii.

²²
³³ Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proporzione della simile proporzione de' lati adunque la superficie laterata che e' descritta sopra $b.c$ a' quella che e' descritta sopra $b.a$ ha doppia proporzione che la linea $b.c$ alla linea $b.a$ & lo quadrato fatto sopra alla linea $c.b$ al quadrato fatto sopra alla linea $b.a$ ha similmente doppia proporzione che la $c.b$ alla $b.a$ & dunque si come la superficie laterata che fatta sopra la $c.b$ a quella che fatta sopra la $b.a$ cosi e il quadrato fatto sopra la $c.b$ al quadrato fatto sopra la $b.a$ per la qual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la $b.c$ a' quella che e' fatta sopra la $c.a$ cosi e il quadrato descritto sopra la $b.c$ al quadrato descritto sopra la $c.a$, per la qual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la $b.c$ alle due descritte sopra $b.b$ & $a.c$ poste insieme, cosi sera il quadrato descritto sopra la $b.c$ alli duoi quadrati descritti sopra la $b.b$ & $a.c$ ma il quadrato descritto sopra la $b.b$ e' uguale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee $b.a$ & $a.c$ adunque la superficie laterata descritta sopra la $b.c$ e' uguale a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee $b.a$ & $a.c$ che e il propolito.

Il Traduttore.

LA sopra scritta dimostrazione se verifica mediante la commuta proportio alita & la vigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la $b.a$ per il primo termine della proportion & quella che e' descritta sopra $b.c$ per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta $a.b$ per il terzo & quello che e' descritto sopra la $b.c$ per il quarto & la superficie laterata descritta sopra la $a.c$ per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta $a.c$ per il sesto & poi se concludo (per la detta vigesima quarta del quinto) che la proportion del primo & quinto (tolti insieme) al secondo sera si come del sesto e terzo (tolti insieme) al quarto.

Theorema. xxii. Proposizione. xxxiii.

²²
³³ Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferenza



circonferentia la proportione delli angoli sera si come la propor-
tione delli archi, che ricoueno quelli angoli & similimente li se-
ctori costituti alli centri.

Siano li cerchi *a.b.c.* (il centro del quale sia *d.*) & *e.f.g.* (il centro del qua-
le sia *h.*) uguali, sopra li centri di quali siano fitti li doi angoli *b.d.c.* &
e.h.g. & sopra le circonferentie de quelli altri doi, uguali sieno *b.a.c.* & *e.f.g.*
giudico che la proportion de li angoli, si de quelli che sono sopra li centri co-
me de quelli che sono sopra le circonferentie e si come l'arco *b.a.c.* all'arco *e.f.g.*
& oltra di quello si come lo sector *b.d.c.* al sector *e.h.g.* & per dimostrar que-
sto continuaro in quelli doi altri archi uguali, ouero secondo vn medesimo
numero, ouero secondo diuerso & sia l'arco *b.h.* eguale al *b.a.* & l'uno e l'al-
tro di doi archi *l.m.* & *f.l.* che si *l.g.* & p' l'oro le linee *K.a.h.* & *m.h.* &
e.l. & *h.* (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono al *d.* seranno
fra loro equali similimente anchora quelli che sono al *h.* seranno fra loro equa-
li. Quel medesimo anchora de quelli che sono al *a.* & de quelli che sono al *e.*
Adonque si come l'arco *K.a.e.* multiplicor dell'arco *b.a.c.* cosi e l'angolo *K.d.c.*
dell'angolo *b.d.c.* & l'angolo *K.a.e.* dell'angolo *b.a.c.* similimente si come
l'arco *m.g.f.* multiplicor dell'arco *e.f.g.* cosi e l'angolo *m.h.g.* dell'angolo *e.h.g.*
& l'angolo *m.g.f.* dell'angolo *e.f.g.* & se l'arco *K.a.e.* eguale all'arco *m.g.f.* l'an-
golo *K.d.c.* e eguale all'angolo *m.h.g.* & l'angolo *K.a.c.* all'angolo *m.e.g.* &
se e maggior maggiore, & se e minor minore, per la vigesima settima del ter-
zo adonque per la diffinitione della discontinua proportionalita la propor-
tione dell'arco *b.a.c.* all'arco *m.g.f.* si come dell'angolo *b.d.c.* all'angolo *e.h.g.*
& si come l'angolo *b.a.c.* all'angolo *e.f.g.* che e il proposito, quod medesimo
l'ordine in vno medesimo cerchio.

Dico anchora che si come l'arco *b.a.c.* all'arco *e.f.g.* cosi e lo sector *b.d.c.* al se-
ctor *e.h.g.* siano ligati insieme *b.a.c.* & *e.f.g.* & pigliati sopra li archi *b.a.* & *b.*
il *b.a.* & *e.f.g.* siano ligati *b.a.c.* & *e.f.g.* & *b.a.c.* & *e.f.g.* & perche (per la diffinitione
del cerchio) le due linee *b.d.* & *e.h.* sono equali alle due *b.d.* & *e.h.* & com-
prehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la base *b.a.c.* al
la base *e.f.g.* e eguale, & lo rettangolo *b.d.c.* al rettangolo *e.h.g.* e eguale & per
che l'arco *b.a.c.* e eguale all'arco *b.a.c.* adonque & la restanre circonferentia (la
qual e la tutto il cerchio *a.b.c.*) e eguale alla restanre circonferentia la quale
e in tutto il medesimo cerchio *e.f.g.* per la quale cosa & l'angolo *b.d.c.* (per la
vigesima settima del terzo) e eguale all'angolo *e.h.g.* adonque per la duode-
cima diffinitione del terzo la portione *b.a.c.* e simile alla portione *b.a.c.* &
sono sopra le linee *b.a.c.* & *e.f.g.* & se le portioni di cerchi simili, descritte
sopra equali linee per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equali
adonque la portione *b.a.c.* e eguale alla portione *b.a.c.* & lo triangolo *b.d.c.*
e eguale al triangolo *e.h.g.* adonque tutto lo sector *b.d.c.* e eguale a tutto
lo sector *e.h.g.* & per la medesima causa & li sectori *h.g.f.* & *f.l.* & *h.l.m.* sono
fra loro equali adonque si come che l'arco *K.a.e.* multiplicor dell'arco *b.a.c.* & si
e lo sector *K.d.c.* del sector *b.d.c.* & per questa causa si come che l'arco *m.g.f.*
multiplicor dell'arco *e.f.g.* & si e lo sector *m.h.g.* del sector *e.h.g.* ma se
l'arco *K.a.e.* e eguale all'arco *m.g.f.* & lo sector *K.d.c.* e eguale allo sector *m.h.g.*
& se e maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro stante
magnitudine dico alli doi archi *b.a.c.* & *e.f.g.* & alli doi sectori *b.d.c.* & *e.h.g.*
si come l'arco *K.a.e.* & lo sector *K.d.c.* & del arco *f.g.* & del sector *e.h.g.*
se l'arco *m.g.f.* & lo sector *m.h.g.* & si ha dimostrato che se l'arco *K.a.e.* e
de l'arco *m.g.f.* anchora & lo sector *K.d.c.* e eguale allo sector *m.h.g.* & se e



eguale, eguale, & se manca, manca, adunque (per la conversione della *sestima*
diffinitione del quinto) si come l'arco *h, c*, all'arco *f, g*, così e lo settore, *d, b, c*
 al settore, *h, g, f*.

Correario.

o. Ex e manifesto, che si come lo settore al settore, così e l'angolo al
 33 l'angolo. o.

Fine del sesto libro.

INCOMINCIA

IL LIBRO SETTIMO DI EVCLL

DEMEGARENSE PHILOSOPHO

Specialissimo qual tratta de numeri & delle loro
 proportioni & proportionalita secondo le
 due tradotti da Nicolo Tartalea
 sciano uocatamente reintegrato
 & con somma diligentia
 tradotto dall'arti
 no in vol
 gare.

Diffinitione prima.

La unica e' ciascuna cosa dalla qual uien detto una.

Il Traduttore.

Qui l'autorene diffinisse la fontana, ouero matre & origine de' numeri
 & principio & fine de tutte le cose, che e la unitade, & d'ier che la
 vna e' e' ciascuna cosa che se dica vna, ouero vno (perche e' maschio e fe-
 mina) dalla quale unitade ogni cosa se crea, lei sola e' c'ominaria de' tutti il noi-
 mero (come detto di sopra) lei sola e' causa della misura, lei sola e' causa della in-
 crementati & della detrimendi, la qual in ogni loco e' tutto, & in ogni loco e'
 parte, perche tutte le cose appartengono in tanto la unitade, che non solamen-
 te vna semplice & sola cosa uol esser detta vna, ma etiam quelle cose che sono
 molte vogliono esser dette vna, ouero uno, esempi gratia dette cose voglio-
 no esser dette vna decena, & cosi, 100. vno centenario, 1000. vno mero, & cosi
 discorrendo in tutte le cose miserabili se trouera che giouo a va certo termi-
 ne le molte cose piccole se restringono in vna unica grande, esempi gratia
 parlando naturalmente 12. denari fanno vn soldo, 20. soldi fanno vna libra &
 raddoppio seguita nelle pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente
 le molte cose vogliono esser dette vna, ouer vno, ma etiam le parti de vna co-
 sa vogliono esser dette vna, ouer vno, ouero piu di uno, esempi gratia la mi-
 ta di vna cosa uol esser detta vno mezzo, ouero una mezza & similmente un
 terzo d'una cosa uol esser detto vno terzo & li duoi terzi uol esser detti duoi
 terzi & cosi uno quarto, duoi quarti, tre quarti, un quinto, duoi quinti & ce.
 perloqualcosa seguita che ogni cosa che e in rerum natura o che le uno, ouer
 che le piu di vno, & niuna cosa puol esser meno di vno perche il meno di vno
 e niente, vero e' che vno integro in quito alla grandezza e maggiore della mi-
 ta, ouero d'un terzo di quello perche ogni tutto e maggiore della sua parte,
 ma in quanto al numero sono eguale perche niun di loro e piu di vno, alla so-
 milina cinto d'un bone e d'una pecora che in quanto al numero sono eguale
 perche caduno di loro e vno, & niun di loro e piu di vno ma in quanto alla
 magnitudine, ouero grandezza senza dubio il bone e maggiore della pecora
 & poi vn ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione.ii.

$\frac{2}{1}$ El numero e' una multitudine composta di unitade.

Il Traduttore.

Quasi l'autore ne da a conoscere qualmente il numero non e' altro che una coadunatione, ouer multitudin di unitade insieme aggregate lequale unitade se le saranno disgregate fanno moltitudine, se anche le serino continue in materia fanno magnitudine, per laquale cosa fra le unitade della quantita discreta e le unitade della quantita continua subsistenti in materia non e' differentia alcuna, pero che quelle sono disgregate e quelle continue onde il genere continuo non e' se non in el discreto, perche l'intelletto della primita non e' in el continuo se non per continuatione de disgregate, e cosi per questo e' le necessario che la quantita continua non auenga in sostanza se non per le unitade, certamente quando hauerai signuro la parte della quantita e le necessario che la sia vno ouero piu (come si detto) ma ogni pluralitade (come e' detto) si e' dalle unitade onde appertamente se da intendere che la quantita cosi discreta come continua hanno vna sola radice, pero che sono composte d'una sola cosa.

Diffinitione.iii.

$\frac{2}{0}$ L'ordine naturale de numeri se dice quello in lo quale la computatione de quelli fatta secondo che e' lo aggiungimento della unita.

Il Traduttore.

Come questo 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine e' detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedono secondo tal ordine cioe' digando, vno, e due, e tre, e quattro & cetera.

Diffinitione.iiii.

$\frac{4}{0}$ La differentia di numeri, se dice quel numero inlequale el maggiore abunda sopra il minore.

Il Traduttore.

Questa diffinitione da se e manifesta perche communamente cadauno fa quello che lei dice, perche cadauno speria dire che la differentia di 4. a. 3. e' due, & cosi de 12. a. 7. che la e' 5. & da. an. 2. a. 13. che la e' 7. & cosi nell'altri.

Diffinitione.v.

$\frac{9}{6}$ Quel numero se dice esser multiplicato per un altro, il quale se e' allungato tante uolte, quante unita e' in lo multiplicante.

Il Traduttore

Il Traduttore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il multiplicare non e altro in sostanza che il sommare abenché in atto parano diuersi & molti ma esperti del multiplicare se formano del sommare in le sue occurrentie verbi gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) 5. sta. 26. lor metteranno quei vintisei cinque volte cioe fanno seoro all'altro (come appar in margine) & poi li assannano insieme secondo l'atto del sommare & così haueranno multiplicato il detto vintisei per cinque per hauerlo assannato, ouero tolto tante volte quante sono le vnta del multiplicante e quello e quello che se vol inferire, alcun ne potrà imporre de audacia per hauerlo preterito in queste diffinitioni l'ordine della traditione di Campano squal mette in questo lo cho la diffinitione destineri primi in li. 3. sequenti godia di comporsi & quella di contra se primi & quella de communicanti, loquale da noi sono state poste in fine, lo rispondo chetal suo ordine mi par corretto & non credo che quella di cui se allictasse la ragione e quella, come intendere voio nisme di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se inizia vn numero misurate enaltro laqualcola se diffinisse in la sequen te serima diffinitione, ne etiam la ditta serima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per vnaltro laqualcola se diffinisce in questa quinta adonque quelle debbeno esser posposte a quelle che così se e il costume di Euclida.

26
26
26
26
26
Summa 130 ouer prodotto

Diffinitione. vi.

Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice prodotto dato.

Il Traduttore.

Ben che questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere conchi nua rim alla precedente, successiuamente, perche in questa si conode che quello accrescimento che resulta della multiplicatione de quelli doi numeri dati in la precedente se dice prodotto.

Diffinitione. vii.

Vn numero se dice numerare uno altro, il quale multiplicado secondo alcun numero produce quel medesimo.

Il Traduttore.

Vntesi graia dirale che 3. numera 24. perche multiplicato il detto 3. per 8. produce quel 24. & similmente se dira che 6. misura ouero numera il medesimo 24. perche multiplicato il detto 6. per 4. pduce ello 24. ma il no se di ra che 5. misura ouer niera il detto 24. perche il detto 5. no si po multiplicar per

alcun numero che faccia. 1.4. ne similmente. 7. ne. 9. ne. 10. ma si il. 11. perche multiplicato per. 2. fa par. 1.4. & cosi si deve intendere in ogni altra qualita de numeri, & bisogna notare che tanto e a dire vn numero numera vno altro quanto che vn numero misura vnaltro, vero e che parlando de numeri e piu conueniente a dire numerare perche piu vocabolo de arithmetico ma parlando de quantita continue e piu conueniente a dire misurare per esser vocabolo piu geometrico.

Diffinitione.viii.

12 Il numero minore e parte del maggiore, quando che il minore tu
54 mero il maggiore, & quello che uien numerato se chiama multipli-
ce al numerante ma quando che il minore non numera il maggio-
re, il minore e parti del maggiore.

Il Traduttore.

Questa diffinitione e quasi simile alla prima del quinto ma quella del quin-
to e per la quantita continua & quella e per la discreta, lo esempio di
questa e questo che. 8. e parte de. 24. perche il detto. 8. numera il detto. 24. &
questo. 24. e chiamato multiplice del detto. 8. (sia parte) e cosi il. 1. & similmen-
te il. 4. e il. 6. e parte de. 24. per la medesima ragione, & il detto. 24. se chiama
multiplice di ciascun di loro, ma ne. 5. ne. 7. ne. 9. e parte del detto. 24. ne eni-
am il. 24. se chiama multiplice de alcun di loro, ma quido che il minore non
numera il maggiore el detto minore non e piu parte del maggiore come e det-
to ma ben e parti come verbi gratia. 4. non e parte de. 6. (per la prima parte
di questa diffinitione) ma ben e parti del detto. 6. cioe e li doi terzi di quello
de nota che questa vittima particula e solamente in la seconda tradotione.

Diffinitione.ix.

13 Denominante e quel numero secondo il quale la parte uien tolta
• in lo suo tutto.

Il Traduttore.

Verbi gratia. 8. e parte de. 24. & lo denominator di questa parte e. 3. il qua-
le nasce dal numero delle volte che la detta parte (cioe. 8.) intra nel suo
tutto (cioe in. 24.) lequale sono tre onde diremo che. 8. e il terzo ouer la terza
parte de. 24. & cosi. 4. sera lo dominante la parte che e. 6. de. 24. perche la det-
ta parte (cioe. 6.) intra. 4. volte nel suo tutto (cioe in. 24.) e pero diremo che
il. 6. e vn quarto, ouer la quarta parte de. 24. & cosi si deve intendere in ogni
altro numero, anchora bisogna notare che quelli vocaboli che vsumo in pro-
ferire le le parti se tolgono dalli numeri denominati, verbi gratia la mita, ouer
mezzo vien detto da. 2. vn terzo da. 3. vn quarto da quattro vn quinto da cin-
que & cosi discorrendo.

Diffinitione.x.

14 Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominated da uno
• medesimo numero,

Il Traduttore.

Il Traduttore.

E Sempio, tal parte; ouero simil parte se dira esser 3. di. 12. qual e. 3. di. 3. 2. pch'el 12. e l'altra e denotata da vno medesimo numer che. 4. cioe che ca d a una e il quarto del suo tutto similmente tal parte se dira esser 4. di. 12. quale e. 3. di. 12. ouero 3. di. 4. perche tutte sono denominate danno medesimo nome ro che e. 3. cioe che ciascuna e il terzo del suo tutto.

Diffinitione. xi.

15 La prima semplice parte d'un numero e la unita.

Il Traduttore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perche hanno piu parti come esempi graxia il 12. il quale e misurato da quelli quattro numeri. 2. 3. 4. 6. & similmente e misurato dalla unita, adunque ciascuno de loro insieme con la unita vera a esser parte del detto. 12. perche el detto. 12. ha uerba. 4. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello & d'altri 12. milli dice questa diffinitione che e la unita la quale unita vera a esser la duodecima parte di esso. 12. e quello e quello che in questa diffinitione se voi inferire.

Diffinitione. xii.

16 Quando duoi numeri haueranno una parte comune, tante parti se dice esser il minore del maggiore, quante volte la medesima parte se sera in lo minore, de tante quante la medesima parte sera in lo maggiore.

Il Traduttore.

Exempi graxia. 3. & 12. hanno piu parti comune ma la piu grande (che cosi si debbe intendere) si e il 6. hoc dico che (per questa diffinitione) tante volte se dice esser 3. di. 12. quante volte il 6. nel detto. 12. cioe quante volte il detto 6. entra, ouer numerata il detto 12. (lequale sono 2.) & tante quante il detto. 6. se ouero intrara nel. 12. (lequale sono quattro) perche se dira. 3. esser il 3. quarti de. 12. & da parci se deplage in quello modo.

Diffinitione. xiii.

17 La proportion d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che e el detto minore del maggiore, ma dal maggiore al minore se dice in quel numero secondo che il maggiore conuen il minore e parte, ouer parti di quella.

Il Traduttore.

Ouero l'autore ne diffinisse doue se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo il duoi modi che si poi far la comparatione, cioe comparando un numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minor se dice che la proportion d'un numero minore a un numero maggior se dice in essa po-

per parti che il detto numero minore e del maggiore, *exempli* grazia la propor-
tione di 6. a. 2. 1. se dice esser il mezzo ouer la mirade, & perche tal parte se diui-
ge in questo modo? Bontio Senerino chiama tal specie di proportioni subdi-
pla perche il numero di fouola uirgula duplo a quel di sopra & così la ppor-
tione di 4. a. 12. secondo Euclide dirassi esser il terzo & secondo Bontio, subtripla, &
cosi da 3. a. 12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Bontio, subqua-
drupla & così discorrendo in le altre specie di parti cioè quella che secondo Eu-
clide se dira esser uno quinto ouer vn lito, ouer vn lissimo, ouer vn centao, &c.
secondo Bontio se dira sub quinquapla, sub sexcupla, sub septupla, sub octupla, &c. di-
uisione la proportioni di 5. a. 12. secondo Euclide se dira esser doi tertina se-
condo Bontio tal specie di proportioni se dira sub sexquialtera, perche il nume-
ro sotto alla uirgula contiene vna volta e mezza quel di sopra & così la propor-
tione di 9. a. 12. secondo Euclide se dira esser tre quarti & secondo Bontio se dira
sub sexquitercia, & così quelle secondo Euclide se diran esser $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, &c. secondo
Bontio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexqui sista & così discor-
rendo in le altre specie de parti ma quando che la comparatione se fa d'uno nu-
mero maggiore a vn minore dice l'autore che tal proportioni se dice in quello
numero secondo il qual si numero maggiore conten il minore, & parte ouero
parti di quello, *exempli* la grazia la proportioni di 12. a. 4. 1. secondo Euclide se dira
essere 2. cioè dup. tali come 12. cioè che il 4. contiene due volte il 2. & secondo
Bontio se dira proportioni dupla, & tal specie di proportioni secondo Bontio
& altri se dèpinge così? Inqualcosa non vol dire altro che doi integri computa-
ti a uno & così la proportioni di 12. a. 4. 1. secondo Euclide se dira esser 3. cioè che
12. e tre tali come 4. ouero che 12. conten. 3. volte 4. vna secondo Bontio se di-
ra tripla, & dèpinge così? & così quelle che secondo Euclide se denominano
no da 4. a. 6. &c. secondo Bontio se diran quadrupla, quinquapla, sexcupla & così
discorrendo, similmente la proportioni di 12. a. 16. secondo Euclide se dira esser
vno e mezzo perche il numero maggior contiene il minore vna volta e mezza
ma tal proportioni secondo Bontio se dira sexquialtera, & così la proportioni
de 12. a. 18. secondo Euclide se dira esser vn e vn terzo & secondo Bontio se di-
ra sexquitercia & così quelle proportioni che secondo Euclide se denominano
da vn e vn quarto da vn e vn quinto da vn e vn sesto secondo Bontio se diran
sexquiquarta sexquiquinta sexquissista & così discorrendo & similmente la ppor-
tione da 12. a. 6. secondo Euclide se dira esser vn e doi terzi & quella da 12. a. 3.
se dira esser vn e tre quarti ma secondo Bontio la prima se dira superpartiens la
seconda sub tripartiens & così discorrendo in le altre simili anchora la propor-
tione di 5. a. 2. secondo Euclide se dira esser doi e vn mezzo & quella di 10. a. 2.
esser tre e vn terzo & quella di 14. a. 2. esser quattro e doi terzi & quella che e da
12. a. 5. esser quattro e tre quinti la prima d'essequal proportioni secondo Bontio
no se dira dupla sexquialtera la seconda tripla sexquitercia la terza quadrupla
superpartiens la quarta quadrupla superpartiens quinta, & così il vn proce-
dendo in le altre parti che longo seria a voler dar *exempli* a cadauna uoci do-
bita di non esser ripeto per esserai alquanto discostato dal testo ma il tutto ho fat-
to uoce che sieno intesi tutti li modi & varietade della vocaboli usati nel dis-
uolupare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considera se con-
fermano in sostanza con la definitione di Euclide, *ideo*, &c.

Definitione. xiiii.

Quando seranno quanti numeri si uoglia, continuamente propor-
tionali, la proportioni del primo al terzo se dira si come del primo
al secondo duplicata, & al quarto triplicata.

Il Traduttore.

Il Traduttore.

Questa diffinitione e simile alla .xi. & .xii. del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantita commensurabili, & questa parla in specialitate di numeri, e pero lo esempio di quelle se poi secondo far a questa ma con numeri esempli grada siano quattro numeri continuamente proportionali & siano in la proportionalita tripla come cinquanta quattro, decotto, sei, & due, dice l'author che la proportion del primo (che e cinquanta quattro) al terzo che sei se dira doppiata che e de .4. a .2. & quella che e dal decotto .5.4. al quarto (cioe al .2.) dice che se dira triplicata alla medesima che e da .5.4. a .13. perche non si necessita di duplicare & triplicare delle proportioni non e per finire al duplicar, & triplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de vna tripla non se intende essere triplo, ma vna nonupla, & similmente il treppio de vna tripla non se intende essere vna nonupla, anzi se intende vna vintidupla come di sopra appare, cioe che la proportion de .4. a .2. e vintidupla & e detta il triplo di quella che e da cinquanta quattro a decotto cioe d'una tripla il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalita continua, se bisogna mostrare che da questa diffinitione, non solamente se apprehende il modo di super duplicare, & triplicare ogni specie proportioni, ma anchora si cava il modo di far per sommare insieme due, ouero tre proportioni eguale, perche in vero (come diui sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in soltanta non e altro che vno summare di quantita eguale.

Diffinitione .xy.

19 Quando seranno continuate medesime, ouero diuersi proportioni, la proportion del primo al ultimo se dira composta di tutte quelle.

Il Traduttore.

Hauendone l'author nella precedente diffinitione come si debba intendere il doppio, ouero il treppio d'ogni specie di proportioni (fra numeri) della quarta diffinitione (come sopra di quella diui) se apprehende solamente il modo di super duplicare, ouero triplicare ogni specie di proportioni, ouero di super sommare insieme solamente due ouero tre proportioni eguale, hoc in questa soltanta ne diffinita non solamente come si debba intendere, la multiplicare, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente a qualunque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il comporre, ouero far sumare insieme piu proportioni eguale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantita di proportioni o siano eguale, ouero, ineguale perche dice che quando seranno continuate simili, ouer diuersi proportioni che la proportion del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, esempli grada se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportion del primo al ultimo se dira quadrupla a quella che era dal primo al secondo, ouero che la detta proportion del primo al ultimo se dira essere composta, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte eguale la detta somma vera a essere quattro tale quale e dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intendere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fossero eguali, ma diuersi purché siano continuate l'una consequente dietro all'altra & a cio meglio, me intendi siano cinque termini de numeri cioe .1.4. .16. .36. .2. 3. fra liquali sono primario 4. specie di proportioni quella che fra il primo &

lo ſecundo e ſeſquialtera (cioe fra. 2. 4. e. 16.) & quella che e dal ſecundo al tercio (cioe da. 16. a. 8.) & dupla & quella che e dal tercio al quarto (cioe da. 8. a. 2.) & quadrupla e quella che e dal quarto al quinto (cioe da. 2. a. 5.) & vna ſeſquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al vltimo cioe da. 2. 4. a. 16. (che e una compoſita) ſe dira eſſer compoſita di tutte quelle quattro ſpecie di proportioni intermedie, cioe che lei ſola ſe dira eſſere tanto quanto e tutte quelle quattro inſieme, il medefimo ſi dira in piu termini & in altre ſpecie di proportioni e pero che vocheſe ſaper che coſa reſulti ouer faccia vna dupla giocata con vna tripla quelle ſiano poſte in tre termini (come ſi veglia) diſpetter la proportione del primo al tercio (qual ſi trouera eſſer vna ſeſquialtera) & tanto dirali che faccia vna dupla giocata con vna tripla e coſi faralli in ogni altra ſpecie & quantita di proportioni accidenti la numeri.

Diffinitione. xvi.

La denominazione d'una proportione d'un numero minore a uno o numero maggiore ſe dira la parte, ouero parti di eſſo minore, che ſono inel maggiore, ma dal maggiore al minore ſe dira il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore ſopraabonda il minore.

Il Traduttore.

In quella l'author ne diſtingue quaſi il coſuerſo della trediceſima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore ſe dice in quella parte, ouero parti che il minore e del maggiore, & qui tu dice il conuerſo, cioe che la denominazione d'una proportione d'un numero minore a vno numero maggiore ſe dira la parte ouer parti che eſſo minor e del maggiore, eſempli graſia la denominazione della proportione che e da duodeci a vinti quattro e vn mezzo e da ſei a decotto e vn terzo e da decotto a vinti ſette e doi terzi e da duodeci a ſedeci e tre quarti & coſi diſcorrendo in tutti li altri ma la denominazione della proportione del vintiquattro a duodeci (cioe del maggiore al minore) & doi & da decotto a ſei tre & da vinti ſette a decotto e vn mezzo & da ſedeci a ſette vn e vn terzo e da vinti tre a quattro e cinque e tre quarti & coſi diſcorrendo lequale denominazioni ſi trouano tutte partendo ſo antecedente per il conſequent, cioe che l'aduenimento di tal parti ſempre ſera la denominazione di quella tal proportione.

Diffinitione. xvii.

Le proportioni che hanno una medefima denominazione ſe dicono ſimile, ouer una, ouer quella medefima, & quelle che l'hanno maggiore ſi dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Traduttore.

Eſempli graſia la proportione che e da decotto a vintiquattro ſe dira eſſer ſimile, ouer quella inſeſſa che e da ſei a otto perche hanno vna medefima denominazione che e tre quarti ſimilmente quella che e da quaranta quarta a duodeci ſe dira eſſer vna ouero ſimile, ouero quella ſteſſa che e da vintidoci a ſei perche hanno medefima denominazione laquale e tre & doi terzi ma la proportione che e da noue a duodeci ſe dira maggiore di quella che e da ſedeci a vintiquattro per eſſer la denominazione da noue a duodeci (laquale e tre quarti) maggior

maggior di quella che e da 16. a 24. (laqual e e daoi terzi) & finalmente la
proporzione da 27. a 36. se dira esser maggior di quella che e da 22 a 5. perche
la denominazione di quella che e da 27. a 4. (laquale e sei e tre quarti) e mag-
giore di quella che e da 22 a 5. (laquale e quattro e dooi quinti) et e conuenio,

Definizione. xviii.

Ma li numeri che la proporzione de quelli e una sono detti pro-
portionali.

Il Traduttore.

E xempli gratia per esser la proporzione di 9. a 2. simile a quella che e da 22
a 4. (per le ragioni dette nella precedent) si deni quattro numeri se diran-
no proporzionali il medesimo si deno intendere in altre specie di proporzioni
simile.

Definizione. xix.

Quelli numeri se dicono termini, ouero radice de una propor-
zione, alli quali e' impossibile esser tolti minori in quella medesima
proporzione.

Il Traduttore.

E xempli gratia questi doi numeri 7. e 2. se diranno termini, ouero radici
della proporzione sequaltera per esser impossibile a poterne trouare duoi
altrimenti de quelli in la medema proporzione sequaltera, vero e che de mag-
giori (se ne potrouar infiniti in tal proporzione come 16. a 4. 9. a 6. & così discor-
rendo in infinito, & se dicono termini, ouero radici di detta proporzione sequal-
tera per esser in quelli doi il principio di tal proporzione & da quelli doi ter-
mi li altri (di tal proporzione) deriuano, il medesimo si debbe intendere in le al-
tre specie di proporzioni.

Definizione. xx.

Numero primo, se dice quello, che della sola unita e misurato.

Il Traduttore.

S i come 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. & infiniti altri simili uguali sono misurati
ouer numerati solamente dalla unitade e per questo cadauno di loro e de-
tto numero primo.

Definizione. xxi.

Numero composto se dice quello, che dall'altro numero e misurato.

Il Traduttore.

S i come 12. ilquale per esser misurato dal 5. ouer dal 3. se dice numero compo-

sino perche il vien a esser composto da tre numeri quinarj, ouero da cinque numeri ternarij, & così si deve intendere ogni altro numero che sia composto, ouer misurato da qual si voglia altro da lui diverso, dico diverso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da vno eguale a se medesimo, cioè il tre è misurato dal sette vna volta & similmente il 12, da 4, & niente di meno ciascun di loro è numero primo e non composto.

Definizione. xxij.

7 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da nian numero, excepto dalla sola unita, sono numerati,

Il Traduttore.

Exempli gratia considerati, 25, secondo se è numero composto (per la precedente) & similmente, 9, ma comparati quelli doi numeri insieme si diranno contra se primi, perche da nian numero sono comunamente misurati, eccetto che della unitade, cioè che non si troua alcuno numero che li misuri ambedoui; leben il vero che il ternario misura il 9, ma quello non misura poi il 25, & similmente il quinario misura il 25, ma non misura poi il 9 onde que sti doi numeri cioè 25, e 9, & altri simili che non hanno alcun numero che gli sia communa misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Definizione. xxiii.

3 Numeri fra loro composti, ouero comunicanti, se dicono queglii li quali altro numero che, la unita li misura, cioè che nian de quegli è l'altro primo.

Il Traduttore.

Exempli gratia 27, e 15 perche il numero ternario (cioè il 3) misura, ouero misura cadaun de loro si dirano numeri fra loro composti, ouer comunicanti, cioè che nian di loro è primo all' altro (per la precedente definizione) Il medesimo si deve intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Traduttore.

NAnti che procedamo più oltre bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmeuoli primi principij di cadauna scienza, non si conosciuono per demonstrationi, ne alcuna scienza è tenuta a provare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito: ma quella tra poi mi principij comunemente si conosciuono per intelletto ouer per i sensi perche che sono supposti in tal scienza, & con quelli se dimostra & sostiene tutta la scienza, dico adonque che li primi principij di questa scienza, ouer disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quattordici della quali quattro sono i suoi proprii cioè che si conuenengono solamente alla arithmetica, & dieci sono comuni cioè che si conuenengono a diuersi altre scienze, & perche la intentione dell'autore è di voler disputare quella scienza arithmetica, & quella sostenere con demonstrationi, onde per procedere rettauerate, e schifare opposizioni & linguas pueriles moue lui adinuocando che gli sia concessi li detti suoi proprii principij (quali com' detto)

me detto sono quattro come nel processo si veda, & per questo se chiamano
petizioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scienze, se
chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sententie come
appart in fine delle quattro petizioni,

Petitione prima.

1 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare qua n
o ti numeri mi pare equali, ouer multiplici a qual numero si uoglia.

Il Traduttore.

Exempli gratia se fusse vno numero dato poniamo 16, & che per qualche no
stro negozio ne bisognasse tore, ouer assignare vno altro numero, eguale,
ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso, 16, ouer in qual si veglia al
tra multiplicata, l'author adimanda che gli sia concesso di poterli fare tal cosa
perche che negasse tal atto il non seria possibile a demonstrarlo con ragioni de
monstrative, ma perche di questo lo intelletto nostro non pol debitar e in cosa al
cuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperienza, tale petitione
non si puo negare.

Petitione. II.

2 Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un nu
o mero maggiore quanto ne pare, di qual si uoglia numero.

Il Traduttore.

Exempli gratia sel fusse vno numero dato (ouer proposto) poniamo 24, &
che ne occorresse per qualche nostro negozio a dornare tore vno altro
maggiore di lei in vna ouero due, ouer piu vna l'author similmente adimanda
che tal cosa gli sia concessa, inqual per essere al intelletto euidente non si de
negare.

Petitione. III.

3 Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter procedere
o in in finito l'ordine de numeri.

Il Traduttore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali vuo solo (dall'author e d'mo na
turale) & quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioè quello
che li termini si vanno eccedendo per vna vnita (come 1. 2. 3. 4. &c. delli altri al
cuni se vanno eccedendo per 2. come 1. 3. 5. 7. &c. così procedendo in infinito alcuni
per 3. come 1. 4. 7. 10. alcuni per 4. come 1. 5. 9. 13. alcuni per 5. alcuni per 6. alcuni per
7. &c. così discorrendo per ogni qualita di numero alcuni altri si vano argumen
tando in qualche specie di multiplicata come in dupla, ouer tripla, ouer in qua
lunque altra, l'author adunque adimanda che gli sia concesso di poter procede
re, cioè crescere, ouer aligare l'ordine de numeri in infinito & benché tal cosa se
verifici in tutti li ordini detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe

intendere del ordine naturale distinto di sopra in la terza diffinitione, perche dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti denotano da quello la qualcosa per esser evidente all'intelletto non si po negare.

Petitione.iiiij

- 4 Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter essere diminuito in infinito.

Il Traduttore.

Questa l'author dimanda che gli sia concesso che niuno numero (per questo che l'ha) poter si diminuire in infinito perche in vero che andate continuamente diminuendo solamente via vinta finalmente se peruenere alla unita, la qual cosa uola anchora lei sera di strutto, ouer amichiano quel tal numero talmente che piu non se potra seguire tal diminutione, & in tal atto e terminato diminuendo solamente per unita molto piu presto tal ano se terminara diminuendo per qualche numero se pero tal petitione non e da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono, x.

Prima.

- 1 Ogni parte e minore del suo tutto.

Il Traduttore.

Questa e simile alla prima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantita, ma questa parla in species, cioe in numero, cioe che tolti via parte di qual si voglia numero, o sia grande ouer picciola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa e concessa per communia sententia.

Seconda

- 2 Tutti quelli numeri che seranno egualmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Traduttore.

Questa da se e euidente & e quasi simile alla sesta concessione del primo cioe che tutti quelli numeri che seranno egualmente doppij ouer trepi ouer quadrupli a vn medesimo numero (ponilo al quinario) cioe al 5 ouero a numeri equali poniamo a piu quinary, cioe caduno al suo relatione) egli e manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Tercia.

- 3 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero sera egualmente multiplice.

mente moltiplice, ouer che li moltiplici tolti egualmente a cadauno de quelli, seranno equali essi numeri seranno anchora equali.

Il Traduttore.

Exempli gratia se l'asse dei douer più termini de numeri, & che li se dimostra se che vn medesimo nũro (poniamo 24.) si doppio a cadauno de douer douer più termini, & gli manifesta che li douer termini seranno fra loro equali, per che cadauno de loro verã a esser 48. Al medesimo si deue intendere quando, che il detto 24. fusse egualmente trippio, ouer quadruplo, ouer in qual si voglia altra moltiplicita, a cadauno de loro, similmente quando che li inse douer, ouer più termini de numeri, & che li moltiplici tolti egualmente a cadauno di essi termini fussero equali (poniamo che cadauno fusse vnguita) le cõ manifesta che quelli tai numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

$\frac{4}{5}$ La unita e parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Traduttore.

Exempli gratia la unita e parte de 2. & e denominata da esso 2. (per la nona delli uerores) & tal parte se dice media, ouer la mita, alcuni la chiamano una seconda, ouer secondo & descriveli in questa forma: $\frac{1}{2}$ & il numero che e sotto ala virgula, cioè il 2. se dice denominatore per esser quello (come dẽno) che desuona la parte cioè quella unita posta sopra la virgula, la quale se dice numeratore. similmente la detta unita e parte di 3. & e denominata da esso 3. & chiamase parte terza, ouer vn terzo, & descriveli in questo modo: $\frac{1}{3}$ & per simil modo la vien a esser parte di ogni altro numero, & denominata de essi medesimi, & tace se se desuonano secondo Per line detto, cioè ponendo la detta unita sopra la virgula, & quel tal numero sotto in questo modo: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ & cõ discorrendo

Quinta.

$\frac{5}{6}$ Quella parte e minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Traduttore.

Exempli gratia vn quarto e minore d'un terzo per esser la denominatione de vn quarto (quale e quattro) maggiore della denominatione de vn terzo (quale e 3.) & per le medesime ragioni vn quinto e minor de vno quarto & vn sesto de vno quinto & e conuerso.

Sesta.

$\frac{6}{7}$ Qual si voglia numero tal e dalla unita, qual parte e la unita di quel medesimo.

Il Traduttore.

Cioe che ogni numero (in tal numero lui e multiplice della vnita, in qual la vnita e denominata parte di quel medesimo, esempi gratia il 2 in comparatione della vnita se dira doppio la qual multiplicita e denominata da 2. in el qual 2 medesimo numero e denominata la parte che la detta vnita e di il detto 2. & da qui se manifesta che ogni numero e detto di la vnita cioe dal numero che denominata la multiplicita in che lui e in comparatione della vnita, il quale e esse medesimo numero, perche esso medesimo e quello che denomina la parte che e la vnita di lui come e detto in la quarta diffinitione.

Settima.

7 Qualunque numero che sia dato in la vnita produce se medesimo anchora la vnita data in qual si voglia numero produce quel medesimo

Il Traduttore.

Exempli gratia moltiplicando, 1. sia la vnita (per commun sententia) sia esso, 2. & così, 3. sia, 4. dura esso, 3. & così, 4. sia, 5. dura esso, 4. & così discorrendo in ogni altro numero, anchora la vnita moltiplicata sia, 2. sia per il medesimo, 3. & così, 4. sia, 3. dura quel medesimo, 4. & così, 5. sia, 4. & così discorrendo in ogni altro numero.

Ottava.

8 Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el composto de quegli

Il Traduttore.

In questa ottava concessione el se suppone che cadauno numero che numeri duoi numeri che quel numeri anchora il composto, ouer la somma de ambeduoi quelli insieme, & di questo la dispensatione ne certifica lo intelletto, perche se il 3. numera il 9. & anchora il 12. sensibilmente vedemo che il medesimo 3. numera il composto, ouer la somma di 9. & 12. qual e 21. il medesimo 3. numera in tutti li altri.

Nona.

9 Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello

Il Traduttore.

Exempli gratia se vno numero (poniamo 3.) numera alcun numero (poniamo 9.) & che quel numero numerato (cioe 9.) numeri vn altro numero (poniamo 36. per commun operatione dice che il detto 3. numera anchora il detto 36. tenia se la qual cosa per la scindita diffinitione euidentemente appare il medesimo semopera seguire in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto name
ra il residuo,

Il Traduttore.

Exempli gratia, se vno numero (poniamo .7.) numera qualche numero (po
niamo .35.) sottraho il detto numero (cioe .7.) dal detto numero numerato
(cioe da .35.) vol che per communia sententia il detto numero (cioe .7.) numeri
anchora il rimanente, il qual rimanente, verba a effe. 23. laqual cosa (per la setti
ma diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema prima Propositione prima.

Se dal maggiore de dnoj numeri inequali sia detratto il minore per
fin a tanto che rimanga men di lui & da poi, detratto quel residuo
da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & simil
mente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a
tanto che resti men di lui, & che dalla continua detractione fatta in
tal modo, sia che non si troi alcun residuo che numeri lo ante resi
duo per fin alla unita quelli duoi numeri e necessario essere contra
se primi.

Siano li doi numeri inequali .a. b. & c. d. & sia il .c. d. minore & sia de tratio il
.c. d. da .a. b. quante volte tu poi, & sia lo residuo .e. b. il quale residuo sera mi
nore del .c. d. sicuramente el se poterà anchora detrattre & sia detratto esso .e. b.
dal .c. d. quante volte tu poi, & sia il residuo .f. d. & sia detratto lo .f. d. dal .e. b. quan
te volte tu poi, & sia lo residuo .g. b. el qual sia la unita, hoc dico li .detti duoi nu
meri .a. b. & c. d. esser contra se primi, perche se possibile e (per l'aduersario) che
sian composti, alon numero oltre la unita numerata comunemente quegli,
(per la vigesima prima diffinitione) il qual poniamo che sia .h. hoc perche h nu
mera il .c. d. (per la penultima concessione) numerara anchora lo .a. e. & perche
l medesimo .h. numerara tutto lo .a. b. (per la vltima concessione) numerara an
chora lo .e. b. adonque (per la penultima) numerara lo .f. d. per la qual cosa (per la
vltima numerara lo .f. d. adonque (per la penultima) numerara anchora lo .g. e.
& (per la vltima) numerara lo .g. b. & perche lo .g. b. e la unita seguitarla il nome
zo esser parte della unita, ouer a quella eguale, laqual cosa e impossibile, adonq
li doi numeri .a. b. & c. d. seranno contra se primi che e il proposito.

Ma se li doi numeri .a. b. & c. d. siano contra se primi, non si trouara stato, ouer
ripollo, in questa noua detractione tanti che si perounga alla unita & questa e
il conuerio di quello che l'author propone, & se in questa noua detractione, (per
l'aduersario) sera stato, ouer ripollo, tanti che si perounga alla unita, sia che .g.
b. sia numero il quale sia detratto dal .f. d. & niente sia il residuo adonque il .g. b.
numera il .f. d. adonque (per la penultima concessione) numerara anchora lo .g. e. & per
che anchora numerara se medesimo, per la antepenultima concessione, numerara
tutto lo .e. b. adonque per la penultima, numerara lo .f. d. ma per tanti e sia dimo
strato che numerara lo .f. d. adonque (per la tanti la penultima) numerara tutto lo
c. d. per la qual cosa (per la penultima) numerara lo .a. e. & perche fu dimostrata
prima che anchora numerara lo .e. b. seguita (per la tanti alla penultima) che



anchora numeri a. b. adunque perche il numero. b. g. numerà l'uno e l'altro di
 duoi numeri. a. b. & c. d. di duoi numeri. a. b. & c. d. sono composti, adunque non
 sono contra le primi, laqualcosa e contra il presupposito, adunque per questa
 mia propositi qualunque dei numeri inuestigamo se quelli sono contra le primi
 oer no, perche fatta la mutua detrazione de tali ielli si pervenga alla vnità quelli
 sono contra le primi ma essendo stato, ouero riposto auanti che le pervenga alla
 vnità quelli sono composti.

Problema prima Proposizione. ii.

- ¹ Proposti duoi numeri fra loro composti, puotemo trovare il mag-
² giore numero che numerà comunamente quelli.

Siano li duoi numeri fra loro composti. a. b. & c. d. & sia c. d. minore, adunque
 alcun numero (per la dissimilitudine) numerà co' unitamente; quelli voglio
 trovare il massimo numero che numerà comunamente quelli, secondo il mo-
 do & similitudine della precedente, misurisco, ouero detragho il minore dal mag-
 giore per fina a tanto che posso, cioè il. c. d. dal. a. b. & sia il residuo. e. b. & simile-
 mente io. e. b. del. c. d. per fina a tanto che posso & sia il residuo. o. f. d. & perche
 la diminuzione di questo non poi esser fatta in infinito (per la vnità-petizione)
 anchora in il proposito il non si poi pervenire alla vnità (per la precedente)
 perche allhora li duoi proposti numeri seriano contra le primi laqualcosa seria
 contra il presupposito, sia adunque che quando hauero dettratto il. f. d. dal. e. b.
 per fina che potero che il residuo sia niente, hor dico il numero. f. d. esser il mag-
 giore che numeri comunamente li duoi proposti numeri. a. b. & c. d. la causa
 che tutti numeri e manifesta (per la penultima & antepenultima concettione re-
 eperiti, no l'una, no l'altra quante volte bisogna, si come in la dimostrazione
 del conuerso della precedente (perche io. f. d. numerà io. e. b.) perche quando
 che lui ra dettratto da quello per fina a tanto che se posse non vi fu fatto niente
 di residuo (adunque) (per la penultima concettione) numerà & c. f. adunque
 (per la ante penultima) & c. d. per laqualcosa (per la penultima) numerà & c. a. c.
 adunque (per l'ante penultima) & a. b. ma che non maggiore de. f. d. numerà
 b. & c. d. così e manifesto perche se questo potesse esser fatto (per l'aduersario) la
 il numero. g. maggior del. f. d. ilqual numeri l'un e l'altro di duoi numeri. a. b. &
 c. d. perche adunque. g. numerà c. d. numerà (per la penultima concettione)
 a. e. f. & perche numerà a. b. numerà (per la vnità) .e. b. adunque (per la per-
 penultima) numerà. c. f. & perche etiam numerà. e. d. numerà (per la vnità) .e. d.
 cioè il maggiore numeraria il minore, laqualcosa è impossibile.

Correlatio.

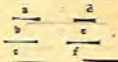
Da questo e' manifesto, che ogni numero che numeri duoi numeri
 numerà anchora, il massimo numero, numerante ambidui quelli.

Il Traduttore.

Per intelligentia di questo correlatio bisogna notare qualmente che il si tro-
 ua molte volte alcuni numeri fra loro composti che sono numerati da più
 numeri

numeri (vno maggior dell'altro) come exempligra fia *a. b. fuffe. 100. & lo. e. d. 90.* quelli due tali sono numerati (cioe pelti senza alcun sopranuano) comunamente da *a. 2. da. 3. da. 4. da. 6. & da molti altri, tamen inuestigando per lo modo d'oro di sopra si trouara che il primo refiduo, cioe *a. b. fura. 60. & lo fecondo cioe *e. f. d. fura. 30.* il qual *30.* fubtratto dal *e. b. fin* che si pol il refiduo fura nulla, onde il der *30. 30.* verra a effer il mafimo (per le ragion assignate) che numeri comunamente li detti doi numeri *a. b. & c. d.* Ma fupponendo che il *g.* numeri anchora lui comunamente li detti doi numeri *a. b. & c. d.* (cioe che lui fia l'uno del li altri detti di sopra, poniamo *5.* per le argumentationi fatti di sopra il si manifefta qualmente il detto *g.* a fortiori numerara lo. *f. d.* cioe il mafimo & quello e quello che nel corollario si vol inferire.**

Problema. ii. Propofitione. iii.



$\frac{3}{5}$ Propofiti tre numeri i fra lor compofiti potremo ritrouare il mafimo di numeri che numerano comunamente quelli.

A Vanti che dimoftramo quella terza conchifione habemo penfado di dimoftrare vno antecedente di effa conchifione cioe qualmente, propofiti tre numeri potremo certificarle fe effi fiano fra lor compofiti. E per tanto fiano li tre numeri *a. b. c.* di quali voglio vedere fe effi fono fra lor compofiti, ouer nou (per la prima adonque inuestigo fe li doi primi) liquali fono, *a. & b.* fono fra lor per la qual cofa effendo con non feranno *a. b. c.* fra loro compofiti (per la diffinitione) ma fe *a. & b.* fono fra lor compofiti, fia (per la precedente) *d.* il mafimo numero numerante quelli liquali fono *a. b.* feranno *a. b. c.* (per la diffinitione) fra lor compofiti, ma fe quello non lo numerara, ma effi *a. & d.* fiano contra fe pofui non feranno *a. b. c.* fra lor compofiti, perche qualunque numero li quale numerara quelli, numerara anchora il *d.* (per il corollario della precedente) fe cofi *d. & c.* fiano compofiti laqualcofa fura contra al prefuppofto, ma fe *c. & d.* fono compofiti feranno etiam *a. b. c.* fra lor compofiti, perche effendo per la precedente, il mafimo numerante *a. & d.* liquali etiam (per la penultima conchifione) numerara *a. & b.* per laqualcofa (per la diffinitione *a. b. c.* fono fra loro compofiti anchora per fimil modo il fe fupera de quanti si voglia piu di tre) fe effi fiano fra loro compofiti & per tanto a tre propofiti numeri che fiano fra loro compofiti liquali etiam fiano *a. b. c.* voglio trouare il mafimo numero il qual li numeri tutti piglio per la dottrina della precedente, *d.* mafimo nome tanto *a. & b.* liqual fono *a. c.* effo e quello che cerchiamo altramente per il corollario della precedente fequira il maggiore numerare il minore. Ma fe non numerara *c.* tamen feranno *c. & d.* fra lor compofiti per il prefuppofto & corollario della precedente, & per la diffinitione, fia adonque il mafimo numerante quelli *c. & d.* ouer il mafimo numerante *a. b. c.* caufa perche il numero quelli e manifefta, per quello vltimo prefuppofto, il quale e effo, ouer il mafimo numerante *a. & d.* & per la penultima conchifione ma la caufa che non maggiore di quello numeri quelli cofi e manifefta perche fe quello fuffe poffibile, per l'adverfario, fia *L.* maggior de *e.* liqual numeri *a. b. c.* liqual conchifione che i numeri *a. & b.* numerara, per il corollario della precedente *d.* & perche anchora il numero *c.* numerara per il medefimo corollario, e cioe il maggiore numerara il numero laqual e impoffibile, adonque non fera alcun numero maggior de *c.* ouer numerante *a. b. c.* che e il propofito, anchora per fimil modo si puoi inuestigare di

massimo numero numerante quanti si voglia numeri più di tre (fra loro composti) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare quello in più di tre perche il modo & arte in tre e il medesimo in più di tre, & dal vicino processo di questa dimostrazione, potemo anchora aggiungere a questa terza conclusione questo

Corollario, onde e manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro composti, numerata il massimo numerante tutti quelli, & etiam il medesimo numerante li doi, & doi di quelli.

Theorema.ii. Propositione.iii.

El minore de ogni doi numeri inequali, ouer che egli e parte, o uero parti del maggiore.

Siano doi numeri a. & b. minor b. dico che b. e parte, ouer parti del a. perche ouero che b. numerata a. ouero non sel lo numerata egli e parte di quello (per la diffinitione) sel non numerata quello adonco, ouer che sono fra loro primi ouero non, se non sono fra loro primi haueranno per la diffinitione una parte comune, la quale quante volte la sera in b. tante parti sera detto essere il b. del a. (per la dodicesima diffinitione) ma essendo fra loro primi niente dimeno perche la unita e parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta conclusione) e manifesto il medesimo per le unita.

Theorema.iii. Propositione.vi.

Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale e il terzo del quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme quale e il primo del secondo.

Volendo Euclide dimostrare qualmente questi libri de numeri non ha uere de bisogno de alcuni dotti precedenti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantita in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonco le quattro numeri a. b. c. d. & sia b. tal parte de a. quale e d. del c. dico che b. & d. tolti insieme sono tal parte de a. & c. tolti insieme quale e il b. del a. perche diuita a. & c. secondo la quantita de b. & d. & argomentare si come in la prima del quinto, perche sera che tanto son le parti de a. quante quelle de c. per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de a. & dalla prima del c. sia eguale allo aggregato del b. & d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte de a. & della seconda del c. & perche questa aggregatione tante volte se puoi fare quante volte vien contenuto il b. in a. seguita che il numero eguale allo aggregato del b. & d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de a. & c. quante volte b. viene contenuto in a. per la qual cosa e manifesto il proposito.

Theorema.iiii. Propositione.vi.

Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale e il terzo del quarto, il primo e il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale e il primo del secondo.

Questo

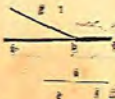
Quello che propone la precedente de una parte, quella propone di più par-
te. E per tanto siano come prima li quattro numeri, a, b, c, d , & sia che, b
sia tal parte de a , quante & quale è il d del c , cioè che b, d , tolti insieme seran-
no tante, & tale parte de a, c , tolti insieme quante & quale è il b del a , & dico
tante & tale perché la pluralità delle parti vien distinta da due numeri di qua-
li l'uno vien detto numeratore, & l'altro denominatore come quando dicmo
tre quinti, il ternario numera, & il quinario denomina, perché adunque b, c
parti de a , sia che siano le parti de quello numerate dal b , & denominate dal c ,
& similmente per la posizione, sera il d parti del c , numerate dal b , & denomi-
nate dal c , & per tanto una delle parti del b , sia e , & una delle parti del d sia f ,
(& per il presupposito) e sera parte del b denominata dal h , & parte del a , des-
denominata dal k , similmente anchora & sera parte del d secondo, h , & parte
del c secondo, k , adunque il composito de e, h , & f, k , sia g , & per la premessa g se-
rà parte del b , & d , tolti insieme secondo h , & anchora (per la medesima) sera
parte de a, c , tolti insieme secondo k , per la qual cosa (per la duodecima dis-
tinctione) h, k , & d , tolti insieme saranno parti de a, c , & tolti insieme numerate dal
 h , & denominate dal k , impero che il g , & parte commona de quelli, del minore
secondo h , & del maggiore secondo, k , & perché così è il b , del a , & manifestò il
proposito.



Theorema.v. Proposizione.vii.

7 Se saranno dai numeri de quali uno fa parte de l'altro et sia detratta
da tutti due la medesima parte tal parte sera il remanente, al rema-
nente, quale è il tuto del tutto

Quel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quin-
ta del quinto delle quantita in genere, & pero sia che qual parte è tutto
il numero a , de tutto il numero b , tal sia la parte, c , (detratta dal a), alla parte d
(detratta dal b), dico che tal parte sera, e , (residuo de a), del f , (residuo del b),
qual è tutto il numero a , di tutto il numero b , (& questa è quasi il conuerso del
la quinta) e per dimostrare questo sia (per la prima petitione) e al parte de g ,
quale è il c del d , & per la quinta tal parte sera a , del composito de g , & d , qual
è il e del d , per la qual cosa & quale e, a , del b , adunque (per la seconda concessio-
ne) il composito de g , & d , è quale al b , denado via dal vno, & dall'altro il d , se-
rà g , equal al e , per la qual cosa tal parte sera e , del f , qual e, a , del b , perché tal tra
 e , del g , che è il proposito.



Il Traduttore.

Questa sententia propositione in la seconda tradotione dice in questa forma

Se vno numero sarà tal parte d'un altro, qual sera una parte tolta dall'uno a
vna parte tolta dall'altro, il residuo del vno sera tal parte del residuo de l'altro,
qual è il tutto del tutto, la qual differenzia è come quella della quinta del quinto Ma
in questa l'eposizione non se accorda con il testo della prima tradotione di so-
pra posto anzi se accorda con il testo della seconda qual di sopra posto, perché
il si suppone in detta eposizione che qual parte è tutto il numero, a , de tutto il
numero b , tal sia la parte, c , (detratta dal a), alla parte, d , (detratta dal b),
(e) concorda che il residuo, e , al residuo, f , sera tal parte, qual è tutto il nu-
mero a , de tutto il numero b , si come propone la detta seconda tradotione, an-
chora bisogna notare che la per c , in rispetto del numero, a , & la parte d , in ri-
spetto del numero, b , si intende largo modo cioè aliquota o non aliquota.

Theorema.vi. Pproposizione.viii.

2. Se da duei numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, sera quelle medesime parti, che e il tutto del tutto.

Questa e quasi il comento della sesta, come esempi gratia sei fuste che quattro, & quale parti e nino a di tutto il b, tante & tale sia il c. (detratto dal a.) del d. (detratto dal b.) dico che lo e. (residuo del a.) sera tante, & tale parti del e. (residuo del b.) quante & quale e lo a del b. & per dimostrare questo sia, g. una delle parti del a. & h. una delle parti del c. & (per il presupposto) g. sia tal parte del a. qual e h. del e. & tale del b. quale e h. del d. adunque sia denota h. del g. & rimanga k. & k. (per la precedente) sera tale parte del e. quale e g. del a. & n. la del f. (per la medesima) quale e g. del b. adunque perche e & k. hanno una parte comune la quale e k. (per la duodecima diffinitione) adera tante parti del f. qual parte e k. del e. & tale quale e k. del f. & poiche tante & tale era a del b. e manifesto il proposito.

Il Traduttore.

Il testo di questa sopra scritta proposizione in la seconda traduzione dice in queste forma.

Se vno numero sera tal parti d'vn altro, qual sia vna porzione sola dal vno di vna porzione sola dall'altro, lo rimanente del rimanente sera le medesime parti quale e il tutto del tutto. Et questo e molto concordante con la sopra scritta argumetatione.

Il Traduttore.

Ahora bisogna notare (per intelligetia della sopra scritta argumetatione) che se lo numero a. fuisse il cinque sesti del b. & similmente la parte c. della pte. d. numero g. vera a esser vn quinto del a. & vn sesto del d. & similmente h. vera a esser pur vn quinto del e. & vn sesto del d. onde (per la precedente) k. vera a esser similmente vn quinto del e. & vn sesto del f. il come g. del a. & del b. onde il detto e. (per la duodecima diffinitione) vera a esser tante parti del f. quante volte che k. numera e. (che sono cinque) de tale quante il detto k. numera f. (che sono sei) cioe cinque sesti che e il proposito.

Theorema.vii. Proposizione.ix.

2. Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, qual e il terzo del quarto, permutaram ente sera tal parte, o uero parti il primo del terzo qual parte, ouer parte il secondo del quarto.

Si a a. primo tal parte del b. secondo qual e il c. terzo del d. quarto. & sia a. & b. minori del c. & d. perche essendo altrimenti saria il contrario di quello che se propone che qual pte. ouer pte. a del c. tal ouer tale e il b. del d. perche essendo diuisa la secodo la quinta del a. & del sedicesimo c. & p. lo presente supposto) tanti parti seranno quelle del b. quante quelle del d. & perche ciascuna del le parti

le parti del b. e eguale al a. & ciascuna del d. a. c. & a. e. parte ouero parti del c. (per lo presunte presupposito) & per la quarta) sera ciascuna delle parti del b. di sua comparata delle parti del d. (come la prima della prima, la seconda della seconda, & colli de tutte le altre) tal parte, ouer parti, quale ouer quale e' a. del a. adonque (per la quinta, ouer sesta sono la disinctione repetita quante volte bisogna) sera tal parte ouer parti, b. del d. quale ouer quale e' a. del c. che e' il presupposito.

Theorema.viii. Proposizione.x.

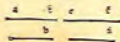
Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale e' il terzo del quarto, sera permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quale, ouero quale e' il seconda del quarto.



Si anò li quattro numeri come prima, di quali similmente sian minori a. & b. & c. & d. tal parti del b. quale e' c. del d. d'io che qual parte, ouer parti, e' a. del a. ouer tale e' il b. del d. perche liando diuile le minore in quelle parte che sono a. & c. & b. (per lo presunte presupposito) seranno tante le parti del a. quante volte del c. & perche ciascuna delle parti del a. e' tal parte del b. qual ciascuna delle parti del c. e' del d. perche quello lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti e' a. del d. tal, ouer tale sia ciascuna delle parti del a. della sua comparata delle parti del c. adonque (per la quinta, ouer sesta sono la disinctione repetita quante volte bisogna) sera tal parte, ouer parti del d. quale, ouer quale e' a. del c. che e' il presupposito.

Theorema.ix. Proposizione.xi.

Se seranno quattro numeri proporzionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo sera tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale e' il quarto del terzo, ma se il secondo sera tal parte, ouer parti del primo quale, ouero quale e' il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proporzionali.



Si la proporeione da a. al b. si come da c. al d. & sia maggiori a. & c. d'io che qual parte, ouer parti e' b. del a. tal ouer tale e' il d. del c. & conuenio perche la portione della disinctione delle proporeione simili sera che quante volte il b. e' in a. tante volte sia il d. in c. & se alcuna parte, ouer parti del b. sopra b. adonque a. tal parte, ouer parti del d. sopra b. adonque in c. e' per tanto del b. sera contenuto in a. senza superfluita de parte, tante volte senza superfluita sera contenuto il d. in c. (per la disinctione delle parte simili) qual parte sera il b. del a. tal sera il d. del c. ma se b. si preuero in a. (quante volte si voglia) con la superfluita de parte & tante volte le pintera, il d. in c. con la superfluita de finel parte, diuio a. secondo b. adioche sopra in c. & o. secondo d. accioche sopra di c. sera tal parte e' del b. qual e' d. del d. ma perche tante volte se contara il b. in la differentia del a. a. e. quante volte il d. in la differentia del c. al d. sera (per communia scientia) tante volte e' in a. quante volte e' d. in c. con occhio a. adonque che a. & b. habbino, e. parte communia & similmente, e. & d. habbino. Le per tanto, e. e' in b. tante volte quante e' lo f. in d. & similmente e. e' d. a. tante volte quante f. in c. sera (per la duodecima disinctione) il b.

tante & tale parti della, quante & quale sera il d. del a. ma si el. b. sia contenere (quante volte si voglia) in a. con sopraita de quire si voglia parti, anchora tante volte se contenera il d. del e. con la superfluita de tante & simili parti di quella, secondo b. accioche sopraancu. c. similmente, c. secondo, d. accioche sopraancu. d. sera, e tante & tale parti del b. quante & quale sera, f. d. d. & c. così tolta una de quelle argumentando come prima, & così e manifesto il primo proposito; il secondo se dimostra in questo modo, sia b. tal parte, ouer parti del a. quale, ouer quale e il d. del c. dico che la proportion de la. al b. sera si come del c. al d. perche se e tal parte e manifesto il. proposito, ma se egli tale parti di quel f. secondo quelle parti se manifestara tante volte essere il b. in a. quante volte el d. in c. & tal parte, ouer parti del b. sopraancu. in a. qualcoer quale del d. sopraancu. in c. & così (per la diffinitione) la proportion de la. al b. e si come del c. al d. & così e manifesto il tutto.

Theorema. x. Propositione. xii.

¹² Se da duoi numeri, seranno dettrati duoi numeri, secondo la proportion, la proportion del rimanente allo rimanente sera si come dal tutto al tutto.

Quello che propoie Euclide in la. decimanona del quinto delle quantita in genere quel medesimo propone qua de numeri, esempi gratia sia la proportion de tutto a tutto b. si come del c. (detrato dal a.) al d. (detrato dal b.) dico che dal e. (residuo del a.) al f. (residuo del d.) sera si come dal a. al b. perche se a. sia minor de b. sera (per lo precedente presupposito) & per la conuersione della diffinitione) tal parte, ouer parti c. del d. quala, ouer quale e a. del b. (per la settima adouque, ouer ottava) sera e. tal parte, ouer parti del f. quala ouer quale e a. del b. adouque (per la diffinitione) sera una medesima proportion che el presupposito, ma se a. sia maggiore del b. sera (per la prima parte del a. precedente) qual parte, ouer parti b. del a. tala, ouer tale sera f. del e. ouer e. qualcoer (per la settima, ouer ottava) tala, ouer tale sera f. del e. & così (per la seconda parte della precedente) del e. al f. sera si come dal a. al b. per la qualcoer e manifesto il proposito, ma la settima & ottava danno luogo a questa duodecima perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quella, ma alcuni voleno provare la seconda parte de questa per la decimanona del quinto, ma se Euclide intende quello, concioia che lui propone questa particolarmente & quella vniuersalmente dimostrata quella in el quinto, vniuersalmente haouera propoia questa quistionel settimo, e pero non debeno dimostrare questa una altra volta per la decimanona del quinto, ne anchora possono adattare il modo della demonstratione di quella alla demonstratione di questa concioia che questa la se dimostra in le quantita continue in genere (per la proportionalita permutata), laquale de loro se dimostra in numeri, ma io penso & ragionemente si ve de esser cotresso Euclide di usare le argumentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro ilquale, e manifesto non poterse transire senza la cognitione di numeri, per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrare nel quinto delle quantita in genere, lui le ha volute repetere vn'altra volta di se dimostrare, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare per li per altri principi proprii cioe de numeri ligali sono piu uoci al intelletto di quelli per ligali in processo nel quinto, perche li principi del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantita incommunicante, & li principi

di generi molto più oltre le applicano allo intelletto, & più facili de' quelli per
che quella hanno de' bisogno de' intelletto più disposto.

Theorema.xi. Propositione.xiii.

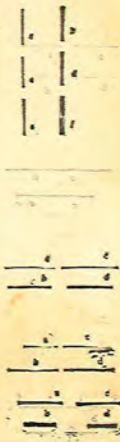
¹²₁₂ Se faranno quanti numeri si uoglia proportionali si come fera uno antecedente al suo consequente consideranno tutti li antecedenti soli insieme, a tutti li consequenti tolti insieme,

[illegible]

Theorema. xii. Propositione. xiii.

1.4 Se saranno quattro numeri proporzionali, anch'ora permutati a
1.3 mente saranno proporzionali.

El modo di arguire ſe ſia diece proportionalita permutata, laqual ha dei
moti: o ſeconde per la ſeſta decima del quinto in ſe quantita in genere in
quello ſocho propoſe da elier demouſtrato in numeri, come ſe ſia la proportionalita
della a. b. c. ſi come ori. c. a. d. b. permutatamente ſera della a. c. ſi come del. b. a. l.
e perche lo a. ſera maggiore, ouer minore del. b. ſimilmente anchora ſe maggio
giore, ouer minore del. c. a. adouque primamente minore dell'uno ſe dell'altro
ſera adouque (per lo preſente ſuppoſitione) e per la cauſatione della diſtina
tion) lo a. tal parte, ouer parti del. b. quale ouero quale ſera lo c. del. a. adouque
la noua ouer decima lo a. ſeueramente ſera tal parte ouer parti del. c. a.
la ouer quale ſera ſi del. b. per la qual o. ſe (per la diſtinctione) la p. p. p. ſera
vna quodeſima, ſia adouque a. maggiore dell'uno ſe dell'altro, ſe per la prima
parte della vndecima ſera che tal parte ouer parti che e ſi del. a. ſia, ouer tale
ſera ſi del. b. per la noua ouer decima ſia tal parte, ouer parti ſera ſi del. b. ſe
la ouer quale ſera ſi del. a. adouque (p. la ſeconda p. e della vndecima) ſera del. a.
a. ſi del. b. del. a. ſecondo ſia a. maggiore del. b. ſe ouer del. c. ſera (p. la prima
parte della vndecia) ſia p. e, ouer parti ſi del. b. a. quale ouer quale ſera ſi del. d.
e p. la ſeconda (p. la noua ouer decima) quale ouer quale e lo a. del. c. tal ouer tal.



sera la b. del d. (per la diffinitione) adonq. la proportion e vna, vltimamente anchora sia a. minor del b. & maggiore del c. & sera che tal parte ouero parti fia il c. del d. quala ouero parte e a. del b. (per la nona) adonque ouero decima se ta tal parte, ouer parti el d. del d. quala ouero quale il c. del a. per la qual cosa per la seconda parte del vndecima del b. al d. sera si come del a. al c. e così e con tutto il proposito & a questa cedono la nona & la decima perche quella sola propone quello che propone ambedue quelle.

LIBRO SECONDO

Theorema. xiii. Proposizione. xv.

15 Se seranno quanti si uoglia numeri, & altri secondo il numero de
14 quelli & ogni doi termini delli primi siano secondo la propor-
ne de ogni doi delli secondi in la proportion de la equalita seran-
no proportionali.

Q Vel modo di arguire equal se dice equa proportionalita che dimostrò Euclido per la vigesima seconda del quinto delle quantita in genere, lo propone in questo loco da dimostrarsi in numeri nella proportionalita diretta intesa ma la equa proportionalita la qual dimostrò per la vigesima terza del quinto della proportionalita delle quantita indirettamente proportionali non propone de dimostrarsi in numeri, ma quella dimostrò esso noi qui de sotto sopra la decimanona di questo ne e necessario che dimostrino in numeri quello che fu dimostraro per la vndecima del quinto delle quantita in genere cioè se quante si voglia proportioni (in numeri) seranno eguale a vna, medesma proportioni che sia necessario quelle esser fra loro eguale perche quatio manifesto per la diffinitione che se del a. al c. & del a. al d. si come del b. al d. sera lo numero a. del c. & lo numero e. del d. tal parte, ouer parti, quala, ouero quale el b. del d. ouer tante volte lo a. contenga il c. & lo c. si g. tante volte il b. contenga il d. & tal parte ouer parti del c. sopra uerranno in a. & delo f. i. b. quala ouer quale del d. and. b. perche adonque qual parte ouero parti e lo a. del c. tal ouero tale e lo e. del d. ouero quante volte lo a. opien el c. tante volte lo e. conuen lo f. & qual parte ouer parti del c. sopra uerranno in a. tal ouero tale del d. sopra uerranno in e. sera (per la diffinitione) del a. al c. si come del e. al f.

Siano adonque (come se propone) li numeri a. b. c. & li altri tanti altri. d. e. f. & si sia del a. al b. si come del c. al d. & del b. al d. si come del e. al f. dico che in la equa proportionalita sera del a. al c. si come del e. al f. perche (per la procedens e) sera del a. al c. si come del b. al d. & del b. al d. si come del e. al f. per la prima qual cosa del a. al c. sera si come del e. al f. adonque (per la medesima) del a. al c. sera si come del e. al f. il medesimo sera togliendo de più & così e manifesto il proposito, ma perche Euclido non pone da dimostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalita lequale sono la conuerfa, la conuertida, la diuersa, & la quarta, pensiamo esser conueniente dimostrare quelle cose che l'autore ha lasciato come cose facili da dimostrare adonque primamente dimostreremo la conuerfa, e moltipli gratia essendo del a. al b. si come del c. al d. dico che si conuertito del b. al a. sera si come del d. al c. perche se a. sera minor del b. anchora e sera minor del d. tal parte ouer parti sera a. del b. quala ouer quale sera del d. per la qual cosa (per la seconda parte della vndecima) sera del b. al a. si come del d. al c. & questa sera maggiore del b. anchora il c. sera maggiore del d. & per la prima parte della vndecima tal parte ouer parti sera il b. del a. quala ouero quale sera d. del c. adonque (per la diffinitione) sera del b. al a. si come del d. al c.

Voglio

Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità

Esempio gratta sia d, a, b, a, b, b come d, e, d, a, d, d dico che d, a, b sera si come d, e, a, d perche permutatamente d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, b, a, d (per la duodecima) si come d, a, a, e perche adunque d, e, a, d sera si come d, b, a, d sera permutatamente d, e, a, b, b si come d, e, a, d .

Voglio dar la dimostrazione della congiunta proportionalità.

Come se sia d, a, b, a, b, b come d, e, a, d, d dico che d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d perche permutatamente sera d, a, a, b, b, b si come d, e, b, a, d, d per la duodecima (per la duodecima) sera si come d, e, b, a, d, d permutatamente adunque sera d, e, a, b, b, b si come d, e, d, a, d, d .

Resta a stabilire la euerfa proportionalità in numeri.

Come se sia d, a, b, a, b, b si come d, e, d, a, d, d dico che d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d perche permutatamente sera d, a, b, a, b, b si come d, e, d, a, d, d per la duodecima (per la duodecima) sera si come d, a, a, b, b, b permutatamente adunque sera d, a, b, a, b, b si come d, e, d, a, d, d per tanto e manifesto il tutto.

Anchora da queste egli liene cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantita in genere cioe che se la proportion del primo termine al secondo sera si come del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo sera si come dal sesto al quarto, sera la proportion del primo & quinto termini insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Esempio gratta essendo d, a, b, a, b, b si come d, e, a, d, d, d finalmente d, e, a, b, b, b si come d, e, d, a, d, d dico che d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d perche per la conuerfa proportionalità sera d, a, b, a, b, b si come d, e, d, a, d, d per la duodecima per la equa proportionalità d, a, a, b, b, b sera si come d, e, b, a, d, d adunque congiuntamente d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d che e il proposito, & per lo medesimo modo s'approuerai la conuerfa. Se sia d, a, b, a, b, b si come d, e, d, a, d, d similmente d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d che e il proposito, & per la equa proportionalità d, a, a, b, b, b sera si come d, e, b, a, d, d adunque congiuntamente d, a, b, a, b, b sera si come d, e, d, a, d, d che e il proposito. Da questo anchora e manifesto che se d sera la proportion de quanti si voglia numerati al primo si come de altri tanti al secondo, sera del aggregato de tutti li antecedenti al primo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secondo. Similmente al contrario lei sera la proportion del primo a quanti si voglia numeri si come del secondo a altri tanti altri sera del primo aggregato de tutti li consequenti a esso medesimo si come del secondo allo aggregato de tutti li consequenti a esso medesimo.

Theorema. xiii. Propositione. xvi.

¹⁶₁₅ Se la unita numerara alcun numero tante volte quante qualunque.

terzo numerara alcun quarto, ſera anchora permutatamente che quante volte la unita numerara il terzo tante volte il ſecondo numerara il quarto.

Come ſe ſia la unita a. ſi come il b. a. ſera permutatamente e la unita al. ſi come la a. al. & quella nō e ſuperflua dalla demollrata proportione permutata, perche non puo eſſer concludo da quella quella che qui ſe propone. Perche quella ſu demollrata in quattro numeri proportionali. Ma la unita non e numero per la diſtinctione adunque per queſto modo manifeſta il propoſito ſia diſſo a. per le unita & c. ſecondo la quantita de. b. ſaranno (per lo preſente preſuppoſito) tanti part in a. quante in c. & perche diſtincta delle parti de. a. e la unita & diſtincta delle parti de. c. e eguale al b. ſera che quante volte la unita ſia in b. tante volte diſtincta delle parti de. a. ſia in la ſua comparata delle parti de. c. adunque (per il modo della demollratione quinta ſeguata tante volte eſſe ſia in a. c. quante volte e la unita in c. b. che e il propoſito.

Theorema. xy. Propoſitione. xyii.

¹⁷ Se l'uno e l'altro de' doi numeri ſia ducto in l'altro quelli che da quelli uen prodotti ſaranno eguali.

Si come ſe da la. in b. peruenge a. & dal b. in a. peruenge d. dico che. e. & d. ſaranno eguali. Perche conſidera che b. multiplicato per a. produca c. (per la conuerſione della diſtinctione) ſera il b. tante volte in c. quante che la unita e in a. adunque (per la precedente) ſera la a. in c. quante volte e la unita in b. & perche tante volte e la a. etiam in d. (perche del b. in a. e fatto il d.) ſeguita che tante volte ſia la a. in c. quante volte e in d. (per la conuerſione) adunque e. & d. ſono eguali. poſſimo anchora queſta conſiſtente propoſitione per queſto altro modo. Se l'uno e l'altro de' doi numeri ſia ducto in l'altro dall'un e l'altro ducto peruen vno medefimo numero come ſe da la. in b. peruenge a. il medefimo peruenira del b. in a. perche in vero de la. in b. vien fatto c. ſera come prima (per la conuerſione della diſtinctione) il b. in c. quante volte la unita e in a. & permutatamente (per la precedente) era a. in c. quante volte la unita e in b. perche adunque a. tante volte vien conuerſo in c. quante unita e in b. ſeguita per la diſtinctione che dal b. in a. vien fatto c.

Theorema. xyi. Propoſitione. xyiii.

¹⁸ Se uno numero ſera ducto, ouero multiplicato in doi altri la proportion de' delli doi prodotti, cioe dall'un all'altro, ſera ſi come quella de' delli doi multiplicandi, l'uno all'altro.

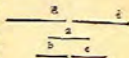
Eſempli gratia ſia multiplicado il numero a. in l'uno e l'altro de' doi numeri b. & c. & di tal multiplicacione peruenge d. & e. dico che la proportion on. dal e. ſera ſi come quella che e dal b. al c. perche ſi ſeguita (per la conuerſione della diſtinctione del multiplicare) che b. ſia tante volte in d. & ſimilmente il c. in e. quante e la unita in a. per la qual coſa la proportion del d. al e. ſi come del b. al c. (perche conuenge a. quelli egualmente che e quante volte che la unita conuen la unita) adunque permutatamente dal d. al e. ſera ſi come dal b. al c. che e il propoſito.

Theorema

Theorema.xvii. Propositione.xix

Se duoi numeri se multiplicano in uno altro numero, la proportion de quelli duoi prodotti sera si come quella della duoi multiplicanti.

Questa (per la operatione della antecedente della precedente) concluda la medesima passion che e in la stessa come se l'uno e l'altro di doi numeri b, a, c multiplicano lo numero a, b peruenghi d, e, f , dico che dal d, a, f sera si come dal b, a, c perche (per la antecedente della precedente) sera che dal a, b, c vien fatto d, e, f per laqualcosa (per la precedente) del d, a, f sera si come dal b, a, c che e il proposito. Et nota che quello che se propone per questa & per la precedente de duoi numeri tal poel applicare a quanti numeri te pare, perche se vno numero multiplica quanti si voglian numeri sera la proportion de prodotti & di multiplicati vna medesima, similmente anchora se quanti si voglian numeri multiplicano vno numero la proportion de prodotti & di multiplicati sera vna, laqualcosa per questa & per la precedente repeter quante volte bisognara facilmente tu approprai ma in questo loco (come habbiamo prouello sopra la quindacesima propositione) volemo dimostrare la equa proportionalita in quanti si voglia numeri de duoi ordini della proportionalita indirettamente laqual dimostra Euclide per la vigesima terza del quinto in le quantita in genere diueno adunque perche.

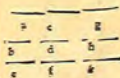


Se quanti si voglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in la medesima proportione seranno proportionali

Esempli grada essendo dal a, a, b, b si come dal d, d, e, e & dal b, a, c si come dal e, a, f dico che dal a, a, c sera si come dal e, a, f & per dimostrare questo sia duto in d, a, b, c peruenga g, h, i, k sera (per la precedent dal g, a, h si come dal d, a, b (per laqualcosa) x si come dal a, a, b anchora sia duto in d, a, c peruenga k, l (per questa decima nona propositione) sera dal g, a, k si come dal e, a, f perche dal h, i, d, e fimo k , fara il medesimo al contrario (per la decima settima propositione) dal d, a, i & perche adora que dal e, a, d, i, f sono simili & k , sera (per questa decima nona propositione) e, a, d, a, h, a, k si come dal e, a, f per laqualcosa e si come dal b, a, c . Et perche eglie stato dimostrato che dal g, a, h si come dal a, a, b (per la quindacesima propositione) sera dal a, a, c si come dal e, a, f che e il proposito. il medesimo tu approprai se in l'uno e l'altro ordine seranno piu di tre numeri, procedendo come in la vigesima terza del quinto tu prouado di piu di tre equa unita.

Theorema.xviii. propositione.xx.

²⁰
¹⁹ Se seranno quattro numeri proportionali quello che tien prodotto dal primo in l'ultimo sera eguale a quello che uien prodotto dal duto del secondo inel terzo. Ma se quello che e' prodotto dal primo inel ultimo e eguale a quello, che e' prodotto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.



Theorema.xx. Proposizione.xxii.

21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi numerano
 22 quei si uoglian in quella medesima proportione, egualmente, el
 minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano a, & b li minimi numeri in la sua proportione, & sia dal c al d si co-
 me da a al b dico che la mostra il c & il b al d egualmente. Perche es-
 sendo da a al b si come da c al d, sera permutatamente da a al c si come
 da b al d. Adonque al parte, ouer parti sera a de c, quala ouero quale e il b,
 del d. Adonque la sera parte e manifestato il proposito. Ma se sera parti sia, e
 una delle parti de a, & b, una delle parti de b, & perche tal parte e, e de c per
 il presupposito, quala e, e d al d, sera (per la diffinitione) la proportione del
 c al c, si come del c al d, per laqual cosa permutatamente del c al d sera si co-
 me del c al d, per laqual cosa etiam sera si come del a al b. Adonque a, & b
 non eno li minimi della sua proportione laqual cosa e il contrario de quello
 che stato posto finalmente anchora.

Quanti si uoglia numeri, ouer in una medesima proportione
 ouero in diuerse minimi numeranno tutti in la medesima pro-
 portione ciascaduno il suo correlatiuo egualmente.

Come se siano a, b, c, minimi in una medesima proportione ouer in diuer-
 se, & siano in la medesima, ouero medesima, de c al d che sia dal d al e,
 come da a al b, & da e al f, come da b al c. Dico che a, numerano d, & b, nu-
 merano e, & c, numerano f, egualmente, perche da a al b, e come da d al e, per
 mutatamente sera d al a, si come da b al c, & perche da b al c, e come da e
 al f, sera anchora permutatamente da b al e, come da c al f, per laqual cosa
 da b al c, e da d al a, sera si come da a al d, & perche a, b, c, sono minori de
 d, e f, sera il b, del e, & c, del f, tal parte, ouero parti quala, ouero quale e a,
 del d. Adonque se son parte e manifestato il proposito. Ma se son parti sia, g,
 una delle parti de a, & b, una delle parti de b, & c, una di quelle de e, & f, per
 lo presente presupposito, tal parte sera h, da e, & k, del f, quala, g, del d, per
 laqual cosa (per la diffinitione del h, da e, & del k, del f) sera si come del g al d,
 permutatamente adonque sera del g al h, come del d al e, & del h al k, co-
 me del e al f, per laqual cosa del g al h, come del a al b, & del h al k, come
 del b al c, perche adonque g, h, k, sono minori de, a, b, c, & in la medesima
 proportione seguita il contrario di quello che stato supposto.

Theorema.xxi. Proposizione.xxiii.

23 Se seranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi
 24 seranno fra loro primi.

Siano li duoi numeri a, & b, secondo la sua proportione minimi. Dico che
 essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduersario) po-
 ranno che, e, numeri quelli secondo d, & e, & f, sera (per la decima octaua, 103
 positione) del d al e, si come del a al b, & perche d, a, e, sono minori de, a, &
 b, seguita, a, & b, non esser li minimi in la sua proportione, che e il contrario

della posizione similmente anchora.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Se quanti si uogliono numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, ouer sian diuerse serano li minimi tuta numero li numerara tutti.

Come se siano a, b, c. li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che nium numero li numerara tutti. Ma se possibile sia (per l'aduersario) pontiamo che d numeri tutti que li s. e numeri. a. secondo. e. b. secondo. f. c. secondo. g. &c. per la decima octaua) sera del a. al. f. li come del a. al. b. &c. del f. al. g. li come del b. al. c. Perche adonque. e. f. g. sono minori de a. b. c. & serano la proportion de quelli non erano. a. b. c. come sono liati polti che e inconueniente. Ma adbenche nium numero numeri a. b. c. (dicendo li minimi) come di sepra se e demonstrato tamen il puo esser che un numero numeri doi de quelli quasi si voglia. Perche qualunque numero dato in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun tutto primo all'un e l'altro perconcranno tre numeri di quali ciascuno doi serano co'oposti tamen nium li numerara tutti. Se per dimostrare questo siano. a. b. c. tre numeri di quali ciascuno sia primo all'altre & sia dato. a. b. &c. & peruega. d. e. c. & similmente b. h. c. & peruega. f. Dico che ciascuno doi de d. e. f. esser tra loro compositi. Et tamen numero li numerara tutti, perche se manifestio ciascuno doi essere co'oposti. Perche a. numerara. d. & e. b. numerara. d. & f. c. numerara. e. & f. ma che nium li numeri tutti tre, se manifestara demonstrato prima che a. e il massimo numerante. d. & e. c. & anchora b. il massimo numerante. d. & f. c. il massimo numerante. e. & f. Et questo cosi se manifesta, perche se a. non e il massimo numerante. d. & e. Sia adonque g. & e numeri. d. secondo. h. & e secondo. k. & e per la seconda parte della vigesima sera del a. al. g. li come del. h. al. b. & si manifeste per la medesima del a. al. g. li come del. k. al. c. Perche adonque. a. e minore del g. sera. h. minore del b. & k. minor del c. & perche del. h. al. b. e li come del. b. al. c. perche l'uno e l'altro e li come del. d. al. c. (per la decima octaua) volta due volte. Et h. & k. li sono minori del. b. & c. o seguita (per quella che seguita da poi la seguente, cioe per la vigesima quinta & per il presupposito) che b. & c. siano anchora loro li minimi, & perche tal cosa e impossibile, cioe trouarse numeri minori di minimi. li per tanto seguita li numero a. esser il massimo che numeri li dati suoi numeri. d. & e. & f. per lo medesimo modo se procura che b. sia il massimo numerante. d. & f. & c. il massimo numerante. e. & f. & adonque se alcuno numero numerara. d. e. f. (per il contrario della seconda volta tre volte) cio numerara. a. b. c. Ma ciascuno de quelli era primo all'altre, accio adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si uogliono numeri liquali un numero non li numerara, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

Come se siano a, b, c. quali si uogliono numeri, liquali nium numero li numerara tutti. Dico che essi sono li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egli e possibile (per l'aduersario) siano li minimi. d. e. f. liquali per la vigesima prima numerano a. b. c. ciascun il suo relativo egualmento. Sia adonq ne che second o. g. & f. sera (per la decima settima) che ne uerra g. numerara. a. b. c. secondo. d. e. f. per laqual cosa accade il contrario deli possouere.

THEOREMA

Theorema.xxii. Proposizione.xxiii.

Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro della qua-
 22 li li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportion de primi,
 & che sia perturbata la proportionalita de quelli, essi in la equa
 proportionalita seranno proportionali.

Siano li tre numeri a, b, c & altri tre d, e, f che a duoi a duoi siano tali se-
 23 condo la proportion di primi, ma sia perturbata la pportionalita di que-
 guo che si come a, b, c così a, c, b & si co a, b, c così sia d, e, f & co
 che in la equa proportionalita se no proportionali, cioè si come a, b, c co
 si c, d, e perche d, a, b, c si come d, a, c, b . Adonque quello che vien
 fatto dal a, b, c (per la vigesima prima di questo) è eguale a quello che vien
 fatto dal b, c, a . Vualtra volta perche si come a, b, c & d, e, f & c, d, e &
 Adonque quello che vien prodotto dal d, e, f è eguale a quello che vien
 prodotto dal b, c, a , & è stato dimostrato che quello che vien prodotto dal a, b, c
 è eguale a quello che vien prodotto dal b, c, a . Adonque quello che vien pro-
 24 dotto dal a, b, c (per la vigesima prima di questo) è eguale a quello che vien
 prodotto dal d, e, f . Adonque per la vigesima di questo) si come a, b, c così
 è d, e, f che bisogna dimostrare.

Theorema.xxiii. Proposizione.xxv.

Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo
 25 la tua proportion.

Quenta e conueria della auanti la precedente come se siano a, b contra
 26 se primi essi seranno secondo la sua proportion minimi. Ma se non so-
 no minimi (per l'aduersario) in quella medesima proportion sia se e' pos-
 sibile finie c, d, e . Adonque e numero (per la vigesima prima) che c, d numera a ,
 & d, e numera b , & adonque come secondo e, f era (per la decima se-
 27 ma) che a, b numerare a, b & c, d numera a secondo e, f & b secondo d, e non
 sono adonque a, b contra se primi che e' contra il presupposto.

Theorema.xxiiii. Proposizione.xxvi.

Se serano duoi numeri contra se primi, se alcun numero numerara
 28 un de quelli, se a p pua necessariamente quel esser primo all'altro

29 Siano a, b contra se primi & c numera a , dico che c e' primo al b . & e'
 e' possibile esser altrimenti (per l'aduersario) poniamo che d, e nume-
 ri quello, & quale (per la penultima connotione) numerara etiam a , non sono
 adonque a, b contra se primi perche d, e li numera ambiduo.

Theorema.xxv. Proposizione.xxvii.

30 Se seranno duoi numeri, a qualunq; altro primo quello numero che
 31 vien prodotto dal duto dell'un in l'altro al medesimo fara primo.

Sia l'uno e l'altro di duoi numeri a, b primo al c . & lo prodotto dal a in
 32 b sia d , dico che d e' primo al c . & se e' possibile esser altrimenti po-
 tto che e li numeri ambiduo & che numeri d secondo f, h ora (per la secon-
 da parte della vigesima) del a, b sera si come del a, b & perche a, b so-
 no primi e, f numera a , & f, h sera (o la vigesima sesta) primo alla qualco-
 33 sa (per la vigesima quinta) a, b, e sono secondo la sua pportion minimi. Seguita a
 adonque (per la vigesima seconda) che e numera b , & perche e' stato posto che
 34 esso numeri c , non serano b, d & opera se primi la qualco- & per il presupposto,
 Q. lili

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline c \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline c \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline c \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array}$$

Theorema. xxvi. Proposizione. xxviii.

¹⁶ Se seranno duo numeri contra se primi, quello che se produce
²⁷ da vno de loro in se medesimo e primo all'altro.

Siano a. & b. contra se primi & da a. in se medesimo sia fatto c. dico che e primo al b. perche essendo d. egual a a. Sara ancor d. primo al b. & da a. in d. sia fatto e. (per la precedente) adonca e manifesto che esser primo al b. come hauemo proposto.

Theorema. xxvii. proposizione. xxviii.

²⁷ Se l'uno e l'altro de duo numeri comparati a altri duo sera pri-
²⁸ mo all'uno e l'altro, quello che sera prodotto dalli doi priori sera primo a quello che sera prodotto dalli doi posteriori.

Essendo a. & b. priori & c. d. posteriori & essendo l'uno e l'altro di docta. & b. primo all'uno e l'altro di docta. c. & d. lo prodotto da a. in b. sia e. & da c. in d. sia f. dico che e. e primo al f. Et d'ito la vigesima scila sola tre volte euidentemente concluder, perche essendo e. fatto da a. in b. di quali l'uno e l'altro e primo al c. & al d. sera (per essa vigesima settima) e. primo al c. & anchora (per essa) primo al d. Anchora perche essendo f. da c. in d. di quali l'uno e l'altro e primo al c. sera ynaltra volta (per essa vigesima settima) f. primo al e. che e il proposto.

Theorema. xxviii. proposizione. xxx.

²³ Se seranno duo proposti numeri contra se primi, & sia dato l'u-
²⁹ no e l'altro de quelli in se medesimo seranno li prodotti da quelli
 contra se primi & similmente se l'uno e l'altro di prodotti sia dato
 in el suo principio, seranno anchora li prodotti contra se primi.

Siano a. & b. contra se primi, & sia dato l'uno e l'altro in se medesimo & perotengano da a. in c. & da b. in d. & similmente sia dato a. in e. & perotenga e. in f. & perotenga f. in g. Dico, c. & d. esser contra se primi & similmente e. & f. contra se primi, perche c. (per la vigesima octa proposizione) e primo al b. per la medesima adonca sera d. primo al a. & al c. & cosi e manifesto il primo proposito igual e. c. & d. esser contra se primi l'altro se dimostra lo si perche l'uno e l'altro di doi numeri a. & b. e primo all'uno e l'altro di doi b. & d. adonque (per la vigesima nona) sera e. primo al f. che e l'altro proposto. Ma non solamente sera e. primo al f. ma euan (per la vigesima settima) al b. & al d. & similmente. (per la medesima) io. f. al a. & al c. & cosi finitote volte sera dato l'uno e l'altro di prodotti in lo suo principio non li prodotti seran contra se primi, & non solamente questo ma qual si voglia dato dal a. qual si voglia dato dal b.

Theorema. xxix. proposizione. xxxi.

29 Se seranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambi
 3 duoi, all'uno e l'altro de quelli sera primo. Et se lo aggregato de
 ambiduo al l'uno e l'altro sera primo, li duoi numeri anchora fra
 loro seranno primi.

Siano a. & b. contra se primi. dico che il composto de. a. & b. all'uno e l'altro
 de quegli sera primo &c. e conueniente perche se. d. numerata tutto. a. b. & l'uno
 de quegli numerata (per la communia scientia) etiam lo rimanente per la qualco
 sa non seranno contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque e manifesto
 il primo proposito. Et il secondo così se dimostra, sia. a. b. primo all'uno et l'altro
 di suoi componenti, liquali sono. a. & b. dico che. a. & b. sono contra se primi, per
 che posto che. d. numerasse l'uno e l'altro di duoi numeri. a. & b. seguita (per
 communia scientia) che etiam numerasse. a. b. composto da quelli per la qualco
 sa. a. b. non sera primo all'uno ne all'altro di duoi numeri. a. & b. ma era posto
 che l' fosse all'uno & l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo mes
 desimo modo se lo aggregato da ambiduo sera primo all'uno sera anchora pri
 mo all'altro, & pero & li aggregati fra loro, perche essendo il composto de. a. &
 b. primo al. a. dico che sera etiam primo al. b. essendo, altramente per l'aduersa
 rio poniamo che. d. numeri quegli elqual. d. (già conueniente) numerata etiam
 a. conueniente che numerata il tutto & lo detratto ma perche questo e inconuenien
 te sera il composto de. a. & b. primo al. b.

Theorema. xxx. proposizione. xxxii.

30 Ogni numero composto e numerato da alcuni numero primo

Sia. a. qual si voglia numero composto, dico che alcun numero primo nume
 ra quello perche e composto sera numerato da alcun numero ilqual pon
 to sia. b. delqual. b. de sera primo sera il vero quello che e stato detto, ma se sera
 composto. Sia. c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per commu
 na scientia) numerata. a. adonque se esso sera primo e manifesto quello che stato
 detto. Ma se sera composto necessariamente altro numero numerata quello il
 qual (possiamo) sia. d. elqual etiam (per communia scientia) numerata. a. del
 qual se diretti ordinare come prima. Perche adonque quante volte occorre il
 composto e necessario pigliare vno numero minore elqual numeri lo occor
 rente composto seguita che finalmente se deungia ad alcun numero primo al
 tramente acca de lo impossibile, & contrario alla quarta petizione cioe il nume
 ro deesse lo infinito.

Theorema. xxxi. proposizione. xxxiii.

31 Ogni numero ouer che egli primo ouer che egli numerato da un
 34 numero primo.

Sia. a. qual si voglia numero, dico che egli primo o numerato da un primo, che se non e
 35 no sera composto, qual si sia e numerato da un primo, che se non e
 36 no e che se primo, ouer che se non e da un primo, come si puo

Theorema xxxii. Propositio. xxxiii.

Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera e primo,

Se a. a. numero primo non numerante. b. dico che a. & b. sono contra se primi perche se non numerava quegli non e il vero che a. sia primo.

Theorema xxxiii. Propositio. xxxv.

Se un numero prodotto da due, sera numerato dalcun numero primo, e necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli due,

Se a. c. prodotto dal. a. in b. & sia d. numero primo igual sia posto numerato. o dico che d. numerata a. ouer b. Perche numerando c. secondo. e adonque si non numerata a. sera primo a esso (per la precedente): pero seranno secondo la sua proportion minimi (per la vigesima terza) speche della. a. & c. si come del. e. a. b. (per la seconda parte della vigesima) seguitara adonque (per la vigesima seconda propositione) che l. d. numerata b. che e il proposito.

Correlario.

Onde e manifesto che se alcun numero, numera el prodotto de duei numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serano chora comensurabile a uno de quelli:

Il Traduttore.

Lo sopra scritto correlario conclude che per le cose dettate dimostrare di sopra esser manifesto che se alcun numero o sia primo o non primo o numerata a. prodotto de duei numeri, ouero che a quello sia comensurabile, ouero comensurabile, che quei sera anchora comensurabile a uno de duei produccioni, la qual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non e molto chiara (massime la seconda parte) anzi ha de bisogno de un poco de dimostratione. Sia adonque, e. prodotto del. a. in b. & sia, d. comensurabile con il detto, e. dico che il medesimo d. sera comensurabile con a. ouer b. perche essendo, e. la communica misura de. d. & c. il detto e. sera numero primo, ouer che an sera (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egue primo numerando c. (come e sta posto) numerata etiam (per questa trigesima quinta propositione) a. ouer b. & perche numerata etiam, d. (dal doppioposto) adonque il detto a. (per la vigesima terza definitione) sera comensurabile con a. ouero con, b. Ma sel detto, e. non sera numero primo sera (come e detto) numerato da uno numero primo qual pougo sia, f. igual, f. numerata adonque (per la nona definitione) numerata etiam il. d. & c. ouero numerando, e. (per questa trigesima quinta propositione) numerata etiam, a. ouero b. seguita adonque (per la vigesima terza definitione) d. esser comensurabile con a. ouer con, b. & c. senza la lor communica misura che e il proposito.

Problema. iiii. Propositio. xxxvi.

Puotemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportion de quei numeri dati si uoglia.

Siano, a. b. c. d. li numeri proposti. Secondo la proportion de quali uoleno ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cerchamo (per la vigesima quinta propositione) Ma se seranno compositi sendo tolti (come insegna la seconda propositione) il massimo no numerano comunamente quelli, il qual sia, e. Et numerando quelli secondo d. & e. & c. & c.

& effi d. & e. faranno in la medesima proportion (per la decima octava propo-
 rtione) liguali dico effere quegli che cerchamo. Et se non sono quegli per
 l'aduersario) poniamo se possibile e che siano f. & g. liguali (per la vigesima
 seconda propositione) numereranno a. & b. equialmente. Sia adonque che
 secondo h. & i. fera (per la seconda parte della vigesima propositione) del co-
 al. h. si come del f. al. d. ouer si come del g. al. e. Per la qual cosa e. e minore del
 h. Et per tanto concluda che h. numerat a. & b. Adonque non fu il massimo
 numerante quelli. Ma così era poſſo che adonque & ſimiliter anchora.

Correlatio.

Onde eglie manifesto il massimo numero numerante communa-
 mente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella
 proportion.

Potemo ritrovare li minimi numeri secondo la continuatione
 delle proportioni de numeri allignati.

Come se siano a. b. c. secondo le proportioni di quali volemò ritrovare li
 minimi o siano in vna medesima proportion, ouer in diuerſe. Se siano
 numero numerat tutti quelli, effi ſono quelli che cerchamo (p. la vigesima quinta
 perche questo in quel luogo e ſtato demoſtrato). Ma ſe vno li numerat tutti più
 gliando (come inſegna la terza) il massimo numerante comunamente quei
 gli ſigui ſi d. i. & numeri quelli ſecondo e. f. g. i. quali faranno in la medesima
 proportion (per la decima octava) Dico quelli effere che domandamo; & ſe
 poſſibile e effere altramente (per l'aduersario) ſiano h. k. l. liguali (per la vigesima
 ma ſeconda) numereranno a. b. c. equialmente. Sia che ſecondo m. n. o. per la ſe-
 conda parte della vigesima) fera del d. al. m. come del h. al. e. ouer del k. al. l.
 ouer del l. al. g. Adonque d. e minor che m. per la qual cosa concluda che m. nu-
 merat a. b. c. non fu il massimo numerante comunamente quelli per la
 qual cosa ſeſuita lo impoſſibile, perche il d. fu poſſo effere il massimo nume-
 rant. a. b. c.

Correlario.

34 Onde anchora e manifesto il massimo numero numerante com-
 munamente qua ſi uoglia numeri numerar quegli ſecondo li mi-
 nimi numeri della proportion de quegli

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxvii.

Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della
 ſua proportion il maggior nel minore & lo minor nel maggior
 producano il minimo da queſti numerato.

Siano daci numeri a. & b. & li minimi in la proportion de queſti c. & d.
 & ſe ſera per la prima parte della vigesima) che d. al. a. in. d. & al. b. in. c. vien
 prodotto vn medesimo numero qual ſia e. il qual dico effere il minimo nume-
 rato d. al. a. & b. altramente ſe poſſibile (per l'aduersario) quel ſia f. il quale ſia
 numerato d. al. a. & b. ſecondo g. & h. & (p. la ſeconda parte della vigesima) ſera





del. h. al. g. si come del. a. al. b. & si come del. e. al. d. & (per la decimaottava
proporzione) sera del. c. al. h. si come del. e. al. g. adonque concedea che (per
la vigesima seconda proposizione) c. no merita. perche e. non era. f. cioe
l maggiore numeraria il minore, adonque per quello e impossibile e manifi-
esto esser il vero quello ch' e stato demo.

Correlario.

26 Onde eglie manifesto che il minimo numero numerato da
o numeri numera qual si voglia altro da quelli numerato.

Il Traduttore.

Q Visto correlario per le cose dette e manifesto, che che il numero, il
minimo numerato da a. & b. numeraria. f. & per le medesime ragioni
seguita che lui numeri qual si voglia altro numerato da a. & b.

Problema. iiii. Proposizione. xxxviii.

26 De quanti proposti numeri si voglia, puotemo ritrovare il mini-
mo numero numerato da quegli.



Siano li proposti numeri a. b. c. d. voglio ritrovare il minimo numero nu-
merato da quegli. Ritrovo adonque primamente il minimo numero
da a. & b. ma se per caso, a. numera. b. il non sera alio che. b. Ma se non
numera quello ne al contrario (cioe che. b. non numera.) se essi sono contra-
rie primi, quello che peruen dell' uno in l' altro sera il minimo) per la vigesima
quinta. & per la precedente) Ma se sono commensuranti, dicendo. n. il
minimo in la proporzion de quelli (come insegna la trigesima e sta propo-
sitione) & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenega. e. quel
le sera il minimo numerato da quegli (per la precedente) Anchora per si-
mil modo sia trovato il minimo numerato da e. & c. o qualunq. sia. f. & f. sera il
minimo numerato da a. b. c. & similmente sia trovato il minimo numerato
da f. & d. & f. g. & g. sera il minimo numerato dalli proposti numeri per
che (per la concessione) e manifesto che tutti numeranno esso. g. Ma se
non e il minimo (per l' anterior) poniamo se possibile e che sia. h. perche
adonque. a. & b. numeranno quello (per il correlario della precedente)
esso. h. sera numerato etiam dal. c. Anchora (per il medesimo cor-
relario) sera numerato etiam dal. f. & similmente dal. g. Adonque il maggio-
numeraria il minore che e impossibile.

Q Visto & la precedente sono proposte in altro modo sotto de tre condi-
zioni delle quale la prima e equivalente alla premessa, la seconda e
composta dell' sopra scritti due correlarii la terza propone de tre numeri, &
quella propone de quanti si voglian numeri adonque la prima e & o.

Dati doi numeri potremo trouare il minimo numerato da quelli.

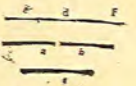
Siano li dati numeri a. & b. diquali ſel minore numeri il maggiore, il maggiore e quello che cerchiamo. A' tramente il maggiore numeraria un minore di ſe. Ma ſe ne l'uno ne l'altro mifurara ne l'uno ne l'altro. Se eſſi ſono contra ſe primi. Quello che peruiene dal a. in b. (qual ſia c.) ſera il minimo numerato da quelli perche ſe ſoſſe poſſibile (per l'aduerſario) che miſuſaſſeno vno minore de quello ſia. d. & che numeratiſſeno quello ſecondo. e. & f. (per la ſeconda parte della vigefima propoſitione) ſera dal a. al b. ſi come dal f. al e. & perche a. & b. ſono li minimi della ſua propoſitione (per la vigefima quinta propoſitione), a. numerara f. (per la vigefima ſeconda propoſitione) & perche (per la decima ottava propoſitione) dal c. al d. e' ſi come del a. al f. (perche dal b. in a. & in f. vien fuori. c. & d.) ſequita. c. numerare il d. Ma il d. era minore del c. per laqualcoſa ſequita lo ſma poſſibile. Ma ſe a. & b. ſuſſe communicanti biſogna negoziare li propoſiti co come in la trigefima ſetima.



La ſeconda delle tre concluſioni e compoſta da ambidui di ſopra ſcritti correlarii.

Se piu numeri numerara uno numero. le neceſſario che il minimo numero numerato da quelli numerate quello medefimo numero.

Come ſel ſia. d. qual ſi voglia numero. il quale ſia numerato da. a. & b. & ſia. c. il minimo numerato da quelli. Dico che il demo. c. numerara il d. perche eſſa do. d. maggiore. del c. ſel c. non numerara eſſo. d. tamen numerara alcuna parte de quello. & ſia. e. il piu. che numeri e ſia. f. il reſiduo & f. ſera minore de. c. perche adunque. a. & b. numeranno. c. numerara non (per commun ſcientia) etiam. e. ma numerauano. d. adunque (per l'altra commun ſcientia) numeranno. f. ſequita adunque lo ſuo cogniente. cioe che. c. non ſia il minimo numerato da. a. & b. El medefimo ſi conſiderara (& per lo medefimo modo) de qual ſi voglia numerato da quanti piu numeri ſi voglia. cioe che'l minimo numerato da quelli ſali numerara il medefimo.



La prima delle tre concluſioni e' queſta.

Propoſti tre numeri voglio trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

Siano li propoſti tre numeri a. b. c. & il minimo numero che numeranno. a. & b. ſia d. ilqual ſia tolto come inſegna la prima delle tre concluſioni. Se adunque c. numerara d. ſi ſapera d. eſſer quello che cerchiamo perche ſe a. b. c. numerano vn minore de quello qual ſia. e. il quale per la precedente concluſione ſeria numerato dal d. che e' impoſſibile. Ma ſe. d. non e' numerato dal c. ſia tolto. e. minimo numerato da quelli. Ma che e' ſia numerato da. a. b. c. e' manifeſto perche c. numerara eſſo & ſimilmente. d. adunque & a. b. ilquali numeranno. d. per laqualcoſa. e. ſera numerato dal a. b. c.



Se s'era il minimo numerato da a.b.c. ma se fusse possibile esser altrimenti per l'adversario poniamo che sia f. il quale per la precedente conclusione se tra numerato dal d. & c. numerata i (perche a.b.c. numerano quello) per laqual cosa c.d. numerano quello, per laqualcosa (per la precedente) a. numerata quello & maggiore di quello adunque il maggiore numeraria il minore laqualcosa non può essere, qui medesimo, & per lo medesimo modo si trovera de quanti popoli numeri si vogliono.

Theorema. xxxv. Proposizione. xxxix.

37 Se alcun numero numerara un altro numero, sera in el numero 39 to, parte denominata dal numerante.

El senso de questa e che ogni numero numerato dal ternario ha bda parte terza, & lo numerato dal quinario habda quinta & così de tutti li altri, come se b. numerata a. sera in a. parte denominata dal b. Hoc possitmo che i numeri quello quante volte e la vnita in. c. & (per la sedadecima proposizione) sera anchora che c. numerata a. quante volte e la v nita in. b. per laqualcosa tal parte e il c. della a. qual e la vnita del. b. & perche la vnita e parte de ogni numero denominata da esso numero (per commona scidentia sera c. parte della denominata dal b. che e il proposito.

Theorema. xxxvi. Proposizione. xl.

38 Se alcun numero haiera qual si uoglia parte, il numero detto da 40 quella parte, numerara quello.

Questa e conuersa della precedente, la intentione della qual e che ogni numero che habda parte terza sia numerato dal ternario, & quello che habda quinta dal quinario, & così de tutti li altri, come se b. sia parte de. a. denominata dal b. seguita che. c. numerata a. perche b. e parte de a. denominata dal. c. & la vnita e parte del c. denominata da esso c. (per la concertione) seguita che quante volte la vnita numeri c. tante volte b. numeri a. adunque (per la sedadecima proposizione) quante volte la vnita e in. b. tante volte c. numerata a. per laqualcosa e manifesto il proposito. A dimostrare il medesimo altramente essendo b. parte de. a. se tale e la vnita del. c. sera (per questa commona scidentia la vnita esser parte de ogni numero da esso denominata) c. denominante b. in. a. & perche b. e in a. tante volte quante e la vnita in. c. euidentemente seguita il proposito.

Problema. v. Proposizione. xli.

39 Potremo trovare il minimo numero che habbia le parti di piu 41 proposte denominazioni

Sino a b c d e di numeri denominanti le parti proposte, & e sia il minimo numero trovato di quelli (soltanto secondo la trigesima ottava) dico efi o. e. effer quello che cerchiamo, & per dimostrare ciò sia f. g. h. k. quelli numeri secodo liquali essi numerano il detto e. (per la sessadecima & questa communica se entra la volta e parte de ogni numero da esso denominata) sera vice vera che f. g. h. k. numerano e. secondo a b. c. d. per laqualcosa sono parti di quello detto da quelli adunque . e. e' quello che ha le parti delle proposte denominazioni. Anchora effer il minimo, perche essendo possibile che sia vno altro poniamo che sia l. e. lian le parti de l. dette da quelli, m. n. p. q. & seranno (per la sessadecima & la predetta communica scritte) a. b. c. d. viceversa parti de l. detti te da m. n. p. q. per laqualcosa e non era il minimo che numerano a. b. c. d. che e' inconvueniente. Her che hai hauuto il primo se tu vorai per quello hauere il secondo, o vero quanto grande re piaci, per il secondo tota il doppio del minimo & se vera il terzo tota il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche con cio sia che ogni moltiplicar de e. e numerato da a. b. c. d. (per questa communica scienda ogni numero numerante un altro quel numero ogni altro numerato da quello) se e necessario (per la trigesima nona) che ogni moltiplicar de e. habbia parti denominante da a. b. c. d. adunque se il doppio de. e. non sera il secondo che habbia le parti delle proposte denominazioni, sera vna volta l'equali si come seguirai essere maggior de e. così seguirai effer minore del doppio, & perche a. b. c. d. numerano quello (per la quadregesima) seguirai (per il correlario della trigesima ottava) che e. numerati medesimo laqualcosa e impossibile, perche con cio sia che i numeri se medesimo numeraria (per questa communica scienda ogni numero numerante il tutto solo detratto quel numero il residuo) la differenza di quello a se laqual con cio sia che la sia minore di lui il maggiore numeraria il minore laqual cosa non poa essere, adunque seguirai il doppio de e. effer il secondo numero che habbia le parti delle proposte denominazioni similmente anchora tu arguirai il triplo de e. effer il terzo provato il doppio effer il secondo, altramente perche essendo quello minore del triplo, & minor del doppio, seguirai e. non serare alcun fra il doppio & il triplo di esso . e. laqualcosa come prima e manifesto effer impossibile, ma provato il triplo effer il terzo alla sua moltitudine de quello tu approvera il quadruplo effer il quarto & così in degli altri.

Correllario.

39 Dalle qualcosa e manifesto che il minimo numero numerato da quanti si vogliono numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.

Poemo ritrovare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte denominazioni solti continuamente come seria a dire trouar minimo numero che habbia parte terza la qual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, o vero scima o vero qualunque altra che accada essere denominata dalle medesime, ouero da diuersi. Bisogna moltiplicare el denominatore della prima parte indi denominatore della seconda, & lo prodotto da que sti nel denominatore della terza & anchora quello prodotto nel denominatore della quarta, & così de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouero dalla vltima per fin alla prima, & quello che peruenira sera quello che se ricerca che a el proposito sera . 60. ouero, ottanta quattro, ma dho così effer tu l'hauerai detto

& cercare in qual minimo se trouano quelle denominazioni, & secondo qual quantita. Il minimo che contiene quelle similmente e manifesto esser il minimo numerato da quelle, & li numeri secondo quali numerano sono quelli liquidi determinano le quantita. Ma in l'uno e l'altro loco se troua el minimo per questo, perche infiniti sono li numeri che contengono quelle parti, & quelli in li quali se trouano quelle denominazioni, el si poi anchora poner quando parti si voglia, & altre denominazioni, ouer quant si voglian denominazioni, & altre tante parti. Ma non quale ne pare con quali ne pare. Ma le certe con le certe. Perche ponendo io tre, quattro, cinque, parti, & li denominatori de quelle, 6, 7, 8, & cercando lo qual numero contien quel le parti sono quelle denominazioni. Io fero simile allo inquisitore certamente vanamente lo impossibile. A dunque el si conueni poner le parti certe con le denominazioni certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominazioni, ma non liquidi, perche il minimo e vno solo. Perche, ouero che s'era proposta vna parte & vna denominazione, ouero piu & piu ne se potra pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello s'era il proposito. Perche solo e vno numero del qual el ternario e la parte quinta, & non piu. Anchora solo e quello del quale il ternario e la cettra, & lo senario la quarta e non piu. E per tanto colui che propone le parti & le denominazioni de quelle, indituno non e da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominazioni, ma qual vno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conueni cercare qual minimo contien quelle, & da quali sono denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominazioni conueni cercare le parti che sono derate da quelle denominazioni, & in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser piu conueniente cercar le parti per le denominazioni, che le denominazioni per le parti. Certamente la discreta delle denominazioni non delle parti compagna la discreta delle proportioni.

Il Traduttore.

A Me pare che la esposizione di questa vltima parte, non si accordi con la propositione, perche la propositione dice, che propose quant parti si voglia che puotemo trouare il minimo numero che contenga quelle la qual propositione in sostanza non vol dire altro che dato che sia piu numeri, puotemo trouare, il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, il qual vera e esser il minimo numerato da quelli, il quale trouandolo per il modo che insegna la uigesima cettra, haueremo concioio il proposito. Ma lo expositor vol che dare che siano le dette parte che s'ha anchora date le denominazioni & da poi per la notitia delle denominazioni vol trouare il minimo che habbia le parte delle dette denominazioni, che e quello medesimo che propone la 4. i. cioe lui inppone note le denominazioni & incogniti le quantita delle parti, li come propone la detta 4. i. & quella vol al contrario, cioe vole che siano note solamente le quantita delle parti, & p la notitia di quelle vol che trouano il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen queste interpositioni io tengo che non hano coie de Euclide per piu ragioni ma cose aggiunte da altri, & non credo che'l commento di Euclide ne enua le interpositioni di quelli, siano d'ua solo commentatore ma de piu co mentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, imho che io tengo che le bone sostantie dell commenti s'esseno di Euclide proprio perche il ordine de boni & famosi Mathematici e dato che hanno la propositione immediate sottoglionno la sua ipositione & questo se verifica in Archimede Siracusano, Apolloneo pergeo I ordano & molti altri, perche le cose non facieno, senza giudicatio maggiore intelligentia nelli commentatori che interpretasse quegli, che nelli propri Authori, perche

INCOMINCIA

LO OTTAVO LIBRO DE EVCLIDEDE

NUMERI SIMILI ET DELLE DENOMINA

tion de quelli, alla similitudine della quantita continua,
 & delle proportioni de essi insieme. Da Nicolo
 Tartalea B siciliano reafsemato & into-
 grado secondo le due tradoe-
 rioni, & per com-
 unia utilita dal latino in volgar
 te tradotto & con somma diligetia deacidato.

Diffinitione prima.

$\frac{1}{17}$ Li numeri sono detti lati delli numeri prodotti dalla lor multiplic-
 catione.

Il Traduttore.

E xempil gratia, 3, & 4, sono detti lati del 12, cioè del prodotto della multipli-
 catione de 3, fia 4, & similmente, 2, & 6, se diranno lati del detto 12, & co-
 si, 3, & 6, se diranno lati del 18, per le dette ragioni.

Diffinitione, II.

$\frac{2}{17}$ Lo numero che e contenuto da duoi lati e detto numero superficiale;

Il Traduttore.

E xempil gratia, 12, sera detto numero superficiale per esser contenuto da
 duoi lati liquali sono, 3, & 4, ouero, 2, & 6, & similmente il 15, & li suoi lati so-
 no, 3, & 5, ouero, 3, & 5, ouero, 5, & 3, ouero, 1, & 15, ouero, 15, & 1, ouero, 1, & 15, ouero, 15, & 1,
 mentre numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati ouer da due
 numeri ideoi & c. Ma quelli tali se ingannano perche innouo, ogni numero primo
 e numero superficiale, & l'un di suoi e la vna & l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione, III.

$\frac{3}{18}$ Ma quel numero che e contenuto sotto de tre lati, diquali uien a
 procuarle dalla continua multiplicatione de quelli e detto numero
 solido.

Il Traduttore.

Q uia l'authore ne diffinisse qualunoue il numero solido e quello che vien
 contenuto sotto de tre lati, ouero de tre numeri, & che se procera dalla con-
 tinua multiplicatione de quegli exempil gratia siano de positiue numeri cioè, 2,
 3, & 4, hor multiplicando il primo fia el seco do & quella multiplicatione, ouer
 quel prodotto multiplicato con se, & conuenientemente fia il terzo (cioe, 2, fia 3, fia 6, & 4,
 fia 24, 30,) questo vltimo prodotto (cioe, 30,) se chiamata numero solido, & li la-
 ti di tal numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme

(dico, 2, 3, & 4.) Ma bisogna aduertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi. Et exempli gratia el 30. considerando che sia prodotto delli superficiali tre numeri dico, 2, 3, & 4. sera solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati ouero prodotto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero prodotto da 2. e da 15. sera superficiale per esser compreso sotto da duoi lati ouero prodotto da duoi numeri. Il medesimo seguita che il compreso esse prodotto da 3. & da 10. ouer da 5. da 6. & per lo bisogna aduertire.

Diffinitione.iii.

El numero quadrato e' numero superficiale contenuto da lati equi.

Il Traduttore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano eguali ouero ineguali, ma quando li detti duoi lati sono eguali tai numeri superficiali per specificarli delli altri se chiamano numeri quadrati come 4. el quale e' prodotto, ouer contenuto da duoi numeri eguali dico da 2. fa 4. & similimente 9. e' numero quadrato per esser poi contenuto da duoi lati eguali che sono 3. & 3. multiplicati l'un fa l'altro & unitamente. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. & 144. sono tutti numeri quadrati per le ragioni dette. Et nota che ogni numero quadrato e' etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non e' quadrato.

Diffinitione.iiij.

El numero cubo, e' numero solido contenuto da lati equali.

Il Traduttore.

Per la terza diffinitione el numero solido e' quello che e' contenuto sotto de 3. numeri ouer lati o siano tutti 3. eguali ouer 2. eguale & l'altro ineguale ouer de tutti 3. ineguali, ma quando li detti tre lati ouer numeri sono tutti eguali per specificarli tai solidi delli altri se chiamano numeri cubi come e' 8. el quale e' contenuto sotto de tre lati eguali liquali sono, 2. & 2. & 2. liquali multiplicati l'un fa l'altro & quel prodotto fa l'altresera. 3. e' colli 3. sera numero cubo per esser contenuto similmente sotto de 3. lati eguali liquali sono, 3. & 3. & 3. multiplicati come detto fanno, 27. & similimente. 64. 216. 343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna auertire che ogni numero cubo e' anchora numero solido ma ogni numero solido non e' numero cubo.

Diffinitione.v.

Li numeri superficiali, ouero solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simile.

Il Traduttore.

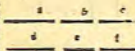
Exempli gratia. 36. & 18. ambduoi pono essere superficiali etiam solidi siccome che vien considerato ouero tola la continenza loro ma pigliandoli per superficiali li duoi lati di l'uno, & li duoi lati dell'altro pono esser considerati in vari modi secondo la varietà de numeri che multiplicati l'uno fa l'altro po

no produca cadaun de loro, ma pigliando per li doi lati del. 12. 4. e. 8. & per li doi lati del. 18. pigliando. 3. &. 6. hor p'esser li detti doi lati del. 12. (cioe) 4. e. 8. & per li doi lati del. 18. (cioe) 3. &. 6. (cioe) che tal proportione e da. 4. a. 8. come da. 3. a. 6. li detti doi numeri superficiali (cioe. 12. & 18.) faranno detti simili. Similmente de questi doi numeri. 216. & 1728. pigliandoli per soliz di. & pigliandoli per tre lati de. 12. 6. 4. e. 8. & per li tre lati de. 1728. 8. e. 12. e. 18. & perche li tre lati di l'uno (cioe. 4. 6. e. 8.) sono proporzionali ali tre lati di l'altro (cioe. 2. 8. 12. & 18. perche tal proportione e da. 4. a. 2. 6. a. 3. & da. 8. a. 4. & da. 6. a. 3. & da. 2. a. 18.) li detti doi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna aduertire che non e necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proporzionali come sono li sopra posti ma ponno essere continui & discontinui. esempi gratia sian li doi numeri. 2. 4. & 192. li quali pigliandoli per solidi & pigliando per li tre lati del. 2. 4. 1. 2. 3. 4. & per li tre lati del. 192. 4. e. 6. e. 8. & perche li detti tre lati dell'uno (cioe. 2. 3. e. 4.) sono proporzionali ali 3. lati dell'altro (cioe. 2. 4. 6. e. 8. cioe che tal proportione e da. 2. a. 3. & da. 4. a. 6. & da. 3. a. 4. & da. 6. a. 8.) li detti doi numeri solidi se faranno detti simili, abenchè li 3. lati di l'uno & di l'altro non siano continui in una proportione.

Theorema prima Propositione prima.

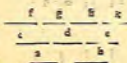
- $\frac{1}{2}$ Se li estremi de quanti numeri si uogliono di continua proportione
 $\frac{1}{2}$ lita, faranno contra se primi, tutti quelli e necessario secondo la sua
 proportione esser li minimi.

Siano. a. b. c. continui proporzionali & li doi estremi (li quali sono a. & c.) siano contra se primi, cioe che in la medesima proportione non se ne troua tanti similmente minori, ma se quello potesse accadere per l'aduersario siano. d. e. f. & (per la quindicesima propositione del seimto) sera del a. al. c. ali come del d. al. f. & perche a. & c. sono li minimi in la sua proportione (per la Vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la vigesima seconda) che a. a. numerasse d. & c. uenisse f. cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non poe.



Problema primo. Propositione. ii.

- $\frac{1}{2}$ Potremo trouare quanti numeri si uoglia de continua proportione
 $\frac{1}{2}$ nalita, secondo una data proportione minimi.



Siano. a. & b. li minimi de la data proportione, & sia detto. a. in se medesimo & faccia. c. & d.utto in. b. faccia. d. anchora dutto il. b. in se & peruenga. e. & c. d. e. faranno continui proporzionali in la proportione de. a. al. b. (per la decima octaua & decima nona del seimto) & perche. c. & e. sono contra se primi (per la trigesima del medesimo) faranno. c. d. e. li minimi secondo la data proportione (per la precedente) anchora sia detto. a. in tutti quelli & peruenzano. f. g. h. & i. in. e. peruenga. & faranno etiam. f. g. h. & i. continui proporzionali in la proportione de. a. al. b. (per la decima octaua & decima nona del seimto) anchora minimi (per la trigesima del medesimo & per la precedente) & per que sia via e ragione se ne troua. 3. o.uer. 6. o.uer. quanti si uoglia.

Correlario.

- $\frac{1}{2}$ Onde sera manifesto, che se faranno tre numeri de continua pro-
 $\frac{1}{2}$ portionalita minimi secondo quella, li doi estremi faranno quadra-
 ti, & se faranno quattro li estremi faranno cubi.

LO soprascripto corollario pñede che p il procello delle cose fatte & dino-
strate di sopra sera manifestato, che se saranno tre numeri de continua propor-
tionalita secondo quella minima li doi estremi saranno quadrati & se saranno
quattro le estremi saranno cubi, perche el si vede nel procello di sopra qualmen-
te li doi estremi, c. & e. eller peruenori dal duto de a. & del b. a se medesimo pe-
ro vengono a esser quadrati, similmente si vede li doi estremi d. & k. eller prodit
n l'uno dal duto de a. nel suo quadrato, c. & l'altro del. b. nel suo quadrato, e.
perche vengono a esser ambidui cubi & liati del. f. vica a esser. a. ouero tre
numeri equati a a. & similmente li lati del. k. vengono a esser. b. ouero tre nu-
meri equati a b. & c.

Theorema.ii. Proposizione.iii.

Se quanti si uoglian numeri continuamente proporzionali li saranno
secondo la sua proporzione minimi, el se approua li doi estremi de
quella necessariamente esser contra se primi.

Questa terza e al contrario della prima, perche stando a. b. c. d. continua-
mente proporzionali & li numeri secondo la sua proporzione, dico che li
doi estremi, a. & d. saranno tra loro primi, perche li doi minimi secondo la
proporzione de a. b. c. d. siano e. & f. & (per la vigesima terza del settimo) seran-
costr a se primi. A dunque per questi doi (secondo la doctrina della pñceden-
te) uian trouari similmente tanti continuamente proporzionali & minimi quan-
ti sono li numeri proposti, primamente tre liquali sono. g. h. k. dopo quattro li
quali sono. l. m. n. p. & a questo modo continuamente per lo aggiungimento de
uno per hui a tanto che se siano fatti tanti quanti sono li numeri proposti co-
me in quello luogo sono l. m. n. p. seguita adouque m. n. p. eller equati a. a. b. c.
d. per questa causa che in la medesima proporzione iani & li altri sono li minimi
& perche l. & p. sono contra se primi (per la uigesima del settimo) seranno an-
chora a. & d. (a quelli equati) contra se primi che e il proposito.

Problema.ii. proposizione.iiii.

Potemo trouare la similitudine de piu proporzioni assignate in li
minimi numeri secondo quelle proporzioni continuamente pro-
porzionale.

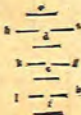
Si ano prima trouate le assignate proporzioni in li minimi termini come in
segua la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra a. & b. la seconda fra
c. & d. la terza fra e. & f. & così anchora de piu se saranno piu, hor voglio con-
nuar queste proporzioni in li quattro minimi numeri. Piglio adouque g. mini-
mo numerato dal. b. & c. & quante volte. b. numerata e. g. tante volte faccio che
a. numerata. h. Et anchora che l. d. numeri tante volte il. k. quante volte e. c. numerata
g. & se per caso e. c. numerata. k. faccio che. f. tante volte numeri. l. & così li quattro
numeri. h. g. k. l. seranno quelli che cerchamo. Perche e manifesto (per la decima
ottava del settimo) che l. tra del. h. a. g. li come del. a. al. b. & del. g. al. k. si come
del. c. al. d. & del. k. al. l. si come del. e. al. f. Anchora e manifesto quella esser li mi-
nimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come o. p. q. m. quant'ognora (per la
22. del settimo) tola due volte che l'uno e l'altro di doi b. o. c. e. numeri il p.
per laquale a. & g. numerata li medesimo (per lo corollario della trigesima ter-
za del settimo) che e inconueniente. Sono adouque. h. g. k. l. minimi ma se
per sorte e. non numerata. k. sia tolto m. il minimo numerato da quella (per doe
& k. l. equal

& K. & l'quali m. quante volte e numerato dal K. tante volte h. numerati. & g. tante volte numeri il p. & seranno (per la decima ottava del settimo) in p. m. in la proporzione del h. g. K. per la qual cosa del n. al p. sera come del a. b. & del p. al m. come del c. al d. & quante volte e numerati m. faccio che tante volte e. non merli. g. & sera (per la medesima) del m. al q. si come del e. al f. adunque e. manta folto che le a. figurate proporzioni sono continuate in le quattro numeri. liquali sono n. p. m. q. i quali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano le eglie possibile altri liquali siano. s. x. x. adunque perche (per la vigesima seconda del settimo) tolta due volte l'uno e l'altro di daci numeri. b. & c. numerati. s. (per il coeuarario della trigesima quinta del settimo) lequaria che. g. numerati il medesimo per la qual cosa etiam K. numerati. s. ma perche (per la vigesima seconda del settimo) e. numerati il medesimo. s. non fra. m. lo minimo numerato dal K. & dale. per questa ragione tu potrai continuare a quelle vualtra quanta & quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema.iii. proposicione.v.

La proporzione de tutti li numeri composti, dell'uno all'altro, e ob-
s. polta delle proporzioni di suoi lati.

Quello che propone la vigesima quinta del libro delle superficie de equi-
distanti lati, questa propone di numeri composti, siano li daci numeri
composti. a. b. li lati de a. siano c. d. e. f. li lati del b. siano g. h. i. dico adunque che la
proporzione del a. al b. e composta de quella che e dal c. al e. & de quella che e
del d. al f. Et per dimostrar questo sia che dal d. in e. sia fatto g. perche adunque
del d. in e. vien fatto a. & dal i. in e. vien fatto b. (per la conversione della diffi-
nitione di lati) sera (per la decima ottava del settimo) del a. al g. si come del c. al
e. & del i. al b. si come del d. al f. per la qual cosa (per la diffinitione) la proporzione del a. al b. come posta de quella
che e del c. al e. & de quella che e del d. al f. che e il proposito. ne e necessario
che continouo le proportioni di lati (cioe quella che e del c. al e. & quella che
e del d. al f.) in li minimi numeri trouati secondola dottrina della precedente
come insegnano alcuni perche questo e proposito non ne e serito, & quelli argui
sono pocho che quelli minimi siano h. k. l. in questo modo che sia del h. al k. si
come del c. al e. & del k. al l. si come del d. al f. & la proporzione del h. al l. esser
composta dalle proportioni delle propositioni & tolto g. esser fatto del d. in e.
arguiscono dal a. al g. esser come del h. al k. (perche eglie come del c. al e.) &
del g. al b. come del k. al l. (perche eglie come del d. al f.) e per tanto secondo
la egua proportionalita, & del a. al b. sera come del h. al l. concludendo adunque
la proporzione del a. al b. esser composta de quelle che e compoite h. al d. che e
Vero ma non necessariamente tolto.



Il Traduttore,

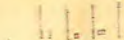
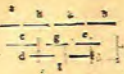
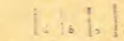
El testo di questa quinta proposizione in la seconda tradottione dicit in que-
sta forma.

Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proporzione
composta delli lati.

La qual proposizione e piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che
quella della prima tradottione perche li numeri primi come delli sopra la se-
conda diffinitione sono anchora loro superficiali, adunque alcuni superficiali di
Endue habbiamo contrattio opinione come sopra il decimo se potrà vedere.

Theorema.viii. Proposizione.x.

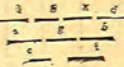
10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unita calcharanno quant. li no-
glii numeri in continua proportionalita, tanti similmente e necessa-
rio esser fra li detti doi numeri in continua proportionalita.



Siano li doi numeri a. & b. & siano c. & d. fra a. & la unita. anchora. e. & f. fra b. & la unita, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra a. & b. continuenti proportionali. Quella e conuersa della precedente, et to che al soggetto della precedente sia posto a. & b. esser contra se perui, che si vien posto in questo loco per la qual causa lo soggetto di questa e piu vniuersale del soggetto di quella. perche adunque quante volte la unita e in d. tante volte e' d. in c. & tante volte il c. in a. e manifeste che dal d. in se vien fatto il c. & dal medesimo modo in c. vien fatto a. similmente anchora dal fin se, & in c. sono fatti e. & f. essendo adunque detto d. in f. lo prodotto sia g. & similmente si mostro d. essendo detto in g. & e. & essendo li prodotti h. & k. manifeste adunque (dalla decima ottua del primo) che del c. al g. e come del d. al f. & (dalla decima nona) che del g. al e. e come del d. al f. per la qual cosa e. g. e. sono continuamente proportionali in la proportion de li d. & f. Anchora vna altra volta per la decima ottua) sono del a. al h. si come del e. al g. & del h. al k. si come del g. al e. & (per la decima nona) del k. al b. si come del d. al f. adunque g. a. h. k. b. sono continuamente proportionali, per la qual cosa e manifeste il proposito.

Theorema.ix. proposizione.xi.

11 Se seranno doi numeri ambidui quadrati la proportion de l'uno all'altro, de quelli sera come la proportion del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportion de l'uno all'altro, sera come la proportion del lato de l'uno all'altro triplicata.



Siano li doi numeri quadrati a. & b. & li doi cubi c. & d. li lati si di qua dra ti come di cubi siano e. (del a. & del c.) & f. (del b. & del d.) dico che la proportion de l'a. al b. sera si come del e. al f. duplicata, & del e. al d. si come la medesima triplicata, perche e manifeste che dal e. in se medesimo vien fatto a. & da esso e. in a. vien fatto e. così anchora dal f. in se vien fatto b. & da esso f. in b. vien fatto d. adunque sia detto e. in f. & peruenza g. & sia detto in g. & b. & peruenza h. & k. (per la decima ottua del primo) sera del a. al g. si come del e. al f. & (per la decima nona) del g. al h. sera si come del e. al f. adunque (dalla diffinitione) del a. al b. sera si come del e. al f. duplicata che e il primo proposito. Il secondo per lo medesimo modo e manifesto, (perche per la decima ottua vna altra volta) del e. al h. si come del a. al g. & del h. al k. si come del g. al b. & (per la decima nona) del k. al d. si come del e. al f. per la qual cosa e. h. k. d. sono etiam continuamente proportionali in la proportion de l'a. al b. adunque (per la diffinitione) sera del c. al d. si come del e. al f. triplicata che e il secondo proposito.

Il Traduttore.

Questa sopra scritta proposizione in la seconda traditione e diuersa in due proposizioni

proportioni & in quelle se propone due particule di più della presente perche la prima dice in questa forma videlicet.

Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati e numero, & lo quadrato al quadrato ha doppia proportionione chel lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li duoi medii proportionali, de duoi numeri cubi sono numeri, & il cubo al cubo ha tripla proportionione, come ha il lato al lato loqual particole se vede no. così esser per le demonstrationi fatte di sopra cioè che il medio proportionale fra li duoi quadrati a, b, c (dual e, g) e numero per esser prodotto del e, a, i, f & similmente li duoi medii proportionali fra li duoi numeri cubi e, d, e, d (cioe h, e, k) sono etiam numeri per esser prodotti della multiplicazione del numero e nelli duoi numeri g, d, b che e il propofino.

Theorema. x. propofitione. xii.

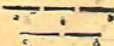
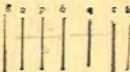
12 Se ciafcun di numeri de continua proportionalita fia multiplicato **13** in fe medefimo, quelli numeri che da quelli faran prodotti e necessario esser sotto continua proportionalita, & se li tuoi principii fian anchora multiplicati in essi p. oduti anchora li li prodotti da quelli e necessario esser de continua proportionalita, & il medefimo aduenira in tutte le estremita prodotte per questo modo.

Stano a, b, c continuamente proportionali di quali ciafcun fia multiplicato in fe medefimo & pervengano dal a, d, d, e dal b, e, e, f dal c, f, f, g dico che d, e, f, g continuoamente proportionali, & se anchora fia multiplicato a, i, d & pervenga h , anchora b, i, e & pervenga h, e, e, i, f & pervenga k dico anchora che g, h, k faranno continuamente proportionali perche essendo h il prodotto del a, i, b, i & i il cubo del a, c, i, n quel medefimo d (per la decima octava de decima nona del settimo) faranno d, i, e, m continuamente proportionali in la proportionione de a, b, c . Adunque per la equa proportionalita arguisse del d, i, e esser si come del a, i, f che e il primo propofino, lo rimanente vien dimostrato così fia multiplicato a, i, d, e & pervengano u, f, p . Anchora fia multiplicato c, i, e, f, g & pervengano q, x, r, s (per la medefima) faranno g, n, p, h, q, r, k anchora continuamente proportionali in la proportionione di primi adunque per la equa proportionalita conclude g, a, h esser si come h, a, l, k che e lo rimanente et la medea ragione fera quante volte che li primi siano multiplicati in li potati

Theorema. xi. propofitione. xiii.

13 Se al can numero quadrato, numerara unaltro numero quadrato, **14** el se $2p$ prova anchora el fuo lato numerar il lato di quello, & el fuo lato numerara il lato de quello, il quadrato numera il quadrato.

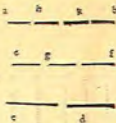
Stano li duoi numeri quadrati a, b, c & li lati de quelli d, e, f . Dico che se a numerara b , i, c numerara i, d & e quarto, perche e manifesto che dal dato del c, i, n se medefimo vien fatto a, d del d, i, n se medefimo vien fatto b , essendo adunque fatto e dalla multiplicazione del c, i, n per la decima octava & decima nona propofitione del settimo libro, faranno a, e, b continuamente proportionali in la proportionione del d, e, f , & adunque a numerara b , quello medefimo (per la settima propofitione de quello) numerara e , per la qual cosa d, e



numerara il d. che e il proposito primo, la parte conuersa così e manifesta. se a numerara d. lo a numerara r. e per quello che la proportionione della a. a. e. e si come del c. al d. & se i numerara e. esso numerara b. per questa causa che sono continuas menter proportionali.

Theorema.xii. Propositione.xiii.

¹⁴ Se un numero cubo numerara un altro numero cubo. Anchora
¹⁵ il suo lato numerara il lato dell'altro, & sel suo lato numerara il lato dell'altro, il cubo numerara il cubo.



Siano doi numeri cubi a. & b. & li lati di quelli e. & d. dico che se a numerara b. anchora il c. numerara il d. & e conuerso (per dimostrar quello sia multipli cati. in se & sia fatto. e. anchora il d. in se & sia fatto. f. adunque e manifesto che dal c. in. vien fatto a. & dal d. in. f. vien fatto. b. adunque il g. vien fatto dal e. in. d. & per la decima octaua & decima nona del settimo) a. e. g. li stanno continuamente proportionali in la proportionione del c. al d. Ma. h. & k. potran gono dal e. in. g. & k. Adunque (per le medesime propositioni) a. h. k. b. farano anchora continuamente proportionali in la medesima proportionione. Adunque se a numerara b. el medesimo (per la settima di questo) numerara h. per la qual cosa c. e numerara il d. perche dal e. al d. e si come del a. al b. adunque e manifesta la prima parte. La parte conuersa e manifesta il come la conuersa della prima perche se c. numerara d. anchora a. numerara h. la qual sel la numerara e. necessario che i numeri b.

Theorema.xiii. propositione.xv.

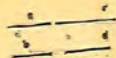
¹⁶ Se un numero quadrato non numerara alcun altro numero quadrato, ne il suo lato numerara il lato de quello. Et sel lato suo non numerara il lato de quello, el se conueniente de necessita quel quadrato non numerara quel altro quadrato.



Siano li doi numeri quadrati a. & b. li lati di quali siano c. & d. se a. non numerara b. dico che anchora c. non numerara d. & e conuerso se c. non numerara d. e a. numerara b. Hoc sia primamente che a. non numerara b. e adunque (per l'aduersario) numerara il d. (per la seconda parte della terzadecima di questo) & a. numerara b. laqual cosa e contraria alla positione, & così e manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che c. non numerara d. adunque se possibile e per l'aduersario che a. numerara b. (per la prima parte della terzadecima) e necessario che c. numerara d. adunque egli e necessario che lei numeri quello & gia fu supposto che i numeri laqual cosa e impossibile.

Theorema.xiiii. Propositione.xvi.

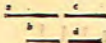
¹⁷ Se un numero cubo non misura un altro numero cubo, ne il lato de quello misura el lato de quello altro, & sel lato non misura il lato ne etiam il cubo misura il cubo.



Sia che i numero cubo a. non misura il numero cubo b. & il lato di esso a. sia e & del b. sia d. dico che c. non misura d. perche se c. misura d. etiam a. misura b. (per la quattadecima propositione dello stesso libro) ma a. non misura b. per il presupposto, adunque uel c. misura d. & Ma supposto

Ma supposto che *le* non misura *d*, dico che *a* non misuri *b*, perché se *a* misurasse *b*, & *c* misurasse *d* (per la decima quarta de questo, ma il *c*) del presupposto) non misura *d*, adunque ne etiam *a* misurasse *b*, la quale cosa Megnamo dimostrare.

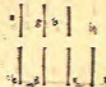
Theorema.xv. Propositione.xvii.



15 Se doi numeri superficiali seranno simili & necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalita continua, & la proportion de un numero all'altro a lui simile sera come la proportion de duplicata de uno di suoi lati al lato dell'altro a lui riguardante:

Si anelli doi numeri *a* & *b* superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportion, & per dimostrare questo sian li lati *della* *a*, *e*, *d* & li lati *della* *b*, *f*, *h*, *i* (per la conversione della diffinitione di numeri simili) sera del *a* *d*, *e*, *f* come del *b* *f*, *h*, *i* & manifesto che dal *c* in *d* vien fatto, *a* & *d* *e* *f* in *e* vien fatto, *b* adunque si fanno *g*, *d*, *e*, *f* in *d*, & (per la decima nona del settimo) sera *d* *e* *a* *g*, li come *d* *e* *f*, *h*, *i* (per la decima octava) del medesimo fimo del *g*, *b* *h* sera li come *d*, *f*, *h*, *i* per la quale cosa, sera *a* *g* *h* *i* come del *g*, *b*, *h*, *i* adunque *g* *e* medio fra *a* & *b* in continua proportionalita che e il proposito. Ma il correlario e manifesto essendo del *a* *a*, *b*, *b* (per la diffinitione) li come del *a*, *a*, *g*, duplicata la quale e a quella medesima che e dal *e* *a*, *e*.

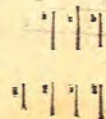
Theorema.xvi. Propositione.xviii.



17 Se un terzo numero caschiera fra doi numeri secondo la continua proportionalita quelli doi numeri seranno superficiali & simili.

Veisti e conuersa della precedente cioè che se fra *a*, *b*, *c* sia *c* costituito secondo continua proportionalita, dico che *a*, & *b* seranno ambedoi numeri superficiali & simili perché se seranno tolti *d*, *e*, *f*, *h*, *i* in quella proportion in la quale sono continui *a*, *b*, *c*, quelli (per la vigesima seconda del settimo) numereranno *a*, *b*, *c* egualmente & sia che li numeranno secondo *f*, & (per la medesima) *g*, *h*, *i* egualmente & sia che li numeranno secondo *g*, seranno adunque (per la diffinitione) *a*, *b*, *c* superficiali, & seranno anchora (per la diffinitione) *a*, *b* simili del numero *a* anchora *e* *g* *h* *i* del numero *b*, ma che essi sieno simili tra l'haera in questo modo. Perché essendo *e* *g* *h* *i* *g*, & similmente essendo il medesimo *g* *h* *i* *g*, *h*, *i* (per la seconda parte della vigesima del settimo) sera del *d*, *e*, *f* li come del *f*, *h*, *i* *g*, (per la diffinitione) adunque *a*, *b*, *c* sono simili che e il proposito. Et questo vimo proposito siqual e *a*, *b*, *c* esser simili tal poi haure (per la decima nona & decima octava del settimo) & per questo presupposto che *a*, *b*, *c* sono continuamente proportionali in la proportion de *d*, *e*, *f* de minimi numeranti *a* & *b* secondo *f*, *h*, *i*, & *b*, secondo *g*.

Theorema.xvii. Propositione.xix.



18 Se seranno doi numeri solidi simili & necessario fra quelli esser dai numeri secondo la continua proportionalita, & la proportion de l'uno solido all'altro a lui simile, sera come la proportion triplicata de qual li voglia suo lato al lato dell'altro a lui riguardante proportionalmente.

Siano li doi numeri, a, b , solidi simili, Dico che fra essi cadono doi numeri in continua proportion, & per dimostrar questo siano li lati del numero a , li numerici d, e , & li lati del b , siano f, g , & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) sera del c, a, l, f , & del d, a, l, g , si come del e, a, l, h , sia adoo K , il prodotto del c, i, n, d , & llo prodotto del f, i, n, g , & (per la diffinitione) seranno K, L , superficiali & simili per laqual cosa (per la decima settima di questo) sera quelli cade vn numero medio proportionale secondo la proportion del c, a, l , & qual sia m . Ma e manifesto che dal e, i, n, K , vien fatto a, f , dal h, i, n, L , vien fatto b, g . Se adooque dal c, i, n, m , & L , sono fatto n, p , & serano (p la 13. del settimo) del a, a, l, n , si cōe del K, a, l, m , & del n, a, l, p , si cōe del m, a, l, l , giaguacola, a, n, p , sono pñouamente proportionali in la proportion del c, a, l, f , perche (per la decima nona del medesimo) del p, a, l, b , si cōe del e, a, l, h , & pero si cōe del c, a, l, f , seguita che li quattro numeri a, n, p, b , sian continuamente proportionali secondo la proportion del c, a, l, f . Adooque fra a, b , sono li doi numeri in continua proportionale da suoi lati interpolati, che e il proposito & lo correlario e manifesto concluda che la proportion del a, a, l, b , sia (per la diffinitione) si cōe del a, a, l, n , replicata la g , e simile coe e a g , la che e dal c, a, l, f .

Speculatione. xviii. Propositione. xx.

- ¹⁹ Se seranno doi numeri & che fra quelli cascheno, ouero intergiu
²⁰ ceno doi numeri secondo la continua proportionalita, quelli doi numeri sono solidi & simili.

Vista e il conuerso della precedente, come se fra a, b , siano li doi numeri c, d , & e, f , medii in continua proportionalita, seranno li detti doi numeri, cioe a, b , solidi & simili. Et per dimostrar questo sian solidi tre minimi in la medesima proportion, continuamente proportionali, uguali siano e, f, g , & (per la decima octaua) seranno e, x, g , superficiali & simili. Siano adooque n, K , li lati del e , & L, M , li lati del g , & (per lo correlario della decima setima di questo) sera del e, a, l, f , si come del h, a, l, m , & si come del x, a, l, m , & e manifesto (dalla terza) che e, x, g , sono contra le primi, e pero (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportion son minimi. Et perche (per la ega proportiona lita) dal a, a, l, d , & c, a, l, b , si cōe dal e, a, l, g , seguita (per la vigesima seconda del settimo) che essi numeranno a, x, d , & egualmente, la qual numeratione sia condon n , & anchora a, x, b , egualmente la qual sia secondo p , perche adooque dal h, i, n, K , vien fatto e, f , & da e, i, n, n , vien fatto a, g , seguita (per la diffinitione) che a sia solido & li lati di quello sono h, x, n . Similmente perche dal L, i, n, M , vien fatto g, x , dal g, i, n, p , vien fatto b, g , seguita anchora che b sia solido & li lati di quello sono L, m, p . Ma che essi sian simili così se manifestara concluda che dal g, i, n, p , vien fatto d, x , dal medesimo i, n, p , vien fatto b, x , per la decima octaua del settimo) sera del n, a, l, p , si cōe del d, a, l, b , & perche con esso del h, a, l, L , & del K, a, l, m , (per la diffinitione) e manifesto a, x, b , esser simili che e il p. opoiso.

Theorema. xix. Propositione. xxi.

- ²⁰ Se de tre numeri continuamente proportionali el primo sera quadrato. Anchora il terzo e necessario esser quadrato.

Siano li tre numeri pñouamente proportionali a, b, c , & sia a , quadrato d'choe, & etiam quadrato. Perche sono (p la decima octaua pñoua) a, x, c , superficiali & simili essendo adooque a , quadrato (per il primo ppoiso) & sera etiam quadrato che e il proposito.

Theorema

Theorema.xx. Proposizione.xxii.

²¹ ²² Sel primò de quattro numeri continuamente proporzionali, sera cubo, il quarto e necessario esser cubo.

Siano li quattro numeri continuamente proporzionali a, b, c, d & sia a cubo. Dico che d e anchora cubo perche e manifesto (per la vigesima) che a, b, c, d sono solidi simili, & perche a, e cubo (per il presupposto) d sera anchora cubo.

Theorema.xxi. Proposizione.xxiii.

²² ²⁴ Se de duoi numeri, di quali la proportionè sia sì come d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno sera quadrato, anchora l'altro e necessario esser quadrato.

Siano li duoi numeri a, b in la proportionè de duoi quadrati liquali siano c, d & e, f sia a over b quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo c, d & e, f quadrati seguita quelli esser superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade vn medio in continua proportionè, per la qual cosa (per la octava) & fra a, b adonque (per la vigesima prima propositione) e manifesto il proposito.

Theorema.xxii. Proposizione.xxiiii.

²³ ²⁵ Se de dai numeri di quali la proportionè dell'uno a l'altro sia sì come de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro e necessario esser cubo.

Siano li duoi numeri a, b in la proportionè di duoi numeri cubi liquali siano c, d & e, f sia a over b cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche e necessaria che c, d & e, f siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quelli cadono duoi medi in continua proportionè, tanti similmente (per la octava) cadeno fra a, b , adonque per la vigesima seconda) e manifesto il proposito.

Theorema.xxiii. Proposizione.xxv.

²⁴ ²⁶ La proportionè dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, e sì come la proportionè de un numero quadrato a un numero quadrato

Siano a, b superficiali simili dico che la proportionè dell'uno all'altro e sì come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decima octava) sera vn numero medio in prima proportionè qual sia c , così adonque li tre minimi in la proportionè de quelli liquali siano d, e, f (per lo correlario del la seconda) d, e, f seranno quadrati & perche (per la equa proportionalità) del a, b , e sì come del d, e, f e manifesto esser vero quello che e proposto.

Theorema.xxiiii. Proposizione.xxvi.

²⁵ ²⁷ La proportionè dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e sì come d'un cubo ad alcun cubo;

Stano a. & b. solidi simili. dico che la proportion dell'uno all'altro, si come
quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona pro-
positione) sono fra quelli duei numeri medi secondo la continua proportion
liquali sia c. & d. siano li quattro minimi in la proportion de quelli e. f. g. h.
di quale c. & d. h. faranno cubi (per lo corollario della seconda di questo) perche
adonque (per la equa proportionalita) della a. b. e. si come della a. h. si propo-
sio e chiaro.

Fine del ottavo libro

LIBRO OTTAVO

ASSUMI uno triangolo acutangolo al qual si sia tirata la tangente con la
secante, e sia il triangolo acutangolo, e sia la tangente, e sia la secante.

noni triangoli simili, e sia la tangente, e sia la secante, e sia la tangente, e sia la secante.

LIBRO OTTAVO

coha l'ovale, e non si ha la proporzione di due triangoli simili, e sia la tangente, e sia la secante.

il triangolo, e sia la tangente, e sia la secante, e sia la tangente, e sia la secante.

LIBRO OTTAVO

il triangolo, e sia la tangente, e sia la secante, e sia la tangente, e sia la secante.

il triangolo, e sia la tangente, e sia la secante, e sia la tangente, e sia la secante.

LIBRO OTTAVO

il triangolo, e sia la tangente, e sia la secante, e sia la tangente, e sia la secante.

INCOMINCIA

EL NONO LIBRO DE EVCLIDE ME.

GARENSE PHILOSOPHO, DA NICOI

Io Tartalea Bracciano reafettatore integrato se-

condo le due tradotti, & per comi

una vilita dal latino in

volgare tradot

to, & de

citate.

Diffinitione prima:

$\frac{1}{6}$ El numero paro e quello che po esser diuiso in due parti eguale,

Il Traduttore.

Siccome sono 2, 4, 6, 8, 10, 12, & altri simili che se pono diuidere in due parti
seguale forma rompere la unita. Questa & le sei seguenti diffinitione nella
seconda traduzione sono poste nel primo libro come per li numeri appar.

Diffinitione.ii.

$\frac{1}{7}$ El numero di paro e quello che non po esser diuiso in due parti co
7 quali, & soprauanza il paro in la unita.

Il Traduttore.

La vltima parte de questa diffinitione ne aduertisse qualmente la unita non
vien connumerata fra il numeri di pari quantunque la non possa esser diuiso
in due parti eguale a tenore che lei non ha quella vltima conditione di sopra
uancare alcuno numero paro in una unita, per la qual cosa el numero ternario
vien a esser il primo, & il minimo de tutti li numeri di pari.

Diffinitione.iii.

$\frac{1}{8}$ El numero parimente paro e, e quello che tutti li numeri pari che
lo numeranno lo numeranno per uolte pare.

Il Traduttore.

Verbi gratia el 32. e numero da quattro numeri pari cioe da 2, da 4, da
8, da 16, & non daltre & perche cadauno de detti numeri lo numeranno
per volte pare cioe el 2. lo numerano 6, volte el qual 16, e pur paro lo 4. lo
numera 8, volte, & lo 8 lo numerano 4, volte & lo 16, due volte perche il dno.
32. e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo
numeranno per volte pare il medesimo se trouera el 64. e. 128. etiam 160.
8 & 400 &c.

4. Lo numero parimente, dispare e quello che tutti li numeri pari
 2 che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Traduttore.

Si come sono. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. & altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numeranno per uolte dispare. v. e. i. gratia il 30. e numerato da tre numeri pari, cioe da 2. da 6. & da 10. dal 2. e numerato. 15. volte & dal 6. e numerato 5. volte & dal 10. 3. volte liquali numeri de uolte per esser tutti dispare el detto 30. fera detto numero parimente dispare & questa specie di numeri nascono dal duplo de ogni numero dispare.

Diffinitione. v.

6. El numero parimente, & disparimente, paro e quello che li numeri
 10 pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per uolte pare, & alcuni per uolte dispare.

Il Traduttore.

Si come sono. 12. 18. 36. 40. & altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per uolte pare & da alcuni per uolte dispare. esempi gratia. 40. e numerato da 2. da 4. da 10. da 20. 9. volte pare e poi e misurato da 8. per uolte dispare cioe per 5. volte perche se dira che. 40. e numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri partecipano del numero parimente paro, & del numero parimente dispare.

Diffinitione. vi.

6. Lo numero disparimente dispare e quello che tutti li dispari che lo
 11 numeranno, lo numeranno per uolte dispare.

Il Traduttore.

Si come 11. 15. 21. 27. 33. 39. 45. & altri simili che tutti li numeri dispari che li numeranno li numeranno per uolte dispare. esempi gratia. 45. e numerato da quattro numeri dispari, cioe da 3. da 5. da 9. & da 15. per uolte dispare (cioe da 3. e numerato 15. volte & da 5. noue volte, & da 9. 5. volte, & da 15. tre volte giache fera detto numero disparimente dispare per la presente diffinitione

Diffinitione. vii.

2. Numero perfetto se adimanda quello che e eguale a tutte le sue
 3 parti delle quale e numerato.

Il Traduttore.

Si come sono. 6. 12. 496. & altri simili che sono eguali a tutte le sue parti che le numeranno

le numeranno, esempio le parti del 6 sono tre cioè la mitta che e 3, la terza che e 2, la sesta che e 1, lequal parte summate insieme fanno appresso 6, pero il 6 e numero perfetto per questa diffinitione il medesimo seguita inel. 28. de 495. se con diligentia trouerai tutte le sue parti che li numeranno & queste tai numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri, pero che da vno in fino a cento non se ne troua altri che duoi cioè. 6. & 28. & da 100. ascendendo gradatim per sia a 10000 se troua solamente 495, & da 1000 per sia a 10000, se troua solamente 328.

Diffinitione.viii.

S. Numero habondante e detto quello che e minore de tutte le sue parti.

Il Traduttore.

S. I come sono. 12. 24. 36. 48. & altri simili che tutte le sue parti giointe insieme soprassumono il detto numero come appare inel. 1. el quale ha la mitta (che e 6.) ha la terza (che e 4.) ha la quarta (che e 3.) ha la sesta (che e 2.) chã ha la duodecima (che e 1) lequal parti giointe insieme sono appresso 16. laqual summa per esser maggior del detto. 12. tal numero sera detto habondante il medesimo se dira della altri simili.

Diffinitione.ix.

S. Numero dimenuto e detto quello che e maggiore de tutte le sue parti.

Il Traduttore.

S. I come sono. 8. 10. 14. 16. & altri simili che tutte le sue parti giointe insieme sono minore del detto numero, cioè al contrario del numero habondante come appare in .8. el quale ha la mitta (che e 4.) ha la quarta (che e 2.) & ha la octaua (che e 1) lequal parti giointe insieme fanno appresso. 7. la quale summa de parti e minore del detto. 8. il medesimo si deve intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

S. Se seranno duoi numeri superficiali simili, quello che uien prodotto dal detto dell'uno in l'altro e necessario esser numero quadrato.

S. Iano. a. & b. superficiali simili della multiplicatione di quali peruenza. c. d. e. effer numero quadrato, & per dimostrar questo sia detto a. in se & per tenga. d. (& per la decima octaua del settimo) sera del. d. a. c. si come del. a. a. b. & perche fra. a. & b. cade un mezzo secondo la continua proportionalita (per la decima sentina del ottavo) seguita (per la octaua del medesimo) che anchora vno ne cada fra. b. & c. adonque concluda che. d. sia quadrato (per la vigesima prima del medesimo) sera. c. anchora quadrato, che e il proposito.

Theorema.ii. propositione.ii.

S. Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si produca numero quadrato, sono superficiali simili.

Questa è conuersa della prima, cioè che se da a in b sia fatto c & d , & e sia quadrato seranno a , & b superficiali simili. Hor sia d in e dato da a in f & e (per la decima ottaua proposizione del settimo libro) sera del d a e si come del a a b (per la decima settima proposizione del ottauo libro) concluda che d & e siano superficiali simili (imperochè sono ambiduel quadrati) sera fra quella vno numero medio secondo la continua proportionè adonque (per la ottua proposizione del medesimo) el ne sera anchora vno sia a & b adonque (per la decima ottua proposizione del medesimo) a , & b sono superficiali simili, che è il proposito.

Correlario.

2. Adonque per queste dimostrazioni fatte è manifesto che se un numero quadrato sia duto in un numero quadrato quello che da que gli sera prodotto è necessario essere quadrato. Ma se del duto è un quadrato in alcuno numero, sia prodotto numero quadrato quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se dal duto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia prodotto numero quadrato, quel tal numero è necessario esser non quadrato. Ma se un numero quadrato sia duto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli sera prodotto è necessario esser non quadrato.

La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa, perchè tutti li quadrati sono superficiali simili). La seconda è manifesta da questa concluda che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte d'el medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema. iiii. proposizione. iiii.

2. Se un numero cubo sia duto in se medesimo, quello che sera prodotto da quello sera cubo.

Sia a numero cubo dal qual duto in se sia fatto b , dico b esser cubo perchè essendoci il lato cubico de a , & de b , cioè c in e , sia fatto d , è manifesto adonque che da c in d vien fatto a suo adonque la vnità c , d , a continuamente proportionali, laqual cosa (per la decima ottua proposizione del settimo libro & per li presunti presupposti) è manifesto. Et perchè da a a b si come dalla vnità a a , imperochè quante volte è la vnità in a , tante volte sera a in b , seranno fra a , & b duei numeri medi secondo la proportionalità continua (per la ottua proposizione dello ottauo libro) concluda adonque che a sia cubo (dallo presupposto) sera anchora (per la vigesima prima del medesimo) b cubo che bisognaua dimostrare.

Theorema. iiii. Propositione. iiii.

4. Se un cubo sia duto in un altro cubo, quello che da tal moltiplicazione sera prodotto sera cubo.

Si sono a. & b. cubi, & dal a. in b. sia fatto c. dico c. esser cubo, & per dimostrare tal cosa, sia detto a. in se medesimo e sia fatto d. (per la precedente) del detto d. era cubo, & (perche per la decima octava proposizione del settimo) del a. a. b. e. come del d. a. e. (per la vigesima quarta del ottavo) e manifesto c. esser cubo che e il proposito.



Theorema.v. Propositione.v.

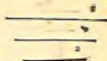
Se uno numero cubo sera dutto in un altro numero, & che lo prodotto sia cubo, lo numero inelqual e stato dutto e necessario esser cubo.

Esempii gratia sia a. numero cubo, & quel dutto nel numero d. produci e. qual e. sia numero cubo. dico b. esser cubo Et per dimostrare questo sia fatto dal dutto del a. in se equal (per la auante della precedente) era cubo, per che adunque (per la decima octava proposizione del settimo). a. a. b. e. si come del d. a. c. e. cubo & d. & c. sono cubi (per la vigesima quarta del ottavo libro) b. sera cubo che e il proposito.

Correlario.

Onde e manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo uien prodotto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien prodotto da quelli sera non cubo, quel numero inelquale sera stato dutto e necessario esser non cubo.

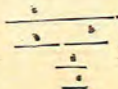
La prima parte del correlario e manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente.



Theorema.vi. Propositione.vi.

Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia prodotto numero cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal a. in se medesimo sia fatto b. & sia b. cubo. her dico necessariamente a. esser cubo, & per dimostrare questo sia fatto c. dal a. in b. & (per la distinzione) c. era cubo, & perche e manifesto (dalla decima octava proposizione del settimo) che sia del a. a. b. si come del b. a. c. & conchieta che b. & c. siano cubi seguita (per la vigesima quarta proposizione del ottavo libro). a. esser cubo che e il proposito.



Theorema.vii. Propositione.vii.

Se un numero composto sia dutto in qual numero si voglia, quello che da tal multiplicatione sera prodotto sera solido.

Sia a. numero composto, el qual sia detto in b. & peruega. c. dico c. esser numero solido perche concho sia che a. sia numero composto uien numerato da 1 con numero equali sia d. & numeri quello secondo e. perche adunque dal e. in d. vien fatto a. & dal a. in b. vien fatto c. (per la distinzione di solidi) sera c.

solido & li las di quello seranno & d. b. che e il proposito.

Theorema. viii. Proposizione. viii.

S Se seranno piu numeri dalla unita continuamente proporzionali, el terzo dalla unita sera quadrato, & da li in drio sempre intermesso uno, & il quarto dalla unita sera cubo & da li in drio sempre intermessi duo: & anchora il settimo dalla unita e quadrato cubico & da li in drio sempre intermessi cinque seguitara continuamente quadrato cubico.

Si ano dalla unita a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. continuamente proporzionali di. non esser quadrato & d. d. (interlassando e. e.) & così li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente metti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo, el quinto, el settimo, Anchora dico, e essere cubo & similiter, f. (cioe interlassando duo) & così in tutti li altri, & ognuno semplicemente e cubo, el luoco del quale sopra uada dalla unita per li ternario, ouero qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unita come sono, el quarto, el sesto, el decimo, el terzo decimo, & li sedicesimo, perche in questi conuenengono tutti quelli che interlassano li duoi. Et anchora dico, f. dalla unita sedimo, essere quadrato cubico, perche & similiter vi e intermessi, ouero interlassando cinque numeri, il medesimo seguita, negli altri & semplicemente dico quello el luoco del quale sopra uada dalla unita per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo, el terzo decimo, el decimosono, & el ygesimo quinto, esser quadrato cubico, eghe quadrato perche el luoco de quello e dispari, & cubo perche sopra el multiplice del ternario stanza la unita certamente tutti li multiplice del senario e necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo, perche (dal presupposito), a. e. b. d. quante volte e la unita in a. adunque b. (per la diffinitione) e quadrato, perche ad a. go. b. c. d. sono continuamente proporzionali essendo a. quadrato e manifestato (per la decima octa. & la propoitione, ouero ygesima prima (del quarto libro), d. essere quadrato & per la medesima ragione, perche d. e. f. sono continuamente proporzionali & quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adunque el primo proposito e manifestato. El secondo così se manifesta essendo b. in a. quante volte e a. in b. (dal presupposito) legittimo (per la diffinitione) che dal a. and suo quadrato b. sia fatto cadaque (per la diffinitione di numeri cubi), c. e cubo, & perche c. d. e. f. sono continuamente proporzionali, & similiter, e. g. h. k. & c. e cubo e necessario (per la ygesima & ygesima seconda propoitione del quarto libro) che l. anchora sia cubo, e pero etiam k. & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassati, per la qual cosa e manifestato el secondo proposito. Et perche li sei settimo termine, f. & li sei sedicesimo, n. & li altri interlassando li cinque medi & semplicemente in tutti quelli di quali el luoco sopra qual si voglia multiplice del senario aggiunge la unita le computationi sono terminate de quadrati & de cubi, de quadrati per la intermissione di vno termine de cubi per la intermissione de duoi seguita adunque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubi (per la seconda) per la qual cosa le dette computationi sono terminate di quadrato cubico ad aggiungendo quello che e detto e manifestato.

Theorema. ix. Proposizione. iiii.

S Se dalla unita seran disposti quanti numeri si uogliano di continui proporzionali

proportionalità, se quello che seguita la unita fara quadrato, tutti li altri anchora faranno quadrati: & se quello che seguita la unita fara cubo, tutti li altri anchora faranno cubi.

Siano quelli medesimi per auanti posti dalla unita continuamente proporzionali, & sia a quadrato, dico tutti li altri esser quadrati, ouer se el medesimo fara cubo similmente, dico tutti li altri esser cubi, perche eglie manifestato, essere quadrato (per la precedente) perche adouque del a. al b. & si come del b. al c. (per la uigesima prima dell'ottauo) seguita, c. esser quadrato, el medesimo anchora (per la decima octaua & uigesima prima del medesimo) puo aquire, delli seguenti il medesimo, & p il medesimo modo, si qualcosi e manifesto il primo pposito, & lo se cono se manifesta in questo modo, concluda che b. fa tanto del a. in se medesimo, se a. fara cubo esso anchora (per la terza fara cubo) & (per la premessa) ma nichilo, & esser cubo, adouque (per la uigesima quarta del ottauo) pu approuar d. & tutti li altri seguenti chere cubi, perche e del a. al b. si come del e. al d. el medesimo anchora pu approuare, per la uigesima ouer uigesima seconda del medesimo, perche a. b. c. d. e. b. c. d. e. & tolti cadanno a quattro continuamente, sono continuamente proporzionali.

Theorema. x. Propositione. x.

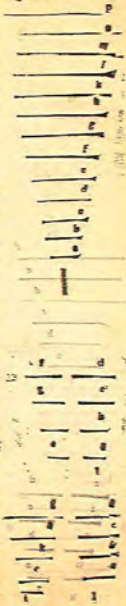
10 Se dalla unita faranno disposti quanti si uogliono numeri de continui proportionali, se quello che seguita la unita non fara quadrato, alcuno delli altri non fara quadrato, eccetto el terzo dalla unita, & da quelli che da li in drio da uno intermedio si trouano quadrati, & se el secondo dalla unita non fara cubo niuno delli altri fara cubo, eccetto el quarto dalla unita, & da li in drio quelli che dalla intermissione de doi sono formati cubi.

Questa (dal opposito habbiamo della precedente) introduce la parte della opoista parte, & dico parte perche dalla octaua e manifesto tutti li modoli di pari esser quadrati, & tutti quelli di quali el loco sopra el ternario, ouer qual si uoglia multiplice di quello suauza la unita esser cubi, siano adouque quelli medesimi per auanti posti continuamente proporzionali, & non sia a quadrato, ne etiam cubo, hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato ouer cubo, se non quelli che propone la octaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato, seguita (per la uigesima terza del ottauo) a. esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo seguita (per la uigesima quarta del medesimo) a. esser cubo, di quale uno e cubo e contra al presupposito, adouque e manifesto el propoisto.

Theorema. xi. Propositione. xi.

11 Se alcuno numero primo numerara l'ultimo de quanti numeri si uoglia dalla unita disposti di continua proportionalità, e necessario anchora numerare quello che seguita la unita.

Siano dalla unita per fin al d. continuamente proporzionali, & sia a numero primo, d. qual sia posto numerare, d. dico che el medesimo e numerato a. per che se non lo numerara a. esso primo (per la trigesima quarta del primo libro) & perche dalla a. in se uien fatto seguita (per la uigesima ottaua del medesimo libro) che esso anchora si sapino al b. & (per la uigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al c. & al diuero che da a. in b. uien fatto, c. & da medesimo in c. uien fatto, d. adouque quei non numerato diueno primo



a esso, & per la qual cosa accade el contrario del precepto. A dimostrare el medesimo altrettanto, essendo e primo se non numerata, & era prima a esso (per la trigesima quarta del settimo) adunque (per la vigesima quinta del medesimo) saranno minimi in la sua proporzione, ma perche (dal precepto) si sa che lo numeri secondo f, ycramente e manifesto che, dal a. in. c. vien fatto d. (per la seconda parte della vigesima del settimo) era del a. a. l. e. si come dell a. e. per la qual cosa (per la vigesima seconda del medesimo) e numerata e. & si che i numeri secondo g. & perche dal a. in. b. vien fatto, c. seguita anchora (per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo, c. numeri d. le hor fa adunque che lo numeri secondo h. & perche vn'altra volta dal a. in. e. vien fatto, b. vn'altra volta e necessario (per le medesime propositioni) che el detto e numeri esso a. & gia e istato supposto che i non lo numeri adunque seguita lo impossibile.

Theorema. xii. Propositione. xii.

12 In li numeri della unita continuamente proporzionali el minore numerara el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella proportionalita.

Siano termini della unita per fin al. f. continuamente proporzionali dico nullo de essi poter numerare, se non secondo alcun delli altri, perche egli e manifesto che e. numerata e. f. secondo a. perche dal a. a. l. e. si come della unita a. l. x. & d. numerata el medesimo f. secondo b. perche (per la equa proportionalita) el d. a. l. e. si come la unita a. l. x. & anchora e manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo permutando anchora a. nome ra esso f. secondo e. Imperoche si come la unita a. l. x. & d. a. l. x. b. lo numerata f. secondo d. perche si come la unita a. l. x. & d. b. a. l. f. vero e adunque quello che e la propo. Certamente ciascaduno termine che se prepona numerare puo uno de quanti termini sera sotto l'ultimo di se conueno (per la equa proportionalita & per la definitione) numerare quello per el numero de quei termini che per altri tanti termini sera sopra alla unita.

Theorema. xiii. propositione. xiii.

13 Se quello numero che seguita la unita, de quanti numeri si voglia dalla unita continuamente proporzionali, sera numero primo, ni uno numero numerara el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalita.

Siano come per avanti li medesimi termini continuamente proporzionali dalla unita per fin al. f. & si a. numero primo, dico che nullo numero numerara l'ultimo se semplicemente alcuno de quelli se non alcuno de quelli che antecede l'ultimo, ouero quello che sia sta posto. eler numerato perche se possibile fusse eler altrimenti (per l'aduersario) poniamo che sia e. dintra da quelli che numeri el d. e. q. ual e. e. sera primo (per la vndecima non. tra. a. i. non. tra. a. non e primo che contra il precepto. Ma se esso sera composio e necessario (per la trigesima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello el qual non pol eler nullo altro saluo a. perche se egli altro che a. (per l'aduersario)

traderario) come seria a dire. *f. & concludia che i sia necessario quell' numerar*
d'le arguta, el medesimo numerar. a. (per la vndecima) e così anchora. *a.* non
 seria primo adonque *a.* e primo numerato. *e.* ma perche *e.* numerar. *a.* sia che i
 lo numeri secondo. *g. & c.* (per la seconda parte della vigesima del settimo libro)
 sera. *a.* *al. & c.* come. *g. & c.* (perche *d.* vien fatto dal. *a.* in. *e.*) per la qual cosa *a.* non
 merando. *e. & g.* numerar. *c. & c.* sia che i lo numeri secondo. *h. & c.* seguita che. *a.* non
 meri. *g.* per quelle ragioni, per le quali seguita che numerar. *a.* e altramente ser
g. e primo numerando. *g.* seguita (per la vndecima) che numerar. *a.* & seguita com
 polio (per la medesima) seguita el numero primo numerato. *g.* numerar. *c.* *22*
a. che e inueniente. *ad. & c.* *a.* numerar. quello seguita *ad. & c.* (per la se
 conda parte della vigesima del settimo) che *h.* numeri anchora. *b.* imperoch
 manifestar. *e.* esser primum si dal. *a.* in. *b.* come del. *g.* in. *h.* adonque *e.* *h.* nume
 ri esso secondo. *K. & c.* manifestar. (come per auanti del. *g.*) che *a.* numeri. *h.* per
 che se non lo numero non sera. *a.* primo. Adonque (per la seconda parte de
 la vigesima prima del settimo) seguita che *x.* numerar. perche *b.* e. *f.* sono si dal. *a.* in
 se medesimo come del. *h.* in. *g.* & manifestar. non esser. *a.* perche nuno di *g.* *23*
 meri. *g.* *K. & c.* adonque del. *a.* in. *e.* *d.* perche se. *g.* fusse alcun de quelli, concludia
 che *e.* lo numeri. *d.* secondo. e seria (per la precedente) anchora. *e.* alguno de que
 gli & quel non era dal presupposito, adonque ne etiam el. *g.* ne sera, similmente
 concludia che *h.* numeri. *c.* secondo. *g.* non sera. *h.* alcun di *a.* in. *e.* perche el se les
 ria (per la precedente) etiam *g.* & etato dimostrar. qualmente el non e adonq
 per la medesima ragione ne *h.* ne. *K.* concludia che *e.* lo numeri. *b.* secondo. *h.* se
 quel fusse. *a.* de conuenientia (per la precedente) anchora. *h.* esser. *a.* & *g.* non era
 ne. *K.* adonque sera. *a.* & numerar. quello adonque *a.* non e primo la qual cosa e im
 possibile. *¶* Ad dimostrar. el medesimo altramente ser. *o.* di *c.* di *a.* in. *e.* *24*
tr. & c. sia che i lo numeri secondo. *f. & c.* perche *a.* numero primo numerar. *d.* produ
 to dal. *e.* in. *f.* seguita per la trigesima quinta del settimo, che quei numeri. *e.* con
 f. numeri adonque. *e.* perche adonque si del. *a.* in. *e.* come del. *a.* in. *f.* vien fatto. *d.*
 per la seconda parte della vigesima del settimo, sera del. *a.* *al. & c.* come del. *a.* *al. & c.*
 adonque. *q.* numerar. *e.* sia che i lo numeri secondo. *g. & c.* per la trigesima quinta
 del settimo sera anchora che *a.* numeri. *f.* ouer. *g.* & sia che numeri. *f.* & seguita
 per la seconda parte della vigesima del medesimo che *g.* numeri. *b.* & sia che lo
 numeri secondo. *h.* come per auanti adonque *a.* numerar. *g.* ouer. *h.* & sia che
 numeri. *g.* adonque *h.* per la seconda parte della vigesima prima del settimo ne
 merar. *a.* adonque se *h.* non e eguale al. *a.* non sera primo, che e contra il pre
 supposito. Ma se la sera eguale al. *a.* discendiamo di numeri. *g.* *f.* e. *25*
 del. *a.* in. *e.* *d.* per la precedente, tela quante volte bisogna. Adonque non e
 diuerso da quelli la qual cosa e anchora contra al presupposito, per tanto e ma
 nifesto esser el vero quello che si proposso.

Theorema. xiiii. Proposizione. xiiii.

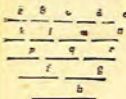
14 Se sera proposto el minimo numero, numerato da piu numeri pri
24 mi assignati, niun altro numero primo, numerara quello eccetto
 che quelli assignati.

*S*ia. *a.* el minimo numero numerato dalli numeri primi che sono. *b. & c. & d.* Nio
 che altro numero primo, ecorno che quelli non numerar. *a.* & se possibile fus
 se per l'autorita che uno altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia
 triquali numeri quello secondo. Adonque perche cadaun o di numeri. *b. & c.*
 numerar. *a.* prodotto de. *e.* in. *f.* & cadauno de quelli e primo, seguita (per

la trigesimaquinta proposizione del settimo libro) che ciascuno de quelli numeri è ouero prima perche nissuno numerato conosci che egli primo adunque ciascuno di quelli numeri è conosci adunque che, f. sia minore de. z. (per che lui numerato quello secondo. c.) a non fara el minimo numerato da quelli la qualcosa e incontinentere.

Theorema. xy. Proposizione. xy.

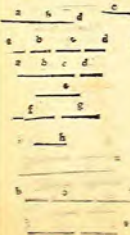
¹⁵ Se quanti numeri si uoglia, continuamente proporzionali, seranno li minimi secondo l a sua proportionē, ciascuno numero che numeri alcuno de quelli, fara comunfurabile a laltro di termini di quella proportionē.



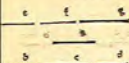
Se siano a. b. c. d. e. continuamente proporzionali, & li minimi secondo la proportionē de. f. a. g. liguali siano per in la sua proportionē minimi, & essendo posto. h. numerare. c. dico che. h. e comunfurabile al. f. ouero al. g. perche se essendo soliti li quattro minimi in quella proportionē, liguali siano. K. a. m. n. e. l. e. m. n. l. l. (per la seconda proposizione dello octauo libro) che dallo. s. in. m. n. e. fatto. c. adarmente accaderia essere vno minore del minimo, laqual cosa essere non puo. adunque (per il correlario della trigesimaquinta proposizione del settimo libro) h. fara comunfurabile allo. f. ouero allo. m. ma se la fara comunfurabile allo. f. e manifesto el proposito, ma se fara comunfurabile allo. m. fino soliti li tre termini minimi in quella proportionē, liguali siano. p. q. r. d. e. (per la seconda proposizione dello octauo libro) fara che. m. sia fatto de. s. m. r. accio che non siano costretti a conceder essere alcuno minore del minimo, per laqualcosa si (per il predetto correlario) h. e comunfurabile allo. f. ouero allo. r. ma perche non era comunfurabile allo. f. perche essendo così si manifesta il proposito adunque e comunfurabile allo. r. el quale per essere fatto (per la seconda proposizione dello octauo libro) dal. g. in. se seguita (per il detto correlario) che h. sia comunfurabile al. g. che e il proposito.

Theorema. xvi. Proposizione. xvi.

¹⁶ Se seranno quanti numeri si uoglia continuamente proporzionali, minimi in la sua proportionē, qual si uoglia di quelli, e approuare, necessariamente essere primo al composto delli rimanenti.



Siano a. b. c. d. continuamente proporzionali, & minimi, dico che el composto de. a. b. c. e. essere primo al. d. perche se non fara primo (per l'aduersario) al c. uno numero numerato el detto composto de. a. b. c. d. elqual sia. e. per la precedente proposizione) adunque. e. fara comunfurabile a uno de dadi termini di quella proportionē, liguali siano. f. & g. adunque fara alcuno numero numerato. & uno delli detti dadi termini. l. g. el quale sia. h. perche adunque. h. numerato. e. numerato. d. e. el composto de. a. b. c. d. perche numerato. f. ouero. g. l'uno & l'altro de quali numeri l'uno & l'altro di dadi termini di mezzo, & semplicemente numeri se faranno più de dadi per la seconda dello octauo) seguita che esso numerato. h. & c. ad uno numero anchora. a. perche numerato. a. ouero. a. & c. d. g. sono contra se primi, laqualcosa non e conueniente per la terza dello octauo) similmente anchora si manifesta el composto de. a. b. d. e. f. essere primo al. c. perche se non per auanti. & c. numerato ambiduo) seguita (per la precedente) che alcun numero, elqual sia anchora. h. numerato. e. & c. l'uno di dadi. f. g. ad. o. h. numerato. e. & c. l'uno de. a. b. c. d. & c. laqualcosa che l'una & l'altro de dadi termini di mezzo ad uno numero e el composto de. a. & c. d. & c. perche necessariamente numerato l'uno di dadi. a. ouero. d. perche che per la precedente lui numerato c. l'uno & l'altro di dadi termini. f. ouero. g.



Comese dal *b, d, c, & d*, in *a* si fan tutti *e, & f, & g*, el composto anchora vien fatto dal composto in quel medesimo lagnalecosa (per quello che demo- strato dalla decima settima proposizione del settimo libro) vien concluso facil- mente el proposito.



3 Quel prodotto che uien fatto dal duto de quanci numeri si uo- glia in quanti altri si uoglia, e eguale a quello che uien fatto dal co- posito de questi nel composto de quelli.

Come se *a, b, c* multiplichalio *d, e, f*, cioè cadauno de loro in cadauno de quelli & siano anco li prodotti insieme dico lo aggregato delli prodotti, esser eguale al prodotto del composto de *a, & b, & c*, canel composto de *d, & e, & f*, perche (per la precedente) il pto che vien fatto dal composto de *a, b, & c*, in *d, e* quanto quello che vien fatto a vno per vno in esso *d, & e* in *e, & in f*, & del composto de questi *a, b, & c* in cadauno de quelli *d, e, f*, (per auanti la pre- cedente) sia quanto che del composto nel composto. A douque e manifesto il proposito.

4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto sera quel prodotto che uien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quel- lo che uien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la 2. del secondo de linee come se *a*, sia diuiso in *b, & c, & d*, dico che tanto vien fatto de *a* in se quanto in tutti quelli *b, c, & d*, perche posso, e queste *a, b, & c* manifesto (per la prima di queste incidenti) tanto esser fatto de *a* in *a*, quanto in tutte le parti de *a*. Ma (per la concorrenza) de *a* in *a*, vien fatto quanto de *a* in se & de *a* in le parti de *a* quanto de *a* in se nel me- desimo, e adouque e manifesto esser il vero quello che si fa detto.



5 D'ogni numero diuiso in duoi, quel prodotto che uien fatto del tut- to, in l'uno di diuisenti, e tanto quanto quello che uien fatto del medesimo diuisente in se, & in l'altro.

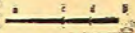
Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee. esempi graui. Sia *a*, diuiso in *b, & c*, dico prodote tanto de *a* in *a*, quanto che de *a*, in se, & in *b*, perche quello che vien fatto de *a* in *a*, in *c* quanto quello che vien fatto de *a* in *a*, (per la decima settima del settimo) adouque tolto *d*, equal al *c*, sera tanto de *a* in *a*, quanto de *d* in *a*. Ma (per la prima di queste) tanto de *d* in *a*, quanto che in *b, & c*, perche adouque *d* in *a*, & in *b, & c* in *a*, e quanto de *a* in *a*, & in *b, & c* in se per la equalita de *c, & d*, & manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diuiso lo prodotto che uien fatto del duto- to del tutto in se e quanto quello che uien fatto del duto dell'uno e l'altro di diuisenti in se, & dell'uno de quelli, doue uolre in l'altro.

Il medesimo in linee propone la quarta del secondo, come se *a*, sia diuiso in *b, & c*, dico tanto essere fatto de *a* in se quanto de *b* in se & de *c*, in se & de *b, & c* doue uolre, perche (per la quarta de queste) quello che vien fatto de *a* in se e quanto quello che vien fatto de quel medesimo in *b, & c* in *a*, ma quello che fanno di quello in *b, & c* (per la precedente) e quanto quello de *b* in se & in *c*, & de *a* in *c*, (per la medesima) e quanto de *c* in se & in *b*, & perche de *c* in *b*, e tanto quanto de *b* in *c*, (per la decima settima del settimo) se chiaro esser el ve- ro quello che se propone.



- 7 D'ogni numero diviso in due parti eguale, & in due ineguale lo prodotto che vien fatto della maggiore delle ineguali in la minore, con lo quadrato dello intermedio e eguale al quadrato della mitade del tutto.



Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se a, b sia diviso in due numeri eguali liquali siano a, c, b, c , & anchora in due ineguali il maggiore sia a, d , & minore d, b . Dico che quel prodotto che vien fatto de tutto a, d & d, b con il quadrato de c, d e eguale al quadrato de c, b . Perché per la precedente il quadrato de c, b e eguale al quadrato de c, d , & al quadrato de d, b , & a questo che vien fatto del b, d in c, d due volte. Ma il tutto dello d, b se medesimo, & in c, d (per la prima proposizione de queste) fa tanto quanto il tutto di quello medesimo in c, d per quanto che in a, c adon que del b, d in se & in c, d due volte fa tanto quanto del medesimo b, d in a, c per la medesima. Adonque il quadrato de c, b supera quello che vien fatto del b, d in a, d & del quadrato de c, d perche e manifesto il proposito.

- 8 Quando s'era un numero diviso in due parti eguali, & che a quello s'era aggiunto uno altro numero, lo prodotto che vien fatto dello tutto o de tutto il composto, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade, e eguale al quadrato della mita, & dello aggiunto insieme.



Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo hor sia il numero a diviso in due numeri eguali liquali siano a, c, c, c, b & sia aggiunto a que lo il numero b, d . Dico quello prodotto che vien fatto de tutto a, c, c, b con il quadrato de c, b e eguale al quadrato de c, d perche (per la sesta proposizione de queste) il quadrato de c, d e eguale al quadrato de c, b , & al quadrato de b, c & a quello che vien fatto del b, d in c, d due volte in b, c, d (per la prima de queste) del b, d in se & in c, d due volte e quanto del b, d in a, c perche a, c, c, b sono eguali. Adonque il quadrato de c, d supera quel prodotto che vien fatto del b, d in a, c & del quadrato de c, b che e il proposito.

- 9 Quando uno numero sia diviso in due numeri quel prodotto che vien fatto del tutto in se insieme con quello che vien fatto dell'uno di essi dividenti in se e eguale a quello che vien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme con quello che vien fatto dall'altro dividenti in se.



Il medesimo propone la settima del secondo de linee perche se sia il numero a diviso in b, c, d . Dico lo quadrato de a con lo quadrato del d essere tanto quanto quello che vien fatto da a in d due volte con lo quadrato del b , perche e manifestissimo (per la settima proposizione de queste) che il quadrato de a e tanto quanto il quadrato de d , & il quadrato de b & quello che vien fatto del d due volte in b, d . Adonque il quadrato de a & il quadrato de d e tanto quanto quello che vien fatto del d due volte in se & due volte in b, d & due volte in b, d . Ma quello che vien fatto del d due volte in se & due volte in b, d e quanto quello del d due volte in a, b .

(per la prima de queste) adunque quello che vien fatto del .d. due volte in, & con il quadrato de .b.e. quanto il quadrato de .a.c. con il quadrato de .d. per la quarta e manifesto il proposito.

- x. Quando uno numero sera diuiso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero eguale a uno di dimidenti, el quadrato de tutto il composto e eguale al quadruplo de quello che vien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.

Q Vesto medesimo propone la ottava del secondo de linee hor sia il numero .a.b. diuiso in .a.c. & .c.b. al qual sia aggiunto .b. d. el qual sia posto quale al .c. b. dico il quadrato de .a.d. esser tanto quanto e quello che vien fatto del .a.b. in .b.d. quattro volte giouo con il quadrato de .a.c. impero che (per la sesta propositione de queste) il quadrato de .a.d. e eguale al quadrato de .a.b. & al quadrato de .b.d. & a quello che vien fatto del .a.b. in .b.d. due volte, & perche il quadrato de .b.d. e eguale al quadrato de .b.c. sera il quadrato de .a.d. eguale al quadrato de .a.b. & al quadrato de .c.b. & a quello che vien fatto dal .a.b. in .b.d. due volte, ma (per la precedente) il quadrato de .a.b. con il quadrato de .c.b. e tanto quanto il quadrato de .a.c. con quello che vien fatto dal .a.b. due volte in .b.c. adunque il quadrato de .a.d. e tanto quanto quello che vien fatto dal .a.b. in .b.d. due volte & del .a.b. in .b.c. due volte con il quadrato de .a.c. & perche del .a.b. in .b.c. e tanto quanto in .b.d. e manifesto esser il vero quello che sia proposto.

- xi. Quando un numero sera diuiso in due parti eguali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mita, & del quadrato de quello che se intra de dalla parte inequale alla eguale tolti insieme.

Q Vesto medesimo propone la nona del secondo de linee . hor sia il numero .a.b. diuiso in duoi numeri eguali (liquali siano .a.c. & .c.b.) & in duoi inequali liquali siano .a.d. & .d.b. dico che li quadrati di duoi numeri .a.d. & .d.b. tolti insieme sono el doppio del duoi quadrati della duoi numeri .a.c. & .c.b. olti insieme perche (per la sesta di queste) il quadrato de .a.d. e quanto il quadrato de .a.c. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che vien fatto de .a.c. in .c.d. ma perche .a.c. e eguale al .c.b. sera il quadrato de .a.d. quanto il quadrato de .c.b. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che vien fatto dal .b.c. in .c.d. & a. Adunque il quadrato de .a.d. con il quadrato de .d.b. sono quanto il quadrato de .b.c. & il quadrato de .c.d. & il doppio de quello che vien fatto dal .b.c. in .c.d. & il quadrato de .c.d. & a. Ma il doppio di quello che vien fatto dal .b.c. in .c.d. con il quadrato de .b.d. e eguale al quadrato de .b.c. & al quadrato de .c.d. (per la nona de queste) adunque li quadrati della duoi numeri .a.d. & .d.b. sono quanto li quadrati della duoi numeri .b.c. & .c.d. duplicati & perche .b.c. & .c.d. sono eguali e manifesto il proposito.

- xii. Quando un numero sera diuiso in due parti eguali & che a quello nella aggiunto uno altro, El quadrato de tutto il composto con il quadrato dello aggiunto, sono doppi al quadrato della mita de quello, con il quadrato del composto, della mita, & dello aggiunto.

El moderno propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero a, b, d di esso in le due parti eguale a, c, d, e, b, f sia aggiunto a quello il numero b, d . Dico il quadrato de a, d con il quadrato de b, d esser doppio al quadrato de a, c insieme con il quadrato de c, d . perche essendo il numero c, d diviso in due parti f & a quel f aggiunto a, c e equal a uno de dividendi, per la decima de questo sera il quadrato de a, d quanto quello che vien fatto del c, d in c, a quattro volte & poi aggiunto con il quadrato de b, d & perche a, c, e e equal al c, b il quadrato de a, d sera quanto quello che vien fatto del c, d in c, b quattro volte giuto con il quadrato de b, d adunque il quadrato de a, d, c con il quadrato de d, b sera quanto quello che vien fatto del c, d in c, b quattro volte insieme con il doppio del quadrato de b, d & questo (per la nona proposizione de questo) e dopo al quadrato de c, d insieme con il quadrato de c, b adunque potra che il quadrato de c, b sia equal al quadrato de a, c, e manifesto il proposito.

v. E gli e possibile a dividere al un numero talmente che il lo che vien contenuto sotto di tutto, & una delle parti di quello sia equal al quadrato di l'altra parte.

Quello che propone la vndecima del secondo de far in linee, l'autor de questa quisto esser impossibile el numero, hor sia a, b , qual si voglia numero. Dico esser impossibile quello esser diviso così come se propone, perche essendo così sera diviso secondo la proportionate hauranno il mezzo e duei estremi, come e manifesto per la diffinitione, & per la trigesima proposizione del sesto. Et se questo po esser (per l'adversario) sia diviso in c, d & sia del a, b qual si come del a, c al c, d adunque a, c sera minore del c, b & adunque detratto da quello uno es quale a lui, e qual sera a, d adunque perche la proportion de numero a, b tanto il b, c e il come del b, c (detratto dal a, b) il a, d e (detratto dal b, c) la medesima sera del a, c (residuo del a, b) il b, d e (residuo del b, c) per la quisto del b, c al a, d sera il come del a, d al d, b adunque a, d sera maggior del b, d . Adunque detratto d, e de a, c, d (cioe che d, e sia equal al d, b) sera etiam la proportion de b, c al c, d si come del c, d al d, b per la quisto con sera del b, c (residuo de a, b) il a, d e (residuo del a, d) adunque tu per detrattione a, d de d, e per tanto el non si trouara il fine di questa detrattione la qual cosa e impossibile. Hora rioro namo al nostro proposito.



Theorema. xxi. Propositione. xxi.

77 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che e il primo de 10 de quelli al secondo, e impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.



Siano a, b, c contra se primi. Dico essere impossibile di aggiungere a quelli al quino altro numero in continua proportionale. Perche se questo fosse possibile (per l'adversario) sia c, p perche adunque a, b, c si come del a, b al c, p & a, b, c sono talenti in la sua proportion (per la vigesima quinta proposizione del primo) seguita (per la vigesima seconda proposizione del medesimo) che a, c numeri c, o si quale cosa, anchora che i numeri se medesimo a, b, c, p non seranno contra se primi la qual cosa e il contrario di quello che e stato supposto.

Theorema xviii. Propositione. xviii.

¹⁸ Seli duoi estremi de quanti si uogliano numeri continuamente proporzionali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto e il primo al secondo.

Siano a, b, c, continuamente proporzionali, & siano a, & c, contra se primi di co che non li po esser aggiunti, a quel medesimo numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) sia d, perche adonque del a al b, e si come del c al d, permutatamente del a al c, sera si come del b al d. Ma a, & c, sono in la sua proportione minimi (per la vigesima quinta del settimo) & adonque per la vigesima seconda del medesimo a, numerato, per la qualcoia etiam numerato, c, perche di numeri continuamente proporzionali, sel primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & semplicemente qual si voglia precedente numera qual si voglia sequente, ma perche etiam numerato se medesimo, non serano a, & c, contra se primi laqualcosa e incoueniente.

Theorema. xix. Propositione. xix.

¹⁹ Proposti duoi numeri puotemo considerare se possibile a quella si trouarsi un terzo continuamente proporzionale.

Siano a, & b, li duoi numeri proposti, voglio cercar se a quelli poi esser aggiunto vn terzo sotto continua proportionalita. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile (per la decima settima) Ma se sono composti sia dato, b, in se medesimo & peruenca c, ilquale se, a lo numera farsi vn terzo continuamente proporzionale. Ma sel non lo numera non gli sera vn terzo continuamente proporzionale, perche numerando quello secondo d, sera quello che era capo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e che tamen (per l'aduersario) sia del a al b, si come del b al d, Adonque perche dal b in se vien fatto c, seguita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal a in d, sia fatto il medesimo c, adonque, a, numerato c, secondo d, & era posto che'l non lo numerara p la qualcosa seguita lo impossibile.

Theorema. xx. Propositione. xx.

²⁰ Dati tre numeri continuamente proporzionali, puotemo cercare se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proporzionale.

Siano a, b, c, continuamente proporzionali voglio cercare se vn altro poi esser aggiunto a quelli sotto continua proportionalita adonque se a, & c, si sono contra se primi, e impossibile (per la decima settima) se sono composti, sia d, illo che giuene dal b in c, elquale d, se a lo numera farsi possibile esser aggiunto vn quarto, ma sel non lo numera non sera possibile, perche numerando quello secondo c, elquale c, sera quello elqual cerchiamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e non di manco (per l'aduersario) che dal a al b, sia si come dal c al c, Adonque perche dal b in c, vien fatto d, seguita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal a in c, sia fatto il medesimo d, adonque a, numerato d, secondo, c, & era posto che'l non lo numerara, el medesimo to poi indagare in quanti posti numeri si voglia continuamente proporzionali, perche se li duoi estremi

sian

fiano contra le primi la intentione ha fine (per la decima octaua) ma le fiano compoſiti ſel primo numera el producto dei dato del ſecſdo inel ultimo quel numero ſecundo elqual lui lo numera e quello che cerchamo (per la ſeconda parte della vigintiſma del ſettimo) ma ſel primo non numera il detto producto ma ſera che poſſa eſſer poſto perche poſto qual ſi voglia (per la prima parte del medefimo) ſecundo eſſo poſto el primo numerata el producto elqual era poſto che non lo numerata che e inconueniente.

Theorema.xxi. Propoſitione.xxi.

21. **Daſi quanti numeri primi ſi voglia, e neceſſario eſſer alcuno numero zero primo da quelli diuerſo.**

Niente altro ſe facende de demonſtrare ſiano che li numeri primi ſiano infiniti, perche ſe ſiano a, b, c numeri primi, dico eſſer alcuno altro numero primo diuerſo da quelli, perche ſe ſia d el minimo numero che numerano li preſenti numeri primi, qual aggioſti la vniſa ſa ſa d, g , elqual d, g o che egue numero primo, ouer compoſito de egue primo e manifeſto el propoſito, ſe egue compoſito alcuno numero primo num. ra quello elqual ſia h , elqual h non e poſſibile diſt. alcun di primi prepoſiti, perche ſe quello ualeſſe alcun de quelli conſta che qual ſi voglia de eſſi numera, d, f eſſo anchora numerata di medefimo, x perche lui numera d, g eſſo anchora eſſo numerare f, g , el quale e la vniſa la qualcoſa e ſimpo ſolito medefimo ſequita poſſibile. ſqual numero ſi voglia che ſia numerato da a, b, c per la qualcoſa e manifeſto il propoſito.

Theorema.xxi. Propoſitione.xxii.

22. **Se ſeranno congregati inſieme quanti numeri pari ſi voglia, ancho ſa tutto lo aggregato da quelli ſera paro.**

Sia cadauno di tre numeri a, b, c paro dico el compoſito da quelli eſſer paro ſperche (per la conuerſione della diſtinctione) cadauno da quelli ha la miſta de, ſiano adonque le miſta de quelli d, e, f perche adonque ſi come del a al d eſſo ſera de b al e x del c al f adonque (per la ſettedecima del ſettimo) ſi come del a al d eſſo ſera tutto el compoſito de a, b, c a tutto el compoſito de d, e, f adonque d, e, f e la miſta de a, b, c adonque a, b, c (per la diſtinctione) e paro che e il propoſito.

Theorema.xxiii. Propoſitione.xxiii.

23. **Se numeri diſpari, pari di moltitudine ſeranno congregati inſieme anchora tutto lo aggregato da quelli ſera paro.**

Sia cadauno di numeri a, b, c, d diſparo dico el compoſito de quegli eſſer numero paro, perche tenendo via a cadauno la vniſa e manifeſto li reſidui eſſer pari, & perche quelle vniſa de tenendo via componono numero paro (conſtata che ſiano de numero pare) e manifeſto il propoſito per la precedente.

Theorema.xxiii. Propoſitione.xxiiii.

24. **Se ſeranno congregati inſieme numeri diſpari, de moltitudine diſpari, Anchora tutto lo aggregato da quelli e neceſſario eſſer diſparo.**

Se da uno di numeri a, b, c, disparo, dico tutto il composto da quelli essere disparo, perché il composto de. a. & b. (per la precedente) sera paro & pche, c. lezata via la vnita e paro (p la quantita della por denot) meno a, b, c. lezata via la vnita sera paro, ad q (p la definizione) & manifesto el tutto esser disparo.

Theorema. xxy. proposizione. xxy.

25 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente
24 sera paro.

Se a, b. numero paro, dal quale sia detratto b, elqual anchora sia paro, & loro residuo sia, c. dico, e necessaria mte esser paro, pche essendo, d. la mta de. a. & anchora, e, la mta de. b. & detratto, e, de. d. sia el rimanente, f. (per la duodecima del settimo) sera dole al. f. co se de la. a. d. per la qualcofa, f. e la mta de. c. & dunque, c. e paro che e il proposito.

Theorema. xxyi. proposizione. xxyi.

26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rimanente
25 sera paro.

Se a, b. numero disparo dal qual sia detratto b, elqual anchora sia disparo, dico lo rimanente (elqual e a. c.) esser paro pche essendo detratto dall'uno e l'altro di doi numeri a, b. & b. c. da vnita, laqual sia d. b. & l'uno e l'altro di doi residui (liquali sono a. d. & d. c.) sera paro adunque (per la precedente) & manifesto, a. c. esser paro, che e il proposito.

Theorema. xxyii. proposizione. xxyii.

Se da un numero disparo sera sottratto un numero paro, quello che
27 rimanera sera disparo.

Se a, b. disparo, dal qual sia detratto a, e elqual sia paro, dico el residuo, c. b. esser disparo, & p dimostrar questo sia detratta vnita b. d. pche a. d. restara paro, & pche a. c. e paro (per la vigesima quinta) & d. c. sera paro adunque essendo, d. b. la vnita sera c. b. disparo che e il proposito.

Theorema. xxyiii. proposizione. xxyiii.

28 Se da un numero paro tu cauarai un numero disparo quello che ti
26 manera sera disparo.

Se a, b. numero paro, dal quale sia tolto, a. c. el quale sia numero disparo dico lo residuo, c. b. esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta vnita a. d. e. (laqual sia, d.) sera d. c. paro adunque (p la vigesima quinta) anchora d. b. sera paro, ad q pche d. c. e la vnita seguita, c. b. esser disparo che e il proposito.

Theorema. xxix. proposizione. xxix.

29 Se sera multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel
28 che se procura da quella sera paro.

Per la vigesima terza e manifesto quello che se dice in questa proposizione.

Theorema. xxx. proposizione. xxx.

30 Se sera multiplicato un numero disparo in un numero disparo quel
29 che se procura sera disparo.

Anchora questa (per la vigesima quarta) e manifesta.

Theorema. xxxi. Proposizione. xxxi.

³¹ Se un numero disparo numerara un numero paro, numerara quello per numero paro.

Perche se lo numerasse quello per numero disparo dal dato del numero disparo in lo numero disparo se produrrea para laqualcosa e incoconiente per la precedente.

Theorema xxxii. proposizione. xxxii.

³² Se un numero disparo numerara un numero disparo lui numerara quello disparmente.

Perche se lo numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqualcosa e incoconiente per la 29.

Theorema. xxxiii. proposizione. xxxiii.

³³ Se un numero disparo misurera un numero paro le necessario quello misurare anchora la mitade del medesimo.

Sia a , numero paro, la mita del quale sia b , & c sia un numero disparo, e igual numerara dico che, numerara b . Hor poniamo che iui numeri a , secondo, d , & e (per la trigesima prima) d , sera numero paro adonque sia e , la mita di d , & sia dato a , in e , & per uenga f , & g (per la decima ottava del settimo) del a , a , f , sera si come del d , a , & perche anchora del a , a , b , e si come del d , a , e , seguiria esser b , d , e , equali adonque concluda che e , numerara el medesimo numerara b che e il proposito.

Theorema. xxxiiii. proposizione. xxxiiii.

³⁴ Se un numero disparo, sera primo ad alcun numero, el medesimo disparo sera primo al doppio del medesimo numero.

Sia a , numero disparo primo al b , el doppio del quale sia c , dico che a , e primo al c , ma essendo altrimenti (per l'aduersario) poniamo che d , numeri quelli d , concluda che a , sia disparo seguiria d , esser disparo (perche ciascuno numero e igual numerara un numero disparo e disparo) per la precedente adonque d , numerara el b , adonque a , & b , non sono contra le primi, laqualcosa e contra el presupposto.

Theorema. xxxv. proposizione. xxxv.

Solamente li numeri dal binario doppi sono parimente pari.

³⁵ Siano li numeri a , b , c , d , e , dalla vnita continuamente proporzionali, & sia a , el numero binario, dico tutti detti numeri esser parimente pari, & non altro pool esser parimente paro eccetto quelli che sono ordire in infinito secondo quella proportion che questi siano parimente par legie manifeste (per la diffinitione) concluda che (per la duodecima) qualunque precedente numerara quilita que seguente per alcun de quelli ligati tutti bisogna esser pari, & non altro numerara alcun de loro (per la terzadecima) imperoche a , e equal e e binario che se guida la vnita e primo. Ma che nullo altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche suppone alcuni o (per l'aduersario) na dista so in due mita, & la mita di quello in due altre mita, & quello sia fatto per fina a tanto che yn numero, ouero la vnita impedisca la diuisione laqualcosa e ueracitate venire (per la vltima positione) na se vn numero proibira questa diuisione esso sera disparo e igual concluda che lui numerara el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che e incoconiente, ma se sera la vnita che proibisce la diuisione (per la 3. ouer, 14.) non sera altro fora della continuamente doppi della vnita.



Theorema. xxxvi. Propositione. xxxvi.

26 Il numero, del quale la mita de è disparo e parimente disparo.

33 Sia a , un numero la mita de del quale (la qual sia b) sia disparo dico a , essere numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia c , el numero binario adunque è manifesto che dal c , in b , vien fatto, a . Hor sia d , qual si voglia numero paro numerante a , el qual numeri quello secondo e , & d , per la seconda parte della vigesima del settimo, sera del e , al d , si come del c , al d , adunque c , numerante b , per che etiam b , è numerante d , (per che el binario numera pari nomi pari) sera adunque a , numero disparo per che etiam b , era numero disparo a d , non que per la diffinitione, a , e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema. xxxvii. Propositione. xxxvii.

37 Ogni numero non di doppi dal binario, che la mita di quello sia pa
34 ro e parimente, & disparimente paro.

Sia el numero a , non doppio di duo, del quale la mita (la qual sia b) sia posta
35 spara, dico allo esser parimente & disparimente paro. Hor per dimostrar que
sto, sia c , el binario segnale e manifesto che esso numera a , secondo b , & perche
 a , non è doppio da due, necessario se la mita di quello (la qual e , b) venga divi
sa in altre due mita, & la mita della mita in altre due che finalmente occorrerà
numero impeditore la divisione, el qual sera disparo (per questo che non rima
ne la divisione) & sia quello indequali resta la divisione, & correntemente e neces
sario la detta divisione restare in un numero perche se la peruenisse per fine alla
ultima seria, a , di numeri doppi dal binario, di quale (per el presupposto) occor
re del e , e manifesto che esso numera a , (per quella seconda, ogni numero a ,
numerante ualoro numera o quanto numerato da quello) numeri adunque quel
secondo e , & d , sera paro. Alternamente conosci che d , sia numero disparo se qui
tra (per la trigesima) a , esser disparo adunque perche b , (numero paro) nume
ra a , secondo e , el quale anchora è paro (per che el binario) & e , numero paro ne
mera el medesimo secondo d , el qual è disparo e manifesto (per la diffinitione)
el numero a , esser parimente & disparimente paro che è il proposito.

Theorema. xxxviii. Propositione. xxxviii.

38 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente propor
35 tionali sia causado fora el primo, quanto e el rimanente del secondo
al primo el se approua necessariamente essere tanto lo rimanente
del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.

Siano ordinatamente proportionali a , b , c , d , e , f , g , h , & sia tanto del e , ed a ,
35 spara eguale a , b , c , d , e , f , g , h , & similmente dal g , h , laqual sia g , h , al
presente dico che la proportion de K , d , a , b , c , d , e , f , g , h , al
composito de e , f , g , h , d , a , b , & per dimostrar questo sia solo dal g , h , una parte eguale a , b ,
L (laqual sia g , m) & similmente una eguale a , c , d , (laqual sia g , n) onde l , n ,
sera eguale a a , c , d , & manifesto (per la duodecima del settimo) conosci che
che sia del g , h , al g , m , si come del g , m , al g , n , (che el residuo, h , m , al residuo
tanto sera si come g , h , al g , m , e pero si si come e , f , g , h , d , anchora per simili
dolo m , al l , n , sera si come e , f , g , h , d , adunque permentamente del h , m , al
e del m , al c , d , sera si come d , l , a , b , c , d , e , f , g , h , d , anchora congiuntamente (per
la terza decima del settimo) del l , n , (composito del h , m , n , & del l , n) al com
posito

INCOMINCIA EL DECIMO LIBRO DI EVCLIDE ME-

GARENSE FRA LI ALTRI DIFFICILE

da Nicolo Tartalea Brisciano realissimo (secon-
do le due traduzioni di & del latino in
volgar tradotto, & in ogni
passo oscurato del
locidaro.

Diffinitione prima.

- ¹ Quelle quantita seranno dette comunicante, ouero commensurabile, alle quale sera una quantita numerante comunamente quelle. Et quelle alle quale non sera una quantita numerante comunamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Traduttore.

Exempli gratia (si foie le due linee a, & b, & che el si trouasse qualche altra linea, ouero misura che misurasse, ouero misurasse ciascuna di quelle) poniamo che dette due linee seranno dette comunicante, ouero commensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che misurasse, ouero misurasse comunamente le dette due proposte linee quelle seranno dette incommunicante, ouero incommensurabile. El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione.ii.

- ¹ Le linee rette sono dette in potentia comunicante, quando una superficie communica numera le superficie quadrate di quelle.

Il Traduttore.

Exempli gratia (si foie le due linee rette a.b. & c.d. & le superficie quadrate di quelle a.b.c.d. & c.d.e.f.) Et che el si trouasse qualche superficie (poniamo quella superficie K) che numerasse ouero misurasse ciascuna di quelle, le dette due linee seranno dette comunicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione.iii.

- ² Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli sera alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Traduttore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della precedente, cioè che quando non sera alcuna superficie communica che numeri



ouero misuri le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee le diranno incommensurabile in potentia. Lequal cose essendo come e sta esposta, egli e manifesto che a ogni proposta linea retta (cioe a quella con la quale pigliamo le misure de cubiti, palmi, & doli, ouero piedi) sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in lunghezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione.iii.

4 Ma ogni proposta retta linea con la quale racioninamo, sera detta
4 rationale.

Il Traduttore.

IN questa diffinitione l'auctore ne aduertisce come che quella misura maresi-
mala quale opereremo nelle nostre commensurationi, o sia pertica, ouero,
passo, ouero piede, ouero braccio, ouer altra misura formata a nostro piacere, se-
ra detta rationale, per esser una quantita a noi cognita, & familiare.

Diffinitio.v.

5 Et le linee quella communicante sono dette racionale, alla M **A**

4 Et le linee quelle comunicante sono dette racionale, alla M **A**

Il Traduttore.

Quantoque questa diffinitione sia posta disgiunta dalla precedente, la
debe essere con congiunta con quella successivamente, perche in questa
copulativamente diffinita che tutte quelle linee che seranno commensurabile
a quella proposta linea (cioe a quella misura con la quale mideremo, sia per
cubi, o passo, o piede, o braccio, ouero altra misura formata a nostro piacere) sono
dette rationale, esempi gratia possiamo che la nostra proposta linea (con la qua-
le mideremo ouero incedemo di miderare le nostre cose occurrente) sia quella
misura materiale che se chiama passo, diuisa in piedi cinque, & caduno piede se
conco il costume moderno, in once duodeci, hor dico che non solamente el de-
to passo sera linea rationale (per la precedente diffinitione) ma anchora tutte le
linee misurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per
la presente diffinitione perche tutte le dette linee veranno a essere commensu-
rabili con la nostra proposta rationale, cioe con el nostro passo. Et accho che iney-
giu me lacerai possiamo che sia vna linea, ouero lunghezza longa passa sei
piedi quattro once sette e mezza, dico la detta linea, ouero lunghezza esser
quantita rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con
el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura vera e el
seme la mezza onza cioe che vna linea longa mezza onza misurara la proposta
lunghezza precisamente. & u. volta & misurara anchora el nostro passo precisa-
mente 120 volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile
& per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra sera rationale che
e il proposito.

¶ Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradotto-
dione parla in questa altra forma.

5 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in lunghezza
4 & in potentia, & anchora solamte in potentia, sono dette rationale.
R. lili

Il Traduttore.

LA qual diffinitione e assai piu largha & generale di laltre, perche questa vo-
le che anchora quelle linee che sono comunemente solamente in poten-
tia con la nostra preposita rationale (cioe con la nostra misura di puila, ouero per-
tica, ouero altra sorte di misura) siano chiamate rationale, perche seguita che
quelle quantita che comunemente di pratici sono d'una radice sorda, & in-
rationale (come seralia radice quadrata di dieci ouero di dodici & di ogni
altro numero non quadrato) anchora vole che essendo tal quantita linee siano
dette rationale (per essere el suo quadrato rationale) & se così non fosse legui-
ria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propo-
sizioni di questo decimo, come procedendo se potra facilmente conuolere, ve-
ro e che se tal quantita serano superficie serano poi dette irrationale e medite
come nella trigesima propotione di questo si potra vedere.

Diffinitione.vi.

6 **E**x quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono
4 dette irrationale, ouero sorde.

Il Traduttore.

ANchora questa diffinitione si debbe intendere congiunta successivamente
a quella precedente della prima tradotione, perche in questa lui diffina-
che tutte quelle linee che non seranno incommunicante alla medesima nostra po-
posita retta linea (cioe alla nostra preposita misura materiale) sono dette linee in-
rationale, ouero sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tra-
dotione parla in questo altro modo videret.

Ex quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno
& l'altro modo, cioe in lunghezza, & in potentia sono chiama-
te irrationale.

LA quale diffinitione intendendola congiunta successivamente con la prima
dentra (par della seconda tradotione) vien a conuoluerli con il comen-
di q' uita, cioe che una linea incommensurabile solamente in lunghezza con la
nostra misura non se debbe chiamare ne intendere irrationale (come sopra la
precedente fu detto) anzi lui vole che la se intenda rationale per esser il suo qua-
drato rationale, e pero bisogna notare che il uulgo di pratici sia al presente, se-
guendo la tradotione del Campano, seradici de tutti li numeri non quadrati
si essendo linee come essendo superficie li chiamano irrationale & sorde. niente
di meno se si debbono intrinseca dette rationale essendo linee come parla la seconda
tradotione aleramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nel-
le cose che seguitan in questo decimo libro &c.

Diffinitione.vii.

7 **M**a ogni quadrata superficie con laquale per el presupposito ratio-
cinamo e detta rationale.

Il Traduttore.

Per maggiore intelligetia di questa diffinitione bisogna notare che quan-
do noi desideramo di se per la quantita di alcuna superficie intelligiamo se che
proportiona

proporzione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti paja quadri, o uero pie di pertiche, o altra misura formata a nostro piacere, il che si troua moltiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, si le misure della sua larghezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo prodotto di tal moltiplicazione sara la quantita de quante superficie quadrate di la misura gia operata sara la detta superficie, & per la superficie quadrata si debbe intendere vno quadrato d'una misura per l'altra, cioè di quantita che gia ha uero operata a misurare, o sia pajo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hoc ritornando al nostro proposito l'autore diffinisse che ogni superficie quadrata o sia quale per el presupposito ragioniamo (o sia d'un pajo, o uero d'un piede, o uero di qual si voglia altra misura grande, o uero piccola) è detta rationale per esser uia superficie a noi cognita & familiare

Diffinitione. viii.

S La superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Traduttore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero communicabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) sono dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie sara d'un pajo non solamente v'altra superficie de piu paja integri superficiali, come seria de paja. 450.) sara detta rationale, ma anchora de paja, pie e onco, e mette ouero sara pur detta rationale (si come delle linee sopra la quinta di Euclide fu detto) per esser communicabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno pajo & la lor commun misura sempre sara la minima parte del pajo che si trouara esser denominata in detta superficie, & accio meglio me intendi possiamo che vna misurata superficie sia paja venticinque e vno terzo superficiali dico la detta superficie esser communicabile con la nostra superficie d'un pajo & la lor commun misura sara vn terzo de pajo superficiale similmente se la detta misurata superficie sara paja trenta sei piedi cinque onco, & tre quarte de onco superficiale la lor commun misura sara insulante vn quarto de onco superficiale, pero l'una e l'altra sara rationale el medesimo si trouata in ogni altra specie di onco & nota che vn pajo superficiale e piedi. 12. superficiali & vn piede superficiale e onco. 144. superficiale & con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisione si voglia) quante superficie de vna delle sue parti andara a formare il tutto perche moidi si credono che si come vn pajo lineale e cinque piedi lineali che similmente vn pajo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anzi e il quadrato de cinque cioè venticinque come detto di sopra & similmente perche vn piede lineale e delfo. 12. onco. 12. credono che similmente onco. 12. superficiale fa octauo vn piede superficiale perche non puo esser altro nelle sue resolutioni per che come di sopra è detto vn piede superficiale e onco. 144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni addutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo) sara manifesto, & non solamente nelle parti del pajo & del piede ma anchora nelle parti della paja & della onco, & del onco, ouero d'una misura formata a nostro piacere, per che quello che è detto del pajo & pie, con la medesima euidentia se procedera nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, & ogni sia mola circa forma & diuisione, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parte ideò adente.

Definizione. ix.

2 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette ir-
racionale, ouero sorde.

Il Traduttore.

Hauendo l'autore nella precedente diffinizione quelle siano le superficie
dette racionale, hora in questa copulativamente ne diffinisse il conuen-
tore che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella
medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette ira-
racionale, ouero sorde.

Definizione. x.

3 Et quelle che ad alcuna di quelle (irracionale) seranno comm-
nicante seranno dette irracionale.

Il Traduttore.

Questa diffinizione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono,
ouero seranno communicante ad alcuna superficie irracionale, seranno
meccanamente dette irracionale.

Definizione. xi.

4 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irra-
rionali.

Il Traduttore.

Cioe che li lati potenti in quelle tali superficie irracionale, quadrate sù-
lamente sono dette irracionali, lo lato potente in vna superficie, essendo
quella tal superficie quadrata, se intende lo proprio lato di quella tal super-
ficie, ma se la non tale quadrata se intende pur per el lato de una superficie
quadrata eguale a quella, ouero di quella istessa natura in quadro che e il
medesimo.

Supposizione, ouero petitione prima:

Qualunque quantita tante volte puo essere multiplicata che la
ecceda qualunque proposta quantita del medesimo genere.

Il Traduttore.

Questa supposizione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima
traduzione & e connumerata tra le diffinitioni ma perche secondo
il mio giudicio e piu presto supposizione, ouero petitione, che diffini-
zione, supposizione, ouero petitione la chiamamo, nella qual se suppone
che data

che data due quantita ineguale sempre se può multiplicare talmente la minore che tal multiplicazione ecceda la quantita maggiore.

Theorema.I. Proposizione.I.

Se da due proposte quantita ineguale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuato una piu della mita, & da li indio seguitando per el medesimo modo, finalmente, e necessario che rimanga una quantita minore, della proposta minore.

Siano le due quantita ineguale a, b , & c , & d sia b, c la maggiore. Dico che tin te volte può essere detratto piu della mita della b, c (ouero del residuo di quello) che sera necessario che rimanga vna quantita minore de a . Et per dimostrare questo sia multiplicato a tante volte cioè per tal numero che quel resida b, c sia il multiplice di d , & e , maggiore de b, c adunque sia detratto dal b, c piu della mita la quale sia b, g , & anchora del residuo (dunque c, g, c) sia detratto piu della mita la qual sia g, h , & quello anchora sia fatto tante volte per fino a tanto che b, c sia diuisa in tante parte quante volte a, e contengono in d & e . Hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luogo e, h, c) e minore de a . Et per chiarire questo sia multiplicato b, c per tanto quanto che a, e contengono in d, e , & f sia el multiplice di quella x, l, m , perche adunque caduno delle parti ouero quantita de x, l, m e eguale al b, c seguita che x, l sia minore de b, g, c , & similmente de g, h, m perche m e eguale al b, c (per la coniectura) x, l, m sera minore de due per equalita sera etiam minore de d, e , & f , concluda adunque che d, e, f sia al x, l, m come x, l, m al b, c , & essendo d, e, f maggiore de x, l, m seguita (per la decima quarta proposizione del quinto libro) che a, f sia maggiore de b, c che e il proposto. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mita, & anchora del rimanente la mita, & così procedere tante volte per fina a tanto che la maggiore sia diuisa in tante parti quante volte e contenuta la minore la qualouero suo multiplice eccedente quanto si voglia la maggiore della proposte, sia bisogna aduertire che in questa si vede contradittorie alla sesta decima proposizione del terzo libro la quale propone l'angolo della contingencia esser minore de qualunque propostio angolo contenuto da due linee rette, per che poiche qualunque angolo contenuto da linee rette, se da quello leuassimo via piu della mita, & finalmente del residuo leuassimo piu della mita, essi vede esser necessario poterli fare questo tante volte che rimanga vno angolo residuo minore dell'angolo della contingencia, della qual cosa la sedadecima proposizione del terzo libro conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono vniuerso perche el curuo el retto non sono semplicemente d'uno medesimo genere, Ne ancora può occorrere esser tanto tante volte l'angolo della contingencia che quello ecceda quasi l'angoli rettilineo, la qual cosa e necessaria come si manifesta per la demonstratione hauuta di sopra, adunque a questo egli anchora chiama (accio che el conueniente sia seguito dal sotcedente) qualunque angolo residuo esser maggiore de infiniti angoli della contingencia.

Il Traduttore.

A voler dimostrare per vno altro modo più breue che el residuo b, c sia minore della quantita a , (sante che el multiplice d, e, f sia maggiore de la quantita b, c essendo diuisa a piu della mita (quasi b, g, c) & dell'ultimo



che della mita (quala sia la semplice d.) lo residuo e. f. (per comune sententia) sera maggiore del residuo. g. c. anchora solido del detto residuo. g. c. piu della mita (quala sia. g. h.) & del residuo. e. (solendo solamente la mita/quala sia. e. f.) lo residuo. f. (per comune sententia) sera maggiore del residuo. h. c. & perche. f. e eguale alla a. seguita che el residuo. h. e. sia minore della quantita a. che e il po-
posito & questa dimostrazione causano della seconda tra dicitur.

Theorema.ii. proposizione.ii.

Seferanno due quantita ineguale, & dalla maggiore sia detratto una quantita eguale alla minore, per sia a tanto che sopra auanti una quantita minore de essa minore, & da poi dalla minore sia detratto una quantita eguale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello rimanente, anchor de nuovo dal rimanente primo sia detratto una quantita eguale al rimanente secondo per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello, & che dalla continua detractione fatta in questo modo non sia truouato alcu-
no rimanente che numeri lo rimanente restato per auanti, quelle due quantita e necessario esser incommensurabile.

C'vna simile a questa proposi la prima del quinto in numeri.

Siano le due quantita ineguale. a. & b. & sia. a. la maggiore dalle quale esset-
ta fara la reciproca detractione per fin a tanto che la po. b. & che la sia fira-
ta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantita che impedisca la detrat-
tione (cioe che numeri, oer misuri lo rimanente restato per auanti) dico quelle
due quantita esser incommensurabile & se possibile e esser altrimenti (per l'ad-
dierario) sia posto che la communa misura di quelle sia. c. & sia detratto la quan-
tita. b. dalla a. quant. volte se pol. & sia el residuo. d. el qual residuo sia detratto
dal b. quant. volte se pol. & sia el residuo. e. & sia fira tante volte questa detrat-
tione per fina a tanto che dall' una o l'altra delle due quantita. a. & b. rimanga
vna quantita minore de c. & quello e necessario esser possibile per la preceden-
te. & sia in questo loco. e. minore de c. & concesso l'adogor che c. misuri. b. (det-
tratto dalla a.) & anchora. a. (p. la conessione) misurara el residuo. d. e pero con-
cidia che i misuri. d. (detratto dal b.) & anchora d. b. misurara el residuo. e. Ma
e era minore de c. adonque la quantita maggiore misura la minore la qual co-
sa e impossibile.

Problema primo. proposizione.iii.

Proposte due quantita ineguale, communicance puotemo ritro-
uare la massima quantita numerante comunamente quelle.

La dimostrazione di questa se non ignori la seconda proposizione del se-
condo libro tu non la possignorare, perche el processo dell' una, & dell'al-
tra e vno medesimo.

Correlario.

Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantita, la
quale

quale misuri due, quantita, quella anchora misurata la massima
quantita misurante comunamente quelle.

Il Traduttore, e commenta ad uerbo il 21. del 10.

Il sopradetto correlario conde che dal processo & dimostrazione fatta
della propositione sopracritta (procedendo si come fu fatto in la seconda
ca propositione dello settimo libro) esser manifesto che ciascuna quantita
la qual misuri due proposte quantita, quella medesima misurata anchora la
massima quantita, che misuri comunamente quelle.

Problema. ii. Propositione. iiii.

Proposte tre quantita communicante puotemo trouare la massima
quantita numerante comunamente quelle.

Così questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla
seconda del detto settimo.

Correlario.

E pero da questo è manifesto che se una quantita misurata tre qua-
nta misurata anchora la massima communa misurata de quelle &
similmente de più quantita date se trouara la massima quantita nu-
merante quelle & da poi succedere el correlario.

Il Traduttore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda traduzione el qual con-
dude (si come el precedente) che dal processo, seguito nella dimostrazio-
ne della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del setti-
mo) esser manifesto che se una quantita misuri tre quantita quella misurata an-
chora la massima misura di quelle & che per lo medesimo proceder fatto in la
presente problema de tre quantita a trouar la loro massima misura che similmen-
te operando si può trouare la detta massima misura de più quantita proposte,
de dappoi succedere similmente el correlario.

Theorema. iiii. propositione. v.

La proportion de ogni due quantita communicante e si come de
numero a numero.

Siano le due quantita communicante a, & b. dico che la proportion de quel-
le e si come de alcun numero a qualiro numero, & per dimostrar questo sia
c, la massima quantita misurante co muna amentre a, & b. (maiora come insegna
la terza propositione de questo) laq. ale misuri a, & secondo el numero d, & e, b, les
condo el numero, e, & f, (seza dela a, l, c, come del d, alla vnita imperochè si come
a, e multiplice del c, così el d, e multiplice della vnita, & e, al b, e si come la vnita
al e, perche si come e, e sono multiplice al, b, così la vnita e sono multiplice al,
e, & donque per la egra proportiona de a, al b, e come de d, al, e, che e il
proposito.



Theorema.iii. Proposizione.vi.

6 Se faranno due quantita delle quale la proportione dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantita e necesse, io essere communicante.

Questa e il conuerso della precedente, exempli gratia essendo a a b b, si come el numero c al numero d dico le due quantita a & b. esser communicante. Perche essendo tolto, e. misurante tante volte, b. quante volte che la vnita e incl. a & tante volte misurante f. quante volte che la vnita e in. e. concluda adonque che f. sia f.a.l.e come el.c. alla vnita & e.a.b, come la vnita al d. per la equa proportionalita sera f.a.b. come e.c.d. per la qual cosa etiam come del a.a.b. adonque (per la prima parte della nona del quinto) f.e. eguale a l.a. concluda adonque che e. misuri f. (per la coniectura) misurata a. adonque a. & b. sono communicanti perche misuraua etiam b. che e il proposito. A dimostrare la medesima per vn altro verso siano le due quantita a. & b. che in loro habbiano la proportione come ha el numero c. al numero d. dico che quelle due quantita sono commensurabile & per dimostrare questo sia diuisa la quantita a. in tante parte quante vnita e nel.c. & sia tolta la quantita. e. eguale a una di quelle parti, & sia f. la vnita adonque si come e la vnita al numero c. cosi la quantita e. alla quantita a. & come e el numero c. al numero d. cosi e la quantita e. alla quantita b. adonque (per la equa proportionalita cioe per la vigesima seconda proposizione del quinto libro) si come e la vnita al numero d. cosi e la quantita e. alla quantita b. & la vnita misura el numero d. adonque & la quantita e. misura la quantita b. & misura anchora la quantita a. (perche la vnita misura anchora lo numero c.) adonque la quantita e. misura l'una e l'altra delle due quantita a. & b. E per tanto le dette due quantita a. & b. sono commensurabile & la quantita e. e la commun misura di quelle.

Correlario.

o Per queste cose dimostrare eglie manifesto che se l'era duoi numeri poniamo d. & e. & una data retta linea (poniamo la a.) che si come e il numero al numero eglie possibile cos'essere la detta retta linea a. a' un'altra retta linea quala poniamo che quella sia f. & se sera tolta, ouero troata la media proportionale fra a. & f. (quala poniamo che sia la b.) sera si come la a. alla f. cosi el quadrato della medesima a. al quadrato della b. cioe si come e la a. alla f. cosi e la figura retta della descritta dalla prima linea alla figura simile & similmente descritte sopra la seconda per lo correlario della decima ottaua proposizione del sexto libro) ma si come la a. alla f. cosi e el numero d. al numero e. adonque el uien fatto si come e el numero d. al numero e. cosi e el quadrato della linea retta a. al quadrato della linea retta b.

Theorema.v. Proposizione.vii.

Le quantita incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.

Siano le due quantita. a. & b. incommensurabili, dico che la proporzione del
 la. a. alla. b. non e si come da numero a numero, perche se la. a. alla. b. fosse
 proporzione come da numero a numero seguita per la scilicet he la detta. a. fosse
 commensurabile con la detta. b. & gia non e (dal presupposito) adunque la. a.
 alla. b. non ha proporzione come da numero a numero, e per tanto le quant
 ta incommensurabili fra loro non hanno proporzione come da numero a numero
 laquicola bisogna dimostrare.

Theorema. vi. Propositione. viii.

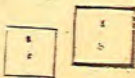
Se due quantita non haueranno fra loro proporzione, come da nu-
 mero a numero quelle tai quantita seranno incommensurabile.

Siano le due quantita. a. & b. lequale non habbiano proporzione insieme co-
 me da numero a numero, dico che dette quantita sono incommensurabili,
 perche se le fusino commensurabili (per la queratio) la quantita. a. alla quan-
 ta. b. haueria pporzione come numero a numero (per la quinta di questo) & gia
 dal presupposito non ha tai proporzione, adonque le dette quantita. a. & b. sono
 incommensurabile laquicola era, da dimostrare.

Theorema. vii. Propositione. ix.

D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati comunicano in
 lunghezza, la proporzione di l'una all'altra e come di numero qua-
 drato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie qua-
 drata a una superficie quadrata sera si come la proportion d'un
 numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno
 comunicanti in lunghezza, & se li lati di due superficie quadrate
 seranno incommensurabili in lunghezza le dette superficie fra loro
 non haueranno proporzione come di numero quadrato a numero
 quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una su-
 perficie quadrata non sera come di numero quadrato a numero
 quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in lunghezza.

Siano le due linee quadrate. a. & b. li quadrati delle quale siano. c. & d. dico
 che se le linee. a. & b. comunicano in lunghezza, la proportion della super-
 ficie. c. alla superficie. d. sera si come di numero quadrato a numero quadrato, &
 conuerso & se li suoi lati. a. & b. seranno incommensurabili in lunghezza la
 proportion della superficie. c. alla superficie. d. non sera si come di numero qua-
 drato a numero quadrato & conuerso. el primo argomento se manifesta in
 questo modo. Se le due linee. a. & b. comunicano in lunghezza quelle (per la
 quinta) seranno in la proportion di due numeri, liquali hano. e. & f. li quadrati
 dell quali siano. g. & h. adonque perche la proportion della superficie. c. alla
 superficie. d. e si come quella della linea. a. alla linea. b. duplicata (per la decimo
 octaua del sesto) seguita anchora che la proportion della superficie. c. alla super-
 ficie. d. sia si come quella del numero. e. al numero. f. duplicata, & anchora (per
 la vndecima propositione del octauo libro) la proportion del. g. al. h. e si come
 quella del. e. al. f. duplicata, e per tanto la proportion del. c. al. d. e si come del
 numero. g. al numero quadrato. h. che e il primo pposito. Et el secondo se ma-
 nifesta in qto modo. Sendo la superficie. c. alla superficie. d. si come el numero. g.
 al numero quadrato. h. dico che se due linee. a. & b. seranno commensurabili



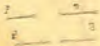
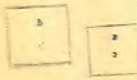
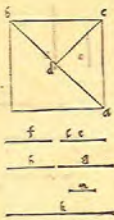
In lunghezza perche con cio sia che la proportione del e. al. d. sia si come quella che e dalla a. al. b. duplicata (per la decima octava del sesto) & dal g. al. h. (per la vndecima del octavo) sia si come quella del e. al. f. duplicata, per laqual cosa anchora la sempia della a. al. b. sara si come la sempia del e. al. f. (per la sesto) adonche le due linee a. & b. sono commensurante che e il secondo proposito. Et tutto e manifesto dal secondo per la destructione del consequente. Similmente et questo e manifesto dal primo per la destructione del consequente, & nota che dal la quarta parte di questa e manifesto el diametro di cadun quadrato esser commensurabile alla sua costa, perche con cio sia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia il come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in lunghezza. Altramente con cio sia che el quadrato sia numero quadrato tutti li numeri eglemente pari settiano quadrati & altri infiniti liquali no sono quadrati Et Aristotele primo priorum dace a questo incommensurante, che sel diametro sia posso esser commensurabile alla costa, che'l numero disparo sara eguale al pari, laqual cosa cosi e manifesta, perche essendo el diametro a. b. commensurabile al lato a. c. (per la quinta ventina a. b. a. c. sara si come alcun numero a vn altro) Sian adonque questi numeri e. & f. liquali siano li minimi in la sua proportion, & per questo l'uno di loro sara disparo perche essendo l'uno e l'altro parone seranno li minimi in la sua proportion anchora sia li quadrati di quelli, g. & h. adonque se e. e disparo anchora (per la trigesima del nono) g. sara disparo, sia adonque k. doppio al. h. & (per la definitione) k. sara paro perche adonque a. b. a. c. e commensurabile al. f. (per la decima octava del sesto) & per la vndecima del octavo) el quadrato del a. b. al quadrato del a. c. sara come del g. al. h. adonque g. e doppio al. h. perche cosi e il quadrato de a. b. al quadrato de a. c. (per la penultima del primo) & perche etiam k. e doppio al. h. seguita (per la nona del quinto) che g. numero disparo sia eguale al. k. numero paro & a se. e. sia posto paro & f. disparo la proportion de e. alla mita de e. laqual sia l. sara si come de a. al. c. al la mita de a. b. laquale sia a. d. per la proportion del quadrato de a. c. al quadrato de a. b. sara si come la proportion del numero h. el quale e disparo per la trigesima del nono al quadrato del numero l. el qual sia m. alqual. k. sia posto esser el doppio, elqual k. (per la definitione) sara paro, & perche el quadrato di a. e e doppio al quadrato di a. d. per la penultima del primo) lo numero h. sia doppio al numero m. & con cio sia che el numero. k. sia anchora lo doppio al medesimo numero m. (per la nona del quinto) lo numero h. numero disparo sia eguale al numero. k. numero paro che e il proposito.

Il Traduttore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioe che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradotione se dimostra in l'alima di questo decimo come al suo loco si potra vedere.

Correlano.

9 Et da queste cose dimostrate eglie manifesto che le linee commensurabile in lunghezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in lunghezza perche li quadrati delle linee rette commensurabile in lunghezza hanno la proportion come da numero quadrato a numer quadrato, & quel le quantita che hanno la proportion come de numero a numero per la sesta de questo decimo) sono commensurabili, per laqual cosa le linee



le linee rette cōmenfurabile non solamente sono cōmenfurabile in lunghezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportionē come de numero quadrato a numero quadrato & stato dimostrato come li lati sono cōmenfurabili in lunghezza, & in potentia, cōcioſia che li quadrati habbiano quella proportionē come di numero quadrato a numero quadrato, addō que ogni doi quadrati, liquali non hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, ma ſimplicemente come alcun altro numero a numero, eſſi quadrati ſono cōmenfurabili, cioe eſſi rette linee dalle quale ſono deſcritti ſono cōmenfurabile in potentia ma nō in lunghezza per laqualcoſa le linee cōmenfurabile in lunghezza neceſſariamente ſono etiam cōmenfurabile in potentia, ma quelle che ſono cōmenfurabile in potentia non e neceſſario eſſer cōmenfurabile in lunghezza, ſaluo ſe non ſaranno come numero quadrato a numero quadrato e per tanto dico che quelle linee lequale ſono incommenfurabile in lunghezza non e neceſſario eſſer quelle incommenfurabile in potentia, perche le cōmenfurabile in potentia, pono hauere & non hauere la proportionē come numero quadrato a numero quadrato, e per queſto, quelle che ſono cōmenfurabile in potentia pono eſſer & non eſſer cōmenfurabile in lunghezza, per laqualcoſa quelle che ſono incommenfurabili in lunghezza non e neceſſario eſſer incommenfurabili in potentia, ma quelle che ſono incommenfurabile in lunghezza pono etiam in potentia eſſer incommenfurabile, ma quelle che ſono incommenfurabile in potentia neceſſariamente ſono etiam incommenfurabile in lunghezza, perche ſe ſaranno cōmenfurabile in lunghezza (per l'aduſſario) ſaranno anchora in potentia cōmenfurabile, & ſono ſtate ſuppoſte incommenfurabile che ſe una coſa aſſoſda, adonque quelle linee che ſono incommenfurabile in potentia, neceſſariamente ſono etiam incommenfurabile in lunghezza.

Lemma.

⁶
9 Et in le coſe Arithmetice (per la uigefima quinta del octauo) e ſtato dimoſtrato, che li numeri ſuperficiali ſimili fra loro hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, & che ſe doi numeri fra loro haneranno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri ſono li superficiali ſimili, da queſte coſe e manifeſto che li numeri ſuperficiali diſſimili cioe quelli che non hāno li lati proportionali, non hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, perche ſe haneranno tal proportionē per l'aduſſario, quelli ſaranno ſuperficiali ſimili laqualcoſa non ſe ſuppone, adonque li numeri ſuperficiali diſſimili, fra loro non hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato.

6. Vuoliamo dimostrare la precedente nona proposizione per questa
 7. altro modo. Et perche eglic commensurabile la linea a. alla linea b. per la
 quinta di qsto, hanno la pporione coe da numero a numero, hui
 biano adonq; qlla si come el numero c. al numero d. & multiplicado
 c. in se medemo poniamo che faccia. e. & multiplicado el detto c. co
 tra d. ponilo che faccia. f. & multiplicado d. in se medesimo ponir
 mo che faccia. g. adonque perche el c. multiplicado in se ha fatto. e. et
 multiplicado ha el d. ha fatto. f. adonque si come e dal c. al d. qual e
 si come da la a. a l b. cosi e dal c. al f. ma si come da la a. a l b. cosi e quel
 lo che uien fatto da la a. in se medesimo a quello che uien fatto del a
 nel b. eglic adonque si come e el quadrato del a. al rettangolo del a.
 in b. cosi e lo e. al f. Anchora perche multiplicado el d. in se mede
 simo uien fatto el g. & multiplicado el e. ha el d. uien fatto. f. adonq;
 (per la undecima del quinto) si come e il c. al d. cioe si come lo a. al
 b. cosi e lo f. al g. ma si come lo a. al b. cosi e quello rettangolo che
 uien fatto, ouero contenuto sotto del a. & b. al quadrato del b. ad
 que si come e quello che uien fatto del a. in b. a quello che uien fat
 to del b. in se medesimo, cosi e lo f. al g. ma si come e el quadrato del
 a. al rettangolo del a. in b. cosi era lo e. al f. adonque (per la equa
 proportionalita, cioe per la uigesima seconda del quinto) si come
 e il quadrato del a. al quadrato del b. cosi e lo e. al g. & l'uno e l'al
 tro cioe e. & g. e numero quadrato cioe lo e. e el quadrato de. e. &
 lo g. e lo quadrato del d. adonque el quadrato de. a. al quadrato del
 b. hanno la propotione come da numero quadrato a numero qua
 drato laqual cosa bisogna a dimostrare.

8. Hor poniamo che il quadrato del a. al quadrato del b. habbia quel
 la propotione che ha el numero quadrato. e. al numero quadrato
 g. Dico che la linea. a. e commensurabile alla linea. b. & per dime
 strare questo sia. e. el lato del e. & d. el lato del g. & multiplicado. e.
 contra d. faccian. f. adonque li tre numeri. e. f. g. sono continui pro
 portionali in quella propotione che e el c. al d. (per la decima oc
 taua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del a. in b
 e medio proportionale fra el quadrato del a. & el quadrato del b.
 & fra li duo numeri quadrati e. & g. el suo medio proportionale e.
 f. adonque si come e il quadro del a. al rettangolo del a. in b. cosi e
 il numero. e. al numero. f. & cosi e il rettangolo del detto a. in b. al
 quadrato de b. cosi e lo numero. f. al numero. g. ma si come e el qua
 drato de a. al rettangolo del a. in b. cosi e la linea a. alla linea b. adonq;
 a. & b. sono commensurabili perche hanno propotione si come el
 numero. e. al numero. f. laqual e si come del c. al d. cioe si come del c.
 al d. cosi e del e. al f. perche multiplicado, e. in se medesimo gari se
 ce. e. & quel medemo multiplicado nel d. quel fece. f. adonque si co
 me e f.

me e il suo d. così e lo e al d.

Theorema.viii. Proposizione.x.

Se seranno due quantita communicante a una quantita, anchora
 12 quelle quan tita e necessario esser fra loro commensurabile.

Siano l'una e l'altra delle due quantita .a.&b.b. communicante alla quantita .c.
 Dico .a.&b. esser commensurabile perche la .a. alla .c. (per la quinta) e po
 toe nouero a numero, similmente anchora (per la medesima) la .c. alla .b. e si
 come numero a numero, adunque sia il numero .d. al numero .e. si come la .a. al
 la .c. & lo numero .f. al numero .g. si come e la .c. alla .b. & le proportioni che sono
 del .d. al .e. & del .f. al .g. han comune in tre termini, liquali sianco .X.L. come in
 segna la quarta proposizione del octauo & (per la equa proportionalita) la .a. al
 la .b. sia si come lo numero .h. al numero .l. adunque (per la sesta di questo)
 .a.&b. sono communicante che e il proposito.

Lm ma.

Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra
 10 15 incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudi
 ne seranno incommensurabile.

Siano le due magnitudine .a. & b. & l'altra .c. & sia la .a. commensurabile alla .c.
 & la .b. sia incommensurabile alla medesima .c. Dico che .a. & b. sono incommensurabile
 perche se .a. & b. fosse commensurabile alla .c. per lo conuenio della pre
 cedente seguita che .b. fosse commensurabile con .a. laqual cosa non se suppone.

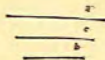
Theorema.ix. Proposizione.xi.

Se seranno due quantita fra loro communicante, a qualunque qua
 10 15 nta, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communica
 ra & a qualunque una di quelle non communichi, ne etiam l'al
 tra gli communica.

Siano le due quantita .a. & b. communicante, & sia posta qual si voglia quan
 tita (po namo .c.) con la quale communichi .a. Dico che la .b. communica
 ra con la medesima, laqual cosa (per la decima di questo) manifesto e concesso che
 l'una e l'altra communica con la quantita .a. ma se un'altra volta sia posto che .a.
 & b. siano communicante come prima, & sia per posto una quantita (poniamo
 c.) con laqual non e communichi .a. Dico che .b. non communica con la me
 desima, perche se .c. communica con .b. concesso che .a. communica anchora
 ra con el medesimo .c. (dal perappetto) etiam (per la detta decima) .a. & c.
 communicante, & era posto che non erano communicante per laqual cosa e
 manifesto quello che habemo detto.

Il Traduttore.

Questa proposizione in la prima traduzione se ripone mescolatamente
 con la precedente, ma tale proposizione se rimuoua solamente in la
 seconda traduzione &c.



Theorema.x. Propositione.xii.

- 2 Se seranno due quantita comunicante anchora tutto el compo-
 15 sto de ambedue all'una e l'altra de quelle sera communicante, & le
 tutto el composto sera a l'una e l'altra de quelle commensurabile,
 ambedue seranno commensurabile.

Stano le due quantita a, & b. commensurabile. Dico che tutto el composto da quelle (cioe sia c.) sera commensurabile all'una e l'altra di quelle, & e contrario similmente dico che se tutto el composto da quelle communicante, & una di quelle che quel medesimo comunicara anchora l'altra, & quelle simil-
 mente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel conuerso cioe che se a, & b. s'anno supposti incommensurabili dico che il loro composto (cioe c.) sera incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composto, sera incommunicante all'una di quelle anchora sera communicante all'altra, & quelle anchora seranno incommunicante fra loro, stiano adunque primamente a, & b. communicante & sia la comune misura de quelle, d. la quale conosciu che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la conuisione simile alla auanti la pegoldina del primo) numerara etiam c. per laqual cosa (per la diffinitione) e communicante all'una e l'altra di quelle (cioe sia a, & b.) & al contrario anchora sera communicante l'una e l'altra de quelle, sia la comune misura de tutte, d. al douo e e manifesto per la diffinitione a, & b. sera communicanti. Ma essendo pocho che c. communici con l'una di quelle (qual sia a.) dico che communicara anchora con b. etiam a, & b. communicano insieme, & per dimostrar questo sia la quantita che misura c. & a. che sia e. q. u. misura l'uno etiam el secondo (per la conuisione) quella misurara el residuo cioe b. & adoi que per la diffinitione anchora e communicante con b. & a. communico anchora con b. che e il proposito, ma se a, & b. s'anno supposti incommensuranti el composto, & sera incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se l'communico con l'una e l'altra di quelle, o con una di quelle, & quelle (per le cole diano frate di sopra) communicarano fra loro insieme, laqual cosa seria contra il pre supposto, similmente per il conuerso se l'c. e incommunicante all'una e l'altra di quelle, o a l'una di quelle sera anchora incommunicante all'altra de quelle medesime fra loro laqual cosa e manifesta per le cole dimostrate per la definitione del conuerso.

Il Traduttore.

Il conuerso della sopracrita propositione nella prima traduzione se dimo-
 straua insieme con la sopracrita come di sopra appare niente di meno nella se-
 conda vi e la propositione distinta laquale e la seguente,

Theorema.xi. Propositione.xiii.

- 2 Se due grandezze incommensurabile seranno composte insieme, el
 15 tutto sera incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se tutto
 sera incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze
 poste in principio seranno incommensurabile.

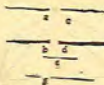
Stano le due grandezze incommensurabile a, & b. & c. & siano composte in-
 sieme. Dico che tutta a, & c. sera incommensurabile all'una e l'altra di quelle per
 che le

che le a, c, a, b, c, a, b , non sono incommensurabile (per l'adversario) adunque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misura ambedue, hor se egly possibile le sia che di misura quelle adunque perche di misura le dette a, c, a, b, c, a, b , misura etiam el rimanente b, c, c, b gia misura a, b adunque di misura le dette a, b, c, a, b, c , e per tanto (p la prima diffinitione del. 10.) dette a, b, c, b, c sono commensurabili, & sono supposte incommensurabile laqual cosa e impossibile, adunque alcuna grandezza non misura le dette a, b, c, a, b, c per tanto quelle sono incommensurabili. Ma supponendo al presente che la detta, a, c , sia incommensurabile a una delle dette a, b, c, b, c , similmente dimostreremo anchora che le dette due grandezze a, b, c, b, c sono incommensurabili, hor sia primamente alla a, b . Dico che dette a, b, c, b, c sono incommensurabili, perche se sono commensurabili (per l'adversario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misura quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile e) d , & adunque perche di misura dette a, b, c, b, c , adunque misura etiam tutta a, c, c misura etiam a, b adunque di misura la detta a, c, a, b, c , per tanto le dette a, c, a, b , sono commensurabili & sono supposte incommensurabile laqual cosa e impossibile adunque alcuna grandezza non misura le dette a, b, c, b, c e per tanto dette a, b, c, b, c sono incommensurabili, similmente si dimostra che a, a, c alla rimanente b, c e incommensurabili, adunque le due grandezze & el rimanente che seguira, laqual cosa era da dimostrare.

Theorema. xii. Proposizione. xiii.

^{to}
ⁿ Se la prima (de ogni quattro quantita proportionale) sera commensurabile alla seconda, anchora la terza sera commensurabile alla quarta, & se la prima sera incommensurabile alla seconda, anchora la terza sera incommensurabile alla quarta.

Siano le quattro quantita proportionale a, b, c, d . Dico che se a comunica con b , anchora c comunica con d , & se a e incommensurabile con b , anchora c sera incommensurabile con d , & se a comunica con b , in potentia solamente anchora c comunicara con d in potentia solamente niente di meno l'author non propone questo perche facilmente e usatissimo per la demonstratione delle prime parte, laquale se dimostrano in questo modo, se a comunica ex con. b , (per la quinta di questo) sera a, a, b, d come numero a numero sia add que si come c, a, b, c perche (per el presupposito) a, a, b, c si come c, a, b, c sera c, a, d si come el numero, & al numero d , adunque (per la sesta) c, a, c comunicara con d , che e el primo proposito, el secondo e manifesto dal primo dalla destructione del consequente perche se a e incommensurabile con b e necessario, e esser in commensurabile con d , perche se fusse a quello commensurabile (con quella cosa che sia come c, a, d , così a, a, b , (per el presupposito) sera (per la prima parte a comunicante con b , & non era comunicante, per laqual cosa e utilis l'uso tutto quello che ha proposto l'author ma quella parte che gli habemo aggiunto (cioe che se a comunica con b , solamente in potentia, e comunica con d solamente in potentia) e manifesto in questo modo concludo che a non comunicchi con b in longhezza ne el c , (per la seconda parte de questa) comunica con d in longhezza & concludo che el quadrato de a , a comunicchi con el quadrato de b , (dal presupposito) sera (per la quinta) el quadrato della linea a , al quadrato della linea b , si come numero a numero liquali sian c, d, c, d , perche el quadrato de a, c al quadrato de d , e si come el quadrato de a , al quadrato de b , sera etiam el quadrato de a, c al quadrato de d , si come el numero c , al numero d , adunque (per la sesta) c, c, d, d comunicano in potentia, & perche non comunicano in longhezza, el proposito e manifesto.



¹¹ A qualunque proposta retta linea puotemo trouare due rette linee
¹⁰ a quella incommensurabile, l'una solamente in lunghezza, & l'altra
 in lunghezza & in potentia.

Sia la proposta linea a . voglio ritrouare due linee dellequale vna communi
 chi con a . in potentia solamente: & l'altra sia incommensurabile a quella in lon
 ghezza & in potentia: adunque piglio duoi numeri liguali non siano in propor
 tione de alcuni numeri quadrati, & siano questi b . & c . liguali e facil cosa da tro
 uare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non qua
 drato ha quella proportionē laquale non ha alcuni numeri quadrati (questo cō
 ferma la vigesima seconda del octauo) tolgi questi tali numeri trouo la linea d . al
 quadrato dellaquale sia el quadrato della linea a . si come el numero b . al nume
 ro c . & questa tale linea ritrouo in questo modo: diuido la linea a . in tante parti
 quante vnica sōno in el numero b . al qual cosa facio facilmente, con lo agiuto del
 la undecima oatto duodecima del sesto: & dapoi sopra la extremità della linea a .
 erigo la linea e . perpendicularmente in laqual tante volte sia contenuta vna de
 le parti de a . quante volte e la vnica in c . perche adunque (per la prima del sesto)
 la proportionē del quadrato della linea a . alla superficie che vien fatta dal a . & e .
 si come la linea a . alla linea e . pero si come el numero b . al numero c . hor
 sia posto d . nel loco di mezzo proportionale tra a . & c . & e . (si come insegna la nona
 del sesto) allhora (per la prima parte della decima sesto del medesimo) el quadra
 to de d . sarà eguale alla superficie prodotta dal a . in e . & sarà la proportionē del
 quadrato della linea a . al quadrato della linea d . si come del numero b . al nume
 ro c . per laqual cosa a . & d . sōno commensurabili in potentia (per la sesto di que
 sto) & (per la ultima parte della nona) quelle incommensurabili in lunghezza.
 adunque retrotratta e la prima linea d . laquale era el proposito de cercare. l'altra
 la ritrouo in questo modo interpongo (come insegna la nona del sesto) la linea
 finel loco di mezzo proportionale tra a . & d . & e . (per lo correlario della decima
 cetua del sesto) el quadrato de a . al quadrato de e . sarà si come a . al d . adunque
 (per la seconda parte della nona) el quadrato de a . e incommensurabile al qua
 drato de d . adunque la linea e . e incommensurabile in potentia alla linea a . per
 laqual cosa e etiam incommensurabile in lunghezza, e per tanto la linea e . e la
 seconda linea, laquale el proposito era de ritrouare, & così e manifesto il pro
 posito.

Lemma:

¹⁴ Date due linee rette ineguale, puotemo ritrouare quanto piu pou
 o la maggiore della minore.

Siano le due date linee rette a . & b . dellequale la maggiore sia la a . & hor bilio
 gna trouar quanto piu pin la a . & b . della c . sia descritto sopra ba . & d . se minore
 chio a . & b . & in quello (per la prima del quarto) sia costrutta la a . & d . eguale alla
 c . & sia tirata la d . & b . Al presente e manifesto che l'angolo a . & d . & b . e retto, & che la
 a . & b . pou piu della a . & d . (che e eguale alla c . & in el quadrato della d . & b . & similiter
 te, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto quel
 le due, laqual cosa così lo ceroua. Siano le due date rette linee a . & b . & d . & b . all qua
 le sia debilgno trouare una linea poente in quelle. sia posto che a . & d . & b . con
 prendano l'angolo retto, & sia tirata la a . & b . & una altra volta (per la quadagesi
 ma sententia del primo) e manifesto quella esser la a . & b .

Theorema

Theorema.xiii. Proposizione.xvi.

Se la prima, de ogni quattro linee proportionale po piu della se-
conda tanto quanto e el quadrato di alcuna linea a se communican-
te in longhezza, anchora la terza e necessario possier tanto piu del-
la quarta quanto e el quadrato de alcuna linea a se communicante
in longhezza & se la prima sera piu potente della seconda nel qua-
drato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora
la terza sera piu potente della quarta nel quadrato de alcuna li-
nea a se incommensurabile in longhezza.

H Or siano le quattro linee proportionale, a, b, c, d, & sia la maggiore della
b, & la c della d, & anchora sia la a piu potente della b nel quadrato
de qua linea, & la c piu potente della linea d nel quadrato della linea d, dico
che se a communica con c in longhezza anchora, c, communica con f, in
longhezza & se a non communica con c in longhezza ne etiam la c commu-
nicara cō f, in longhezza de fa cōmunicara cō solamente, o in potestà anchora, c, cō
municara con f, solamente in potestà, alioite di manco l'authore non propo-
ne questo ultimo perche facilmente e manifesto dalla demonstratione di primi
perche concluda che la proportion de a, a, b, f, si come del, c, a, d, del qua-
drato de a, al quadrato de b, sera si come del quadrato de c, al quadrato de d,
& perche el quadrato de a, e eguale alli quadrati delle due linee, b, & c, e, simil-
mente al quadrato de c, e eguale alli quadrati delle due linee, d, & f, la pporione di qua-
drato delle due linee b, & c, al quadrato de a, sera si come di quadrati delle due
linee d, & f, al quadrato de f, adunque disgiuntamente el quadrato de b, al qua-
drato de c, sera si come el quadrato de d, al quadrato de f, adunque del b, a, e, si
come del d, a, f, anchora per la equa proportionalita sera del a, a, e, si co-
me del c, a, f, adunque (per la prima parte della decima quarta) se manifesta la
prima parte de questa & (per la seconda) la seconda & (per la terza in quilibo
con aggiunta) questa parte aggiunta,

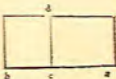
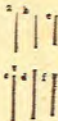
Il Traduttore.

Che la proportion de quadrati delle due linee b, & c, al quadrato del
a, & f, si come quella di quadrati delle due linee d, & f, al quadrato della
e, e manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

Se sopra ad alcuna linea retta sera posto, ouero descritto uno para-
llogrammo al quale (a compire la detta linea) manchi uno qua-
drato, el detto parallelogrammo descritto, sera eguale a quello che
vien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla a, b) lo parallelogrammo
a, d, al quale manchi a compire la detta linea la superficie d, b, quadrata, dis-
co che il parallelogrammo, a, d, e eguale a quello che vien contenuto sotto de a,
c, & c, b, & questo per se istesso e manifesto, perche la superficie, d, b, e quadra-
ta el lato, d, e, e eguale a, c, b, & lo parallelogrammo, a, d, e quello che fatto ouero



contenuto sotto di $a.c.d.$ & quello che fatto ouer contenuto sotto di $a.c.d.b.$ perliche seguita el proposito.

Il Traduttore.

IL sopracritto lemma se ritrooua solamente nella seconda traditione, la quale e molto al proposito per le due propositioni che seguira no, & la dimostrazione di quello e assai facile, ma il modo di costruire lo parallelogrammo $a.d.$ sopra la data linea $a.b.$ con la sopra detta conditione, cioè che manchi a compir la detta linea $a.b.$ un quadrato cioè el quadrato $d.b.b.$ Et che sia eguale a qualche data superficie (come occorre nelle due sequente propositioni) non e molto facile massime per quelli che non hanno molto familiare la vigesima octaua propositione del sesto libro, ma a che hanera ben in memoria il procedere generale della detta vigesima octaua del detto libro, non haouera alcuna difficoltà nelle due sequente propositioni, adonque se per caso, la se fusse vñ di memoris di nouo a lei recorti che ti sera di uile. Ma a duertile che se bene la detta vigesima octaua del sesto non dice precisamente quello che si suppone ad sopracritto lemma, ouero quello che nelle due sequente propositioni occorre, ra di fare, cioè de aggiungere, ouero delignate sopra vna data rettilinea vna superficie eguale alla quarta parte del quadrato d'vn'altra linea (minore di lei) tantte che manchi al compimento della data linea, vna superficie quadrata tanto di meno se tu ben considerai il procedere generale di quella tu non hanera alcuna difficoltà in questa particolare, perche la maggiore differenza che sia di quella a questa e che in luoco del triangolo c (in quel luoco addato) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (volendo) tu la puoi retrare in uno triangolo (come sopra la vigesima nona del detto libro se mostrato) ibenche senza retrarla in triangolo potrai effogare il tuo intento se ben considerati quella parte addotta sopra la detta vigesima octaua del detto libro. Della superficie $d.a.b.$ la detta vigesima octaua addotta puo esser quadrata e non quadrata, e pero quella non te altera (nelle sequente) il tuo operare. Anchora vñ altro piu cōspicuo modo da effogare tal effetto senza agiuto della detta vigesima octaua del sesto, se aduce dal commentatore nella prima traditione come in fine della sequente appare.

Theorema.xiii. Propositione.xvii.

- 13 Se seranno due rette linee ineguale delle quale la superficie eguale alla quarta parte del quadrato della minor, oggieta ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a copire tutta la linea una superficie quadrata, diuida la piu longa in due parti comunicante, e glie ne cesserà detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea comunicante in lunghezza a detta linea piu longa, & se la piu longa sera piu potente della piu corta per accrescimento del quadrato d'una linea a lei medesima comunicante in lunghezza, & che a quella sia aggiunta una superficie eguale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea, alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a questa aggiunta e necessario diuidere la medesima linea piu longa in due

in due parti commensurabile.

Siano le due linee a, b & c sia a, b maggiore & sia aggiunta alla linea a , una superficie eguale alla quarta parte del quadrato della linea c , talmente che manchi a compire la linea a, b una superficie quadrata, perché questo è possibile a fare per la vigesima octava del libro laqual cosa facilmente vien fatta in questo modo sia diuisa a, b in due linee a, d & d, b talmente che fra quelle cada la mita della linea c continuamente proportionale (& qualmente le debbia far questo lo insegneremo in fine della dimostrazione di questa) & (per la decima sententia del libro) la superficie de a, d & d, b laquale sia d, e sera eguale al quadrato della mita della linea c per laquale cosa (per la quarta del secondo libro) la medesima sera subquadrupla al quadrato della linea c , anchora mancha a compire la linea a, b una superficie quadrata, con diuisa cosa che a, d sia eguale al d, b , & d, b sia eguale al d, e per tanto dico che se la superficie d, e diuide la linea a, b in due parti communicand la linea a, b sera più potente della linea c , nel quadrato de alcuna linea communicante con lei in lunghezza & e conueniente con diuisa che la linea a, b sia maggiore della linea c la parte a, d non sera eguale alla parte d, b perché se la linea eguale la superficie d, e sera quadrata, & perché essa superficie è eguale al quadrato della mita della linea c & diuisa la linea a, b in due parti a, d & d, b & d, b sera eguale a tutta la c laquale cosa sera contra di per supposito adonque la a, d non è eguale alla d, b adonque della maggiore de quelle (laqual sia d, b) sia tagliato la parte d, e eguale alla a, d & (per la octaua propositione del secondo) el quadrato de tutta la a, b sera eguale a quello rettan golo fatto de d, b & d, a quattro volte & al quadrato de d, b per laquale cosa la linea a, b sera più potente della linea c nel quadrato della linea c laquale e non cossario communicare a tutta la a, b & la linea a, d e communicante alla linea d, b perché se questo sera la d, b sera communicante e alla d, e sua eguale per la qualesa (per la duodecima propositione) a, b & d, e communicano con d, e pero communicano etiam a tutta la a, b & per questa causa communicano etiam con tutta la a, d adonque communicano etiam con tutta la a, b & così e manifestato el primo propositione conueniente di questa e manifestato in questo, sia la a, b più potente della c nel quadrato della linea c laqual communici con lei medesima in lunghezza & in dico al presente che la superficie eguale alla quarta parte del quadrato della linea c sia aggiunta sopra alla linea a, b talmente che manchi una superficie quadrata) diuide la linea a, b in due parti communicand, perché se sia diuisa a, b in due parti eguali in d, e sia fatta la superficie d, e del d, b in d, e & mancata a compire la linea a, b la superficie quadrata, & (per la octaua propositione del secondo libro) el quadrato de a, b sera eguale al quadruplo della superficie de d, e & al quadrato de d, b . Adonque el quadruplo della superficie de d, e è eguale al quadrato della c per laquale cosa la superficie d, e sia eguale alla quarta parte del quadrato della c & così adonque che la d, b e communicante con la a, d stante che d, b sia communicante con a, b per che se questo sera che d, b sia communicante con a, b sera anchora communicante con a, d per la duodecima propositione per laquale cosa sera etiam con a, d & con d, e quella eguale e per tanto etiam a, b sera communicante con a, d che e il secondo propositione al presente e da dimostrare qualmente la linea a, b quando che essa sera più maggiore della linea c possa esser diuisa talmente che fra le parti di quella cada la mita della linea c continuamente proportionale, perché quando la sera, o diuisa, la superficie che sera fatta dall'una parte & l'altra sera eguale al quadrato della mita della linea c & essa superficie sera eguale alla quarta parte del quadrato della linea c aggiunta alla linea a, b talmente che manchi una superficie quadrato, perché questo sera fatto in questo modo, diuisa a, b in due parti eguali in ponto, d & sia lineato sopra quella la sententia



Theorema.xvi. Propositione.xix.

¹⁵Ogni superficie rettangola che contengono due linee rationale in
¹⁹longhezza le troua etier rationale.

Siano le due linee, $a.b.$ & $b.c.$ (lequale contengano la superficie rettangolo $a.b.c.$) rationale in longhezza dico la superficie $a.b.c.$ esser rationale perche descritto il quadrato de quale si uoglia di quelle come il quadrato $c.d.$ della linea $b.c.$ fara (per la prima del sesto) la proportion del quadrato $c.d.$ alla superficie $a.b.c.$ si come la linea $b.d.$ alla linea $a.b.$ perche adunque $b.d.$ communica in longhezza con $a.b.$ (dal presupposito) pero che la $b.c.$ (sia eguale) communicata con ella (per la prima parte della decimaquarta) $c.d.$ fara comunicaute con $a.c.$ adunque concluda che $a.c.$ sia rationale (per la diffinitione) etiam $a.b.$ fara rationale che e il proposito.

Il Traduttore.

E l'effetto di questa decimanona propositione in la seconda gradatione dice in questa forma.

¹⁵Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo al
¹⁹caso di presetti modi) commensurabile in longhezza e rationale.

Laqual propositione non attinge che le dette due linee siano rationale in longhezza ma pòno esser rationale etiam solamente in potentia per che siano commensurabile in longhezza: laqualcosa se dimostra per li medesimi modi e uie di sopra addotte perche el quadrato di qual si uoglia di quelle fara rationale (essendo cadauna di quelle rationale in potentia) onde seguita d'ore concludera el proposito come in altro modo & questa e molto più generale dell'altra.

Theorema.xvii. Propositione.xx.

¹⁶
²⁰Quando che sopra a una linea rationale in longhezza fara posta una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella fara rationale in longhezza, & commensurabile col primo in longhezza.

Questa e quasi el conuerso della precedent, come se la superficie $a.b.c.$ (aggruata ouero posta sopra alla linea $a.b.$ rationale in longhezza) fara rationale: dico che il secondo lato di quella (diquale $b.c.$) fara anchora rationale in longhezza & communicante al primo lato perche se sia $a.d.$ el quadrato de $a.b.$ fara rationale (per la diffinitione) & per questa causa fara communicante con la superficie $a.b.c.$ rationale, perche adunque (per la prima del sesto) si come e la superficie $a.d.$ alla superficie $a.b.c.$ così e anchora la linea $b.d.$ alla linea $b.c.$ & la superficie $a.d.$ communicata con la $a.b.c.$ fara (per la prima parte della decimaquarta) $b.d.$ communicante con $b.c.$ adunque fara etiam communicante con la $a.b.$ (sia eguale) & $b.c.$ e rationale (dal presupposito) per la qual cosa (per la diffinitione) etiam $b.c.$ fara rationale; adunque e manifesto il proposito.



El resto di questa sopra scritta propositione in la seconda tradotione di et in questa forma.

- 16 Se una superficie rationale sera posta sopra una linea rationale fara
20 la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioe a quella sopra la quale fu posta la superficie.

Onde questa e assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non stringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea pool esser etiam rationale solamente in potentia, perche vna linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la definitione) & tutto questo se verifica per le medesime argumentationi vrate di sopra, perche potendo che la superficie, a.c. rationale, sia posta sopra la linea, a.b. rationale solamente in potentia, dico che il medesimo secondo lato cioe, b.c. sera rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la, a.b. per le medesime ragioni nell'altra demonstratione addotte perche el medesimo quadrato de, a.b. sera rationale (per esser la, a.b. rationale abenche sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie, a.c. & cetera.

Problema. iiii. Propositione. xxi.

- 17 Puotremo trouare due linee rationale solamente in potentia commensurante, delle quale la piu longa possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

El proposito e di trouare due linee rationale in potentia solamente commensurante delle quale la piu longa sia piu potente della corta nel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual sia, a.b. sopra laquale descrivo lo mezzo cerchio, a.c. b. & misuro alcun numero (come, d.e.) divido qsto in li due numeri, d. f. & f. e. talmente che la proportion de, d.e. al, d.f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportion de, d.e. al, f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato divisible in vno numero quadrato & in vno che non sia quadrato come e, 9. el quale se divide in, 4. e, 5. & tutti li egualmente multipli de questi, & trouo vna linea al quadrato della quale el quadrato della linea, a.b. sia si come el numero, d.e. al numero, d. f. (& similmente ella se trououa e stato detto in la demonstratione della decima quinta de questo) trouata questa linea (laquale necessariamente e minore de, a.b.) la accomodo (per la prima del quarto) dentro del mezzo cerchio, a.c. b. & sia, a.c. & sostitendo la linea, c.b. dico le due linee, a.b. & c.b. essere quelle che cerchiamo, perche (per la trigesima prima propositione del terzo) l'angolo, c. sia retto, e pero (per la penultima del primo) lo quadrato de, a. b. e eguale alli quadrati delle due linee, a.c. & c.b. & perche la proportion del quadrato della linea, a.b. al quadrato della linea, a.c. e si come del, d.e. al, d.f. (p el principio) (per la quarta proportionale) la proportion del quadrato della linea, a. b. al quadrato della linea, c.b. sera si come del, d.e. al, f.e. adunque el quadrato de, c.b. commencia con el quadrato de, a.b. (p la scita propositione di quello) adonq

quadrato

quadrato de o. b. fira rationale (per la diffinitione) con d. o. fira che l' comunica
 con una superficie rationale, & perche, c. b. & a. b. sono incommensurabile
 (per la prima parte della nona propofitione) & manifesto le due linee a. f. &
 d. c. b. effer rationale in potentia folamente communicante; ma perche la
 linea a. b. e piu potente della linea c. b. nel quadrato della linea a. a. 2. la
 quale (per la feconda parte della nona) comunica con feço in longhetza
 & manifeste effer fufano el propofito. Ma fe tu defideri de ritornare
 piu de due rationale in potentia folamente communicante delle quale una
 fia piu potente de quala ti voglia delle altre loel quadrato de alcuna linea
 communicante con feço in longhetza fia come per stanti la linea a. a. b.
 rationale in longhetza, fopra laquale fia defcinto el notato cerchio, a. f.
 c. b. & fia fetro lo numero. d. quadrato quale fia diuifibile in molti quadrati
 & non quadrati di quali non quadrati la proportion non fia fi come de alcun
 ui di numeri quadrati, & tali numeri che otra fe danno come el 36 el quale
 e diuifibile in 3. 6. 12. & anchora in 4. 6. 9. & fimilmente in 9. 6. 17. & anchora
 in 4. 9. 32 & de quelli non quadrati quali fono 6. 11. 20. 27. 32. tra loro non e pro
 portione fi come de alcuno numero quadrato a vnaltro fia adouque che l' nes
 mero. d. quadrato fia diuifo in equa crato & in d. non quadrato & fia el quatra
 to della linea a. b. al quadrato della linea a. c. fi come el numero. d. al numero. e.
 & fia d. tra la linea c. b. & e manifesto el propofito come per stanti effa d. tra
 moltrato a. b. & c. effer le due tal linee che cerchamo fimilmente anchora d. tra
 d. tra d. h. quadrato & in h. non quadrato & fia el quadrato della linea a. b.
 al quadrato della linea a. f. fi come del. d. al. g. h. fia d. tra la linea K. b. & fira
 no come prima le due linee a. b. & h. K. quelle che cerchamo per lo medemo mo
 do & fia diuifo vn'altra volta d. in l. quadrato & in m. non quadrato, & fia poffo
 la proportion del quadrato della linea a. b. al quadrato della linea a. m. fi come
 del. d. al. l. & fia produmo l. a. b. fira n. le due linee a. b. & n. quale cerchamo
 & fia vn'altra volta fia diuifo. d. in p. quadrato & in q. non quadrato & la pro
 portione del quadrato della linea a. b. al quadrato della linea a. r. fira fi come
 del. d. al. p. & fia protratta la linea r. b. fira n. anchora le due linee a. b. & r. la
 quale cerchamo, & per tanto le linee a. b. & c. b. & h. n. b. r. fono rationale in poten
 tia folamente communicante vna delle quale (cioe a. b.) e piu potente de quala
 ti voglia delle altre in el quadrato diua linea communicante con feço in loes
 ghera adouque minna delle quattro linee. b. c. b. K. b. n. b. r. comunica
 con le altre in lo longhetza & manifeste el propofito & quello e appreso in que
 fto modo perche le manifeste dalle precedenti che l' quadrato della linea d. c.
 al quadrato della linea a. b. e fi come el numero. f. al numero. d. & lo quadrato
 della linea a. b. al quadrato della linea a. c. fi come el numero. d. al numero. h.
 adouque per la equa proportionalita el quadrato della linea b. c. al quadrato
 della linea b. r. & fi come el numero. f. al numero. h. & il n. di quattro numeri
 l. h. m. q. fono (dal propofito) fi come numero quadrato a numero quadrato
 & per la quarta parte della nona) le due linee b. c. p. & c. fono
 incommensurabile in longhetza & per la medefima ragione, cioe quale, ti vo
 glia di quelle quattro fono incommensurabile in longhetza adouque & manifeste
 fia quello che volemo.



Il Traduttore.

Bisogna notare che la linea a. b. se puol tore rationale in longhetza & an
 chora folamente rationale in potentia, perche in l'uno e l'altro modo
 se intende rationale per la quinta diffinitione (secondo la feconda tradottoi
 ne) & per tanto le dette due linee pouno effer ambedue rationale solamente.

In potentia, ouero l'una rationale in lunghezza & l'altra solamente in potentia, vtro e che non possono esser ambedue rationale in lunghezza perche se siano commensurabile in detta lunghezza che seria contra il prelopposo deo & cetera.

Problema.y. Proposizione.xxi.

15 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia com-
30 municante, delle quale la piu longa possi piu della piu corta
quatro e il quadrato d'una linea a se incommensurabile in lon-
ghezza,



IN questa anchora rimanga la medesima disposizione & li medesimi prelo-
poli che sono in la precedente, mutato solamente quello che la proportion
del numero, d.e.a nino di doi numeri d.f.f.e. sia li come de numero qua-
drato a numero quadrato, & questo vien fatto facilmente posto, d.e. qual li vo-
glia numero quadrato diuiso in doi numeri non quadrati come f.e.d.e. sia mo-
ne f.e.d.f.ici d.e.f.e. tre argumentando come per assenti eccetto solamente quello
che a.b.&a.c. sono incommensurabili in lunghezza (per la vicina parte della
nona proposizione) & e da saper che le due linee che insegnano di trouare
questa & la premessa compongono el binomio, & la minore de quelle, tagliata
dalla maggiore quella che rimane e detta residuo, anchora nota che le linee ra-
tionale solamente in potentia comunicante ponno esser vna rationale & l'al-
tra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale vna sia
vinticinque piedi & l'altra vntiquattro sono rationali in potentia solamente
comunicante, perche el lato della prima superficie e cinque & el lato della
seconda non vien numerato. Et ponno esser ambedue irrationale come li lati
tetragonici delle due superficie delle quale vna sia vntiquattro piedi & l'altra
25. perche el lato ne dell'una ne dell'altra vien numerato & sono incommensura-
bile in lunghezza (per la vicina parte della nona) & se tu desiderasse anchora
de trouare piu de due linee rationale in potentia solamente comunicante
delle quale vna sia piu potente de qualia ti voglia delle altre inel quadrato d'e-
na linea non comunicante congegno in lunghezza sia tolto tal numero el qua-
le possa esser coadiuiso in piu parti che la proportion de quello a niuna del-
le sue parti ne daloua parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadra-
to a numero quadrato come vnticinque equal tol poi diuidere in doi e vin-
tre anchora in cinque & vnti similmente in sette e decimo & el processo
sia el medesimo che stato fatto in la premessa.

Lemma, ouero assumptione.

6
21 La linea potente in una area irrationale e irrationale.

Perche se la linea a. pol in vna area irrationale cioe che quel quadrato quel
vien fatto della linea a. sia eguale a vna area ouer superficie irrationale cioe
che la linea a.e irrationale perche se possibul fusse (p la dicerario) che la dita linea
a. fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea a. seria p la diffinitio-
rationale

Theorema.xix. Proposizione.xxiii.

²⁰Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sera posta
²²una superficie eguale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quella sera rationale solamente potenzialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.



Questa e quasi il conuerso della premessa. Sia. a. vna linea mediale & sia la linea. b. rationale in longhezza sopra a la quale sia posto ouero aggiunta la superficie b. d. eguale al quadrato della linea. a. Inqualcosa se fa in questo modo, sia fatto aggiunto alle due linee. b. & c. alla linea. e. d. in continua proporzionale, cioè insguia la decima del sesto, & la superficie della. b. u. c. n. e. d. sera eguale al quadrato della linea. a. (per la settima decima del medesimo) dico el secondo lato de quella eguale e. d. e. esser rationale solamente in potenza & incommensurabile in longhezza al lato b. c. & sera (per la precedente) per la diffinitione della linea mediale) che la linea. a. possi in alcuna superficie e ouersura di due linee rationale solamente in potencia comunicanti, laqual sia la superficie. g. li lati della quale sian. e. f. x. f. g. & le due superficie. b. d. & e. g. (per la prima parte della decima quarta del sesto) seranno de lan manui, per questo che esse sono eguali, & rettangole adonque la proporzione de. b. u. c. a. e. f. e. si come del. g. al e. d. per inqualcosa conosciuta che. b. u. c. comunichi in potencia con. e. f. (Impero che il quadrato dell'una e. d. dell'altra de quelle sono rationali (dal preinpposito) f. g. (per la decima quarta) comunicata in potencia con. e. d. conosciuta adonque che il quadrato de. g. sia rationale (per el preinpposito) anchora el quadrato de. e. d. (per la diffinitione) sera rationale, & perche la superficie. b. d. e irrationale si come la sua eguale. e. g. (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea. e. d. non comunicchi con la superficie. b. d. & perche el quadrato della linea. e. d. e dalla superficie. b. d. (per la prima del sesto) e si come lo lato. c. d. allo lato. c. b. (per la seconda parte della decima quarta) sera che. c. e. d. non comunicchi con. b. c. per laqualcosa conosciuta che la. b. c. sia rationale in longhezza (dal preinpposito) la. e. d. sera irrationale in longhezza cioè rationale solamente in potencia adonque e manifesto la proposta conchiuione.

Il Traduttore.

Il testo della sopra scritta proposizione in la seconda traduzione parla in questa forma videlicet.
²⁰Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa
²²la larghezza rationale & incommensurabile in longhezza a quella linea alla quale fu sopraposto.

La qual proposizione e più generale che la sopra scritta perche questa non astringe che la linea a. b. c. sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale o in longhezza o in potencia solamente & per li medesimi argumentationi le trouara seguire il preposito & quello che di sopra se conchiude per la prima del sesto nel la seconda traduzione se conchiude per la sopra scritta lemma cioè che il quadrato della linea. c. d. alla superficie. b. d. e si come lo lato. c. d. allo lato. c. b.

Theorema.xx. Proposizione.xxv.

²¹Ogni linea comunicante a una mediale e mediale.

²³Sia la linea. a. mediale alla quale sia posto la linea. b. esser communicante con
 in longhezza ouero solamente in potencia dico che etiam la linea. b. e mediale



ziale, & per dimostrare questo sia la linea $c.d.$ rationale in lunghezza sopra la quale sia posta la superficie $c.f.$ eguale al quadrato della linea $a.$ & anchora la superficie $e.g.$ eguale al quadrato della linea $b.$ & a questo modo questo si debba fare & itato detto in la preuessa dimostrazione) & per la precedente) la linea $d.f.$ sia rationale solamente in potentia & incommensurable alla linea $c.d.$ & perche (per la prima del feto) $d.e.$ & $c.f.$ si come del $f.g.$ & $d.f.$ & la superficie $c.g.$ communica con la $c.f.$ imperoche el quadrato de $b.$ communica con lo quadrato de $a.$ (per el presupposito) & iuliqui quadrati le due superficie sono pothe esuale, sequa (per la prima parte della decimaquarta) che la linea $d.f.$ g. communica con la linea $c.d.$ per la qual cosa $d.g.$ e rationale solamente in potentia, si come $c.d.$ & incommensurable in lunghezza alla linea $c.b.$ concioia che la linea $d.f.$ (a se communicante) sia incommensurable al medesimo $c.f.$ imperoche e incommensurable alla sua eguale perche questo fu prouato in la vnedicina che lei sera due quantita communicante a qualunque quantita vna di quelle non communica ne etiam l'altra gli communica, adonque (per la vigesima terza) la superficie $c.g.$ sera mediale & lo lato terragonico di quella eguale $c.b.$ sera mediale che e il presupposito, similmente anchora ogni superficie $c.a.$ si comunica a vna superficie mediale e necotario esser mediale, perche se sia la superficie $c.a.$ mediale alla quale sia posta la superficie $b.$ & si communica, dico la superficie $c.b.$ esser mediale laqual cosa in questo modo sera manifesta sia la linea $c.d.$ rationale in lunghezza & sopra a quella sia aggiunta, ouero posta la superficie $c.$ & la quale sia eguale alla superficie $a.$ laqual cosa se fa in questo modo, si troua tal la linea $c.f.$ alla quale sia proportionale vno di lati della superficie $a.$ si come sia la linea $c.d.$ dall'altro lato & si come questa linea seruiua & itato detto in la decima del feto) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie $d.f.$ sera esuale alla $c.f.$ anchora per el medesimo modo sopra alla linea $c.f.$ sia aggiunto, ouero posto la superficie $e.g.$ la quale sia eguale alla $b.$ adonque per la vigesima quarta la linea $c.f.$ sera rationale solamente in potentia & anchora sera incommensurable in lunghezza alla linea $c.d.$ & perche $a.$ & $b.$ erano communicanti (dal presupposito) seranno anchora $c.e.$ & $c.g.$ (a quelle eguale) communicanti se adonque per la prima del feto) & (per la prima parte della decimaquarta) de questo seranno le due linee $c.d.$ & $c.f.$ g. communicante in lunghezza, per la qual cosa (per la vigesima terza) la superficie $c.g.$ sera mediale, concioia che la linea $c.f.$ sia rationale in lunghezza si come $c.d.$ a lei eguale (concioia adonque che $b.$ sia eguale a $e.g.$ anchora $b.$ sera mediale che e il presupposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componono superficie mediale, onde tutta la superficie $d.g.$ e mediale, perche concioia che le due linee $c.f.$ & $d.f.$ g. siano rationale in potentia solamente, & non communicante in lunghezza le qua che tutta $d.g.$ sia rationale solamente in potentia & non communicante con la $c.d.$ di cui longhezza adonque (per la vigesima terza) $d.g.$ e mediale & per lo medesimo modo le procedera essendo piu.

Il Traduttore.

Questa vltima parte prouata di sopra, cioe che ogni superficie communicante a vna superficie mediale e mediale, nella seconda tradouone se uita vno correlario ma per esser alui piu chiara questa del dicto correlario hauemo posposto al dicto correlario

Theorema. xxi. Propositione. xxvi.

22 Ogni differentia in la quale habundi una mediale da una mediale se proua essere irrationale.

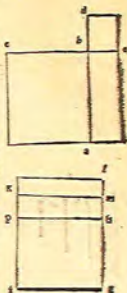
Sia l'una e l'altra delle due superficie $a.b.$ & $a.$ mediale, Dico che la superficie $b.$ (laquale e la differentia di quelle) e irrationale, & per dimostrar questo sia



Siano le due linee $a.b$ & $b.c$ mediale solamente in potentia comunicante, di
 so che la superficie $a.c$ (da quelle potenze) ouer che la e rationale ouer me
 diale, se per dimostrar questo si adde, el quadrato della linea $b.c$ & $a.c$ el qua
 drato della linea $a.b$ & c dal preapposito questi duoi quadrati seranno como
 nicanti & la superficie $a.c$ (per la prima del 6.) sera mediale nel mezzo loco pro
 porzionale fra el quadrato sia solo adouque la linea $a.g$ laqual sia rationale in
 longezza sopra alla qle sta agguo ouer poia la superficie $f.h$ equal al quadrato
 $a.c$ & $K.l$ equal alla superficie $a.c$ & $K.l$ equal al quadrato $d.e$ & que tre
 superficie $f.h$ & $K.l$ & $K.l$ seranno potestate proportionali, si come sono le line
 e equal $a.e$ & $a.c$ & $d.e$ laqual cosa (per la prima del 6.) etiam le tre linee $g.h$ & $h.m$
 & $m.l$ (loquale sono base de quelle) seranno potestate proportionali, & co
 cioia che le superficie $f.h$ & $K.l$ siano comunicante, si come li duoi quadrati $a.c$
 & $d.e$ da quelle equali seguita (per la prima del 6.) & (per la 4. di questo) che la
 linea $g.h$ sia comunicante con la m . l. & l'una & l'altra de quelle e rationale in
 potentia (per la 2.4. de questo) adouque la superficie dell'una di quelle in l'altra
 e rationale & ouer ogni superficie laqual che e contenuta da due linee rationale in po
 tentia comunicante in longezza necessariamente e rationale (come e manifesto)
 (per la prima del 6.) & per la prima parte della 7. de questo & per la diffinitione del
 le superficie rationale, & che (per la prima parte della 7. del 6.) lo quadrato
 della linea $h.m$ e equal alla superficie della $g.h$ in m . l. El quadrato della linea
 $h.m$ sera rationale adouque se la linea $h.m$ e rationale in longezza, ouer come
 nicante alla linea $K.l$ laqual e equal alla linea $f.g$ (per la 3.9.) la superficie h
 $K.l$ sera rationale & ouer etiam la sua equal $a.c$ ma se la linea $h.m$ sia irrationale
 la longezza ouer incommensurabile alla linea $K.l$ laqual e equal alla linea $f.g$
 potesta che sia sia rationale al numero in potentia impoche el suo quadrato e
 rationale la superficie $h.K$ (per la 2.7.) sera mediale per la qual cosa etiam la sua es
 equal $a.c$ cadouque e manifesto el proposito & nota che se le due linee $a.b$ & $b.c$
 fussero mediale comunicante in longezza la superficie $a.c$ sera solamente media
 le & che la superficie $a.c$ sera comunicante all'uno & l'altro di duoi quadrati $a.c$
 & $d.e$ (per la prima del 6.) & per lo presente preapposito & per la 1.4. di que
 sto & per la superficie $h.K$ & equal a $a.c$ sera comunicante all'una & l'altra su
 perficie $f.h$ & $K.l$ adouque (per la prima del 6.) & per la 1.4. di questo la linea h
 sera comunicante all'una & l'altra delle due linee $g.h$ & m . l. & che ambedue
 queste sono rationale solamente in potentia non comunicante in longezza alla
 linea $f.g$ anchora la $h.m$ sera rationale in potentia solamente non comunicante
 in longezza alla linea $f.g$ & ouer ne comunicante alla linea h . p. per la qual cosa
 (per la 2.7.) la superficie $h.g$ sera solamente mediale & ouer etiam la $a.c$ lei equa
 le sera mediale, ma se le due linee $a.b$ & $b.c$ fussero mediale ne in longezza ne
 in potentia comunicante la superficie $a.c$ non seria rationale ne mediale, & che se
 fosse così, cioe che le due linee $a.b$ & $b.c$ fussero mediale ne in longezza ne in po
 tentia comunicante li duoi quadrati $a.c$ & $d.e$ serano incommensurabili, adouque
 & le due superficie $f.h$ & $K.l$ da quelle equal anchor serano incommensurabili per
 laqual cosa & le due linee $g.h$ & m . l. serano incommensurabili (per la prima del 6.)
 & per la seconda parte della 1.4. de questo & che l'una & l'altra de quelle erano
 sole solamente in potentia (per la 2.4.) la superficie dell'una in l'altra sera medial
 (per la 2.7.) potesta adouque el quadrato della linea $h.m$ sia equal alla detta
 superficie che vien fatta de $g.h$ in m . l. (per la prima parte della 16. del 6.) sera
 per la 2.7. de questo la linea $h.m$ linea mediale adouque (per la 3.9.) la superficie
 h non seria rationale ne etiam mediale (per la vigesima quarta) per la qual cosa
 ne etiam la sua equal sera rationale ne mediale.

Il Traduttore.

In questa sopra scritta hypothesis doue se coincide (per la prima del 6. & per la
 prima parte della 1.4. di questo & per la diffinitione delle superficie rationa
 le) che la superficie della linea $g.h$ in m . l. e rationale si medesimo se verifica per
 la sola 1.9. de questo (della seconda translatione) cioe che ogni rettangolo ouer su



perficie contenuta da due linee rationale (o sian in longhezza, ouer solamente in potentia) commensurable in longhezza et rationale, anchora bisogna notare che non e necessario per demostrar questa propositione a tor la linea g. rationale in longhezza, perche il medesimo se conchiuder a pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.vi. Proposition.xxix.

²⁴
²⁵ Puotemo trouare due linee mediale comunicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per accressimento, dun quadrato duna linea communicante alla medesima piu longa in longhezza.

Conoscia che ogni due linee medial comunicante solamente in potentia contengano superficie rationale, ouer mediale, come e manifesto per la prima, hoc consequentemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi alle che contengano superficie mediale, onde el propoitor si troua due linee mediale solamente in potentia comunicante, delle quale la piu longa possi piu dela piu breue nel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a essa linea piu longa lesse contengano superficie rationale, a questo scido la dottrina della 1. et uoglio le due linee a. & b. solamente in potentia rationale comunicante delle quale la piu longa (la q. sia a.) possi piu dela piu breue (la quale sia b.) nel quadrato de alcuna linea communicante con sego in longhezza. & mouro la linea c. (secodo la dottrina della 9. del 6.) nel mezzo loco per oportionale fra a. & b. & ponere che la p.ortione dela a. al b. sia si come dele a. al d. & che que sto se faccia e detto nella 10. del 6. al presente dico le due linee c. & d. esse esse che cerchamo, perche le manifesto (per la 25.) che la superficie che contengono le due linee a. & b. e mediale, & perche per la prima parte della 17. del 6. el quadrato dela linea c. e eguale alla detta superficie adong (per la 25.) la linea c. e mediale, & c. d. e che si sia dela a. al b. si come dele a. al d. & b. comunicanti con a. in potentia solamente (per el presupposto) perche si a. quanto b. e rationale in potentia, seguita (per la 4. 4.) che c. anchor comunicati c. d. in potentia solamente adong (per la 25.) & d. e che c. sia linea mediale etiam d. e mediale, & per la prima parte della 16. la linea c. e sia piu potente della linea d. nel quadrato duna linea communicante con sego in longhezza, adongue se le due linee c. & d. contengono superficie rationale esse sono esse che cerchamo, ma che quelle contengano la perficie rationale tu liauerai in questo modo, conosciia che sia dela a. al b. si come dele a. al d. e puramente dela a. al c. e si come dele a. al d. m. dela a. al c. e, e si come dele a. al b. adongue dele a. al b. si come dele a. al d. adongue (per la prima parte della 17. del scito) la superficie che contengono le due linee c. & d. e eguale al quadrato de b. & lo quadrato del b. e rationale (per el presupposto) c. d. e che essa sia rationale in potentia, adongue la superficie che contengono le due linee c. & d. e rationale per la qual cosa e manifesto el proposito.

Problema.vii. propositione.xxx.

²⁶
²⁷ Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia comunicanti, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue nel quadrato duna linea incommensurable in longhezza alla medesima linea piu longa.

Possibile due linee a. & b. rationale solamente in potentia comunicante, del le quale la piu longa possi piu dela piu breue nel quadrato duna linea incommensurable con sego in longhezza, lequale se trouano secondo la dottrina della vi. gesima seconda

a vigesima seconda & fante tutte le altre posizioni si come in la precedente ar-
gueratio con simel modo se manifesta le due linee e, & d, esser quelle che or-
cano, & nota che le due linee che insegnano questa & la precedente de trouare
componono lo bimediale primo, & la memore de quelle tagliare della maggiore
questa che rimane vira detta triduo medial primo.

Lemma.

o potremo trouare doi numeri quadrati, che el composto de que
29 gli sia quadrato.

Sian posti fora doi numeri a, b, & c, & siano ouer pari, ouer dispari & peche
(per la 25. del nono) le dal numero paro sia sottratto numero paro, & le dal
numero dispari sia sottratto numero dispari (per la 26. del nono) lo rimanente
sera paro adonque lo rimanente, a, c, iura paro, sia legato, a, c, in due parti
eguali (per la decima del primo) in pouo d, & siano essi numeri a, b, & c, ouer
superficiali simili ouer quadrati, & le sono superficiali simili adonque el produt-
to de a, b, in b, & c, & lo quadrato de c, & c, e uguale al quadrato de b, d, &
lo prodotto de a, b, in b, & c, e quadrato, perche le manifestio (per la prima del no-
no) che le doi numeri superficiali simili el duto de r, u, o in l'altro e numero
quadrato adonque sono trouati li doi numeri quadrati cioe quello che e produ-
to de a, b, in b, & c, & lo quadrato de c, & c, li quali giouati ouer composti insieme sano
el quadrato de b, d.

Correlario.

e Ex per questo e manifesto che similmente sono trouati doi nume-
29 ri quadrati, l'uno di quali e el quadrato de b, d, l'altro e el quadrato
de c, & c, lo eccetto di quali e quadrato che e el duto de a, b, in, b, c.
Quando che etia a, b, & c, b, c, serano superficiali simili, ma quando
non serano superficiali simili sono trouati doi numeri quadrati
l'uno di quali e el quadrato de b, d, l'altro e el quadrato de c, & c, lo ec-
cesso di quali e quel che e quel che contenuto sotto de a, b, & c, b, c, &
non e quadrato.

Il Traduttore.

Q Visto correlario se troua solamente in la seconda traduzione, el qual co-
sta de che p le cose dimostrati nel sopradetto lemma vira etia a eler ma
tremo el modo di trouare doi numeri quadrati che la differenza del so all'altro
sia numero quadrato, & similmente de trouare doi che la detta differenza non sia
numero quadrato, cioe che quando li doi numeri a, b, & c, b, c, prima toli pari ouero
dispari, & serano superficiali simili la differenza del quadrato de b, d, al quadrato de, d
c, laquale differenza sera la moltiplicazione de a, b, in b, c, iura numero quadrato
ma se a detta dei numeri a, b, & c, b, c, non serano superficiali simili la detta diferen-
tia non sera numero quadrato peche el duto de a, b, in b, c, qual sera la detta dif-
ferenza non sera numero quadrato, per lo contrario della prima del nono.

Lemma, o pposito del precedente.

o potremo trouare doi numeri quadrati che l'composito de quelli
29 non sia quadrato.

A Nota si al prodotto de a, b, in b, c, (come habemo detto) quadrato & c
il numero paro & sia legato, & a, per la 10. del primo, in due parti eguali in
pouo, dal presente e manifesto che el quadrato che vien fatto de a, b, in b, c, in-
sieme con el quadrato de c, & c, e uguale al quadrato de b, d, & c, & c, la vira
te qual sia, & adonq quello che vien fatto de a, b, in b, c, insieme co el quadrato

Jece minore del quadrato che vien fatto del b.d. cioè a dire che quello qua-
 drato che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato che vien fatto del
 c.e. non è quadrato, perché se le quadrato (per l'adversario) ouer che le eguale a
 quello che vien fatto dal b.e. ouer che è minore, ma maggiore non è accioche
 quello non sega la vnità, ne anchora che quello che tanto del a.b.in.b.e. insieme con
 el quadrato che vien fatto dal c.d. (che è equal al quadrato che vien fatto dal
 b.d.) sia eguale a quello che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato che vien
 fatto dal c.e. ma se possibile è (per l'adversario) sia prima che quello che vien fatto
 del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato che vien fatto dal c.e. eguale a quello che vien
 fatto del b.e. & sia g.a. il doppio di essa vnità d.e. pche adonq. tutto a.c.d. è un
 to e l.e. è doppio, & a.g. è doppio de esso d.e. adonq. & lo rimanente g.c. per
 la settima del 7.) il rimanente e.e. è doppio adonq. u. demo p.d.e. e diade e.g.
 c.in due parti e.g. e adonq. quello che vien fatto del g.b.in.b.e. insieme con el qua-
 drato che vien fatto dal c.e. è equal al quadrato che vien fatto dal b.e. & quello
 predico che vien fatto dal a.b.in.b.e. insieme con el quadrato che vien fatto dal
 c.e. el se suppone esser equal al quadrato del b.e. adonq. quello che vien fatto del
 g.b.in.b.e. insieme con el quadrato che vien fatto dal c.e. è eguale a quello che vien
 fatto del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. leuando via comunemente
 l'una banda e l'altra el quadrato del c.e. seguita per prima scientia che quello
 che vien fatto del a.b.in.b.e. sia eguale a quello che vien fatto del g.b.in.b.e. adonq.
 quia vnità eguale al g.a. qual cosa è impossibile, adonq. quello che vien fatto
 del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. non è eguale al quadrato del b.e. &
 cho; dico che non può esser minore del detto quadrato del b.e. pche se quello fu-
 se possibile sia el quadrato del b.e. eguale a quello & sia a.b. il doppio de esso d.e. &
 sia p.d. vnità volta l'adversario che h.c. (per la settima del 7.) & il doppio
 de e.f. & che d. sega il demo. h.c.in due parti equali & per qlo quello che vien
 fatto del h.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. per la ista del 3.) è equal al qua-
 drato del b.e. & el se suppone che quello che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con
 el quadrato del c.e. sia eguale al quadrato del b.e. & adonq. p.d. uo l'adversario
 che quello che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. è eguale a quello
 che vien fatto del h.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. che è una cosa ad-
 fardadonq. quello che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con el quadrato del c.e. non
 è minore del quadrato del b.e. & è stato prouato che non è equal a quello ne
 essan maggiore di esso adonq. quello che vien fatto del a.b.in.b.e. insieme con
 el quadrato del c.e. non è numero quadrato, & p.d. che l. sia possibile dimostrar
 la predetta propositione per più modi tamen li prediti saranno sufficienti ad
 accioche la materia da se longa non sia più longamente protratta.

Problema. viii. Propositione. xxxi.

26
 28 Puoemo trouare due linee mediale solamente in potentia commu-
 nicante lequale costringano superficie mediale delle quale la più
 longa possa tanto più della più breue, quanto è il quadrato de al-
 cuna linea incommensurabile in lunghezza a detta linea più longa.

C Onosco che l'author habbia insegnato a trouare due linee mediale solamen-
 te in potentia comunicanti lequale costringano superficie mediale delle
 quale la più longa possa più della più breue nel quadrato duna linea commu-
 nicante con se in lunghezza et in incommensurabile con se in longhe-
 za. Al presente insegna a trouare due linee mediale solamente in potentia com-
 municante continente superficie mediale delle quale la più longa sia più po-
 tente della più breue non nel quadrato duna linea comunicante con se in
 lunghezza, ma solamente a se incommensurabile in lunghezza, perché quella
 se ha facilitate per questa adonq. siano le tre linee (come secondo la dottrina
 della vigesima seconda) a, b, c. in potentia solamente rationale & in quella sola-
 mente

mente comunicante & fia a. più potente della b. & c. nel quadrato d'una linea a se incomunicabile in lunghezza & fia polid. nel mezzo loco proporzionale tra a. & b. (co' ne insegna la nota del sesto) & fia del d. al. e. si come della a. al. d. cioè le due linee d. & e. esser quelle che cercano laj così dimostra in questo modo conosciuta che'l quadrato della linea d. fia eguale alla superficie che e contenuta sotto de. a. & b. (per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de. a. & b. e mediale (per la vigesima terza) & così fia che a. & b. io io in potenza solamente comunicante (per la medesima) la linea d. era mediale & perché del a. al. e. si come del d. al. e. a. comunicata con. c. in potenza solamente (dal presupposto) seguita (per la decima quarta) che c. anchora comunicata con d. solamente in potenza, adunque per la vigesima quinta la linea e. era linea mediale & etiam perché a. e. più potente della c. nel quadrato d'una linea a se incomunicabile in lunghezza, anchora la d. (per la sedicesima) era più potente della c. nel quadrato d'una linea a se incomunicabile in lunghezza, adunque se le due linee d. & e. contengono superficie mediale le manifestò quelle esser quelle che cercano, ma quelle contenute superficie mediale scrivera in questo modo conosciuta (per el presupposto) che del a. al. e. si come del d. al. e. e. permutatamente del a. al. d. era si come del a. al. d. al. e. si come del d. al. b. (per el presupposto) adunque del d. al. b. & si come del a. al. e. adunque (per la prima parte della decima setta del sesto) la superficie che contengono d. & e. e eguale a quella che contengono a. & b. Ma a. & b. contengono superficie mediale (per la vigesima terza) conosciuta che esse sono rationale in potenza solamente comunicante (per el presupposto) adunque d. & e. contengono superficie mediale che e el proposito, et se tu hauerai cura di trovare due linee mediale solamente in potenza comunicante costituirte superficie mediale delle quale la più longa sia più potente della più breue nel quadrato d'una linea comunicante con loro in lunghezza, contengono linee (secondo la dottrina della vigesima prima) a. b. c. in potenza solamente rationale & in quella solamente comunicante & porremo la linea. a. essere più potente della linea c. nel quadrato de. a. c. una linea a se comunicante in lunghezza, & tutte le altre posizioni rimaneranno come per avanti & con simile argomentazioni conchiederemo le due linee d. & e. esser quelle che se propone di trovare, & nota che le due linee che quella trigesima insegna di trovare componono la bimediale seconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane e detta residuo mediale secondo.



Il Traduttore.

Q Vola prima parte aggiunta de trovare le dette due linee mediale che la più longhassa più potente della più breue nel quadrato d'una linea a se comunicabile in lunghezza, nella seconda traduzione se da la proposizione 6. e la trigesima seconda & nella disposizione nel fine vi se aggiogne la presente cioè la seconda parte della presente proposizione & della prima parte se ne fa vna altra proposizione la qual e la vigesima octava cioè ne fa due proposizioni

Lemma.

o Sia lo triangolo rettangolo a. b. c. el quale habbia l'angolo. b. a. e retro, & fia d. d'utta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a. d. dico che quello rettangolo che e contenuto sotto de. e. b. & d. b. e eguale al quadrato de. b. a. & quello che contenuto sotto de. b. & c. e eguale al quadrato de. a. c. & quello che contenuto sotto de. d. b. & c. d. e eguale al quadrato che fatto de. a. d. oltre di questo



quello che vien contenuto sotto de $b.c.$ & $a.d.$ e egli a quello che vien fatto sotto del $b.a.$ & $a.c.$ etiam in le prime che quello che contenuto sotto del $c.b.$ & $b.d.$ sia eguale al quadrato del $a.b.$ perche nel triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa e datta la perpendicolare $a.d.$ adonque (per la octava del sesto) il triangolo $a.b.d.$ & $a.d.c.$ sono simili al tutto etiam fra loro, & perche (per la consuetudine della diffinitione del sesto) il triangolo $a.b.c.$ e simile al triangolo $a.d.b.$ adonque si come e del $c.b.$ al $b.a.$ cosi e del $a.b.$ al $b.d.$ adonque quello rettangolo che contenuto sotto del $c.b.$ & $b.d.$ e eguale al quadrato del $a.b.$ per la qual cosa anchora quello che contenuto sotto del $b.c.$ & $a.d.$ e eguale al quadrato de $a.c.$ & perche se in el triangolo rettangolo dal'angolo retto in la basa sia datta la perpendicolare la detta perpendicolare e media proportionale fra li due termini della basa (per el correlario della octava del sesto) adonque si come $b.d.$ al $d.a.$ cosi e $a.d.$ al $d.c.$ adonque (per la decima lemma del sesto) quello che contenuto sotto del $b.d.$ & $a.d.$ e ele al quadrato de $a.d.$ anchora dico che qillo che contenuto sotto de $b.c.$ & $a.d.$ e eguale a qillo che e contenuto sotto del $b.a.$ & $a.c.$ perche come habbiamo detto lo triangolo $a.b.c.$ e simile al triangolo $a.d.c.$ adonque si come e el $b.c.$ al $c.a.$ cosi e el $b.a.$ al $a.d.$ & se seranno quattro linee rette proportionale quello che contenuto sotto alli estremi per la sedicesima del sesto, e eguale a quello che e contenuto sotto alli medi adonque quello che contenuto sotto de $b.c.$ & $a.d.$ e eguale a quello che contenuto sotto de $b.a.$ & $a.c.$ per quando anchora consideremo lo parallelogrammo rettangolo $c.e.$ & che compiamo lo $a.f.$ anchora lo $c.e.$ per la quadagesima prima del primo sera eguale a el $a.f.$ perche l'uno e l'altro de quelli e doppio de el $a.f.$ perche el triangolo $a.b.c.$ & lo $c.e.$ quello che vien fatto del $a.d.$ in $b.c.$ & lo $a.f.$ e quello che contenuto sotto del $b.a.$ & $a.c.$ adonque quello che contenuto sotto de $b.c.$ & $a.d.$ e eguale a quello che contenuto sotto de $b.a.$ & $a.c.$ perche $a.d.$ e eguale al $c.b.$

Il Traduttore.

Questo lemma se ritrova solamente nella secondo traditione & e molto al proposito per dimostrare la proposition che sequa, cioè dove si arguisce per la quarta de sedicesima del sesto le verita per lo presente lemma.

Problema ix. Propositione xxxii.

37

38

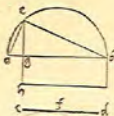
Possemo trovare due linee potenzialmente incommensurabile & che contenghano superficie mediale, delle quale li duei quadrati posti insieme siano rationale.

Il proposito

Problem.x. Proposizione.xxxii.

28 Potremo trovare due linee potenzialmente incommensurabili &
34 che contenghino superficie rationale delle quale li doi quadrati
soli insieme siano mediale.

Sia in quel loco in tutto la medesima disposizione che e in la precedente,
& siano le due linee $a.b.$ & $a.c.d.$ quale propone la trigesima & con le simile argu-
mentazioni della precedente le due linee $a.e.$ & $a.b.$ sara uoa quelle che pro-
pone quella trigesima terza perche conosciuta che la linea $a.b.$ sia mediale &
quadrato de quella (per la vigesima terza) sara mediale & pero li quadrati delle
due linee $a.e.$ & $a.b.$ sono mediale (per la penultima del primo) & perche $a.b.$ &
 $c.d.$ contengono superficie rationale, seguita anchora che della $a.o.$ in $e.f.$ (e pero
etiam in $g.e.$ & $e.f.$ e quale) contenga superficie rationale, e per tanto etiam $a.a.e.$
in $e.b.$ adunque e manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna
di trovare questa trigesima terza compongono la linea potente in rationale e
mediale, & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane de
ta linea che giointa con rationale compone il tutto mediale.



Problem.xi. proposizione.xxxiii.

29 Potremo ritrovare due linee potenzialmente incommensurabili
35 & che contengano superficie mediale, delle quale li doi quadrati
soli insieme siano mediale, incommensurabili al doppio della super-
ficie dell'una in l'altra.

Anchora la disposizione di esta non sia in cosa alcuna diversa dalla disposi-
tion delle due precedenti, & siano le due linee $a.b.$ & $a.c.d.$ della figura della per-
dicente quale propone la 31, & per la precedente argumetatione le due linee $a.e.$
& $a.b.$ saranno quelle che cerchiamo, perche conosciuta che la $a.b.$ sia linea mediale li qua-
drati delle due linee $a.e.$ & $a.b.$ soli insieme saranno mediale, & conosciuta che la
 $a.b.$ & $c.d.$ contengano superficie mediale, seguita che la $a.b.$ in $c.d.$ (e pero etiam
in $o.g.$ & $d.f.$ e quale) contenga superficie mediale, perche ogni superficie commensurabi-
le con una mediale e necessario esser mediale come e stato dimostrato in la vigesima
quinta adunque la superficie de $a.e.$ in $e.b.$ e mediale conosciuta che esta sia egua-
le alla superficie de $a.b.$ in $g.e.$ & perche la linea $a.b.$ e incommensurabile alla li-
nea $a.c.d.$ sara etiam incommensurabile alla linea $c.f.$ per la qual cosa etiam alla li-
nea $a.e.$ in $g.$ per la qual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima
quarta de questo) la superficie de $a.b.$ in $g.e.$ (e quale) e eguale alla superficie
della $a.e.$ in $c.b.$ sara incommensurabile al quadrato della linea $a.b.$ adunque
etiam alli quadrati delle due linee $a.e.$ & $a.b.$ soli insieme, la qual cosa essendo co-
si seguita anchora che el doppio della superficie de $a.e.$ in $e.b.$ sia incommensura-
bile alli quadrati delle predette due linee $a.e.$ & $a.b.$ soli insieme & questo etiam
demonstrat. Le due linee lequale insegna de trovare questa trigesima quarta com-
pongono la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla mag-
giore quella che rimane e detta la linea laqual giointa con mediale fa el tutto
mediale.

Theorema.xxiii. proposizione.xxxv.

30 Se saranno due linee rationale solamente potenzialmente commensu-
36 ramente, & siano congiunte direttamente in luogo, tutta la linea com-
posta da quelle sara irrationale, & e detta binomio.

Siano le due linee $a.b.$ & $b.c.$ rationale solamente in potentia communicante congiunte in continuo & diremo (legale tu le troverai per la 11. & vigesima 2. dico che tutta la linea $a.c.$ composta da quelle esser irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de $a.c.$ e uguale al li quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el prelapposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la vigesima terza) adunque li quadrati de ambedue soli insieme fanno superficie incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la terza decima) el quadrato de $a.c.$ e incommensurabile alli doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ soli insieme per laqual cosa e irrationale (per la diffinitione) noncioia che quelli doi quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato tetragonico (el quale $a.c.$ e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque e manifesto el proposito.

Theorema. xxv. Proposizione. xxxvi.

Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & continenti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea composta da queste sara irrationale, & sara detta binomial primo

Siano le due linee $a.b.$ & $b.c.$ congiunte in continuo & direttamente (quale vien supposto) legal trovarai per la vigesima nona & trigesima dico tutta la linea $a.c.$ esser irrationale & e chiamata binomial primo, perche el doppio della superficie de $a.b.$ & $b.c.$ e rationale (per el prelapposito) & li doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ soli insieme fanno mediale, concioia che l'uno e l'altro quadrato sia mediale (per el prelapposito) & uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommensurabile te alli doi quadrati soli insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie & di doi quadrati & questo e il quadrato de tutta la $a.c.$ per la quarta del secondo) e incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la terza decima di questo) sendo sia adonque che'l doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della $a.c.$ esser irrationale & pero etiam la linea $a.c.$ che e el proposito.

A dimostrare el medesimo altrimenti, sia la linea $d.e.$ rationale in lunghezza, sopra alla quale sia aggiunto ouer postola superficie $d.f.$ eguale alli doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ & questa superficie $d.f.$ sara mediale concioia che l'uno e l'altro di doi quadrati sia mediale (per el prelapposito) & l'uno di quelli e communicante all'altro per laqual cosa (per la vigesima quarta) la linea $d.g.$ e rationale solamente in potentia, non communicante in lunghezza alla linea $d.e.$ & vna altra postola sopra alla linea $d.g.$ (la quale e eguale alla $d.f.$) sia aggiunto ouer postola la superficie $a.h.$ eguale al doppio della superficie della $a.b.$ & $b.c.$ & la detta superficie $a.h.$ sara rationale (per el prelapposito) per la qual cosa (per la vigesima 2.) la linea $g.h.$ sara rationale in lunghezza adonque le due linee $d.g.$ & $g.h.$ sono potenzialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, la quale e $d.e.$ & $e.h.$ & binomio & irrationale, per la qual cosa (per la vigesima) per destrumion del consequente la superficie $a.c.$ e irrationale & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea $a.c.$ la quale sara irrationale (per la diffinitione) & questa e la bisogna dimostrare.

Il Traduttore.

Il medesimo seguita tolendo la linea $d.e.$ rationale solamente in potentia, cioe che'l non necessita a tota rationale in lunghezza perche argumentando come nell'altra se trouera la linea $d.h.$ esser medesimamente binomio.

Theorema. xxvi. Propositione. xxxvii.

Se due linee mediali solamente potenzialmente comunicante & continente superficie mediale sian congiunte direttamente, tutta la linea sera irrationale & sera detta bimedial secondo.

Siano le due linee $a.b.c.$ & $b.c.d.$ mediale congiunte in continuo & diremo come se propone lequale (per la 7.) accade esser eronante dico tutta la linea $a.d.$ esse quelle composta esser irrationale & quella e chiamata bimedial secondo, & per dimostrar questo sia la linea $d.e.$ rationale in lunghezza sopra alla quale sia poste ouer agiocia la superficie $d.f.$ eguale alli duei quadrati delle due linee $a.b.c.$ & $b.c.d.$ citoli insieme & poche (dal giuopposito) quelli del quadrati sono comunicante (che l'un e l'altro e mediale) la superficie $d.f.$ sera mediale giuqualcosa (per la 4.) la linea $d.g.$ (laquelle e il secondo lato di quella) e rationale solamente in potenza & incomensurabile in lunghezza alla linea $d.e.$ vultura volta sia agiocto alla linea $d.f.$ (laquelle e esse alla linea $d.e.$) la superficie $d.h.$ e il doppio della superficie $d.f.$ & sera mediale & sera etiam la superficie $i.h.$ mediale, perche (per el giuopposito) la superficie $d.c.a.b.$ in $b.c.$ era mediale, adiong el doppio di quella (al quale egra le $i.h.$) sera mediale (per la 2.) adiong la linea $g.h.$ e rationale in potenza solamente & incomensurabile in lunghezza alla linea $d.g.$ & poche $a.b.c.$ & $b.c.d.$ bason solamente in potenza comunicante (per la prima del 6.) & per la seconda parte della 14. de questo la superficie dell'una in l'altra sera incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra, ma poche li quadrati de quelle comunicano (per el giuopposito) sera la detta superficie (per laqualcosa) & el doppio di quella sera incommunicante alli duei quadrati de quelle citoli insieme, adiong le due superficie $d.f.$ & $i.h.$ sono incommensurabili, adiong (per la prima del 6.) & per la seconda parte della 14. de questo la linea $d.g.$ sera incommensurabile alla linea $g.h.$ la quale conciosia che la sia rationale in potenza (per la trigesima quinta) tutta la linea $d.h.$ sera binomio & irrationale adiong (per la vigesima dalla detromissione del consequente) la superficie $e.h.$ sera irrationale, & poche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea $a.c.$ segata (per la diffinitione) che la linea $a.c.$ sia irrationale che era el proposito da dimostrare.

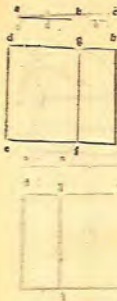
Il Traduttore.

Similmente in questa come se detto sopra la presente el non e necessario a stor la linea $d.e.$ rationale in lunghezza, anzi basta a tocia (singo modo) ragione & arguendo come di sopra seguita medesimamente la linea $d.h.$ esse binomia.

Theorema. xxvii. Propositione. xxxviii.

Quando seranno congiunte due linee potenzialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui li quadrati citoli insieme siano rationale, tutta la linea sera irrationale per quella sera detta linea maggiore.

Siano le due linee $a.b.c.$ & $b.c.d.$ congiunte in continuo & diremo li come se propone, lequale seranno (per la trigesima seconda) dico la $a.c.$ esse quelle composta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia che ambidui quadrati citoli insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el giuopposito) giuqualcosa etiam el doppio di quella sera mediale, & tutto di duei quadrati citoli insieme sera incommunicante, el doppio della superficie dell'una in l'altra, adiong (per la prima del 6.) el quadrato del doppio della superficie & quello e eguale al quadrato de $a.c.$ per la quarta del secondo) sera (per la terza decima de questo) incommensurabile alli duei quadrati delle due linee $a.b.c.$ & $b.c.d.$ citoli insieme, adiong (per la diffinitione) el quadrato della linea $a.c.$ e irrationale etiam la linea $a.c.$ e irrationale, che e el proposito, a dimostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea $d.e.$ (laquale sia rationale solamente in lunghezza) si agiunta



fta aggiunta la superficie d'ella sia eguale alli doi quadrati delle duelline. a. b.
 gub. colti insieme, & fiera ranciafe (per el pñoppofito) per laqualcofa (per la. 10.)
 effecondo lato di quella, e qual d. e. g. fiera anchora rationale in longitudine, & c.
 monicante alla linea d. e. anchor fopra alla linea. e. g. fia aggiunta la fufide. f. h.
 eguale al doppio della superficie dea b. a. b. h. & fiera mediale (per el principio
 fto) per laqualcofa (per la. 14.) la linea. g. h. & effecondo lato di quella e ra
 tionale folapiente in pometia ad onque (per la. 35.) la linea d. h. e binoimo & irra
 tionale, & pero (per la. 20. dalla definitione dei confequente) la superficie. e. h. e ir
 rationale per laqualcofa lo lato fteagronico di ella, e qual (p. a. d. del. 2. e la linea
 a. c.) e irrationale (per la diffinitione) laqualcofa voleuamo dimoftrare.

11 Trademark.

Medemante come nelle altre è il suo dono di nò e necessario in questa a tor
la linea, de, rationale in longezza, ma basta che sia rationale e conchiudes
l'uno e medesimo.

Theorema. xxviii. proportionē. xxxix.

34 Quando saranno congiunte due linee potenzialmente incommen-
surabile, & continenti la superficie rationale delle quale ambi li qua-
drati co li insieme fiano mediale extra la linea sera irrationale & se-
ra detta potente in rationale e mediale.

Si ano cōe in la precedente le due linee a.b, & b. c. in cōtinuo & diretto con-
giunte come le propone & quelle sono da esser troncate (per la. 31.) cōcio che
tutta la linea a.c. (da quelle composta) s'era irrationale & quella e chiamata linea
potente in rationale e mediate, perche cōciosia che la superficie de a.b, b.in, b.c. s'era
rationale (per el p̃supposito) & pero etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati
di tutti insieme sono mediate seguita (per la. 4. del secōdo) & per la terza de cōia
de questo li come in la fōrdeute) che'l quadrato di tutta la a.c. sia in cōmunicati-
one al doppio della superficie de a.b, b.in, b.c. adunque (per la diffinitione) quello e
irrationale & la linea a.c. irrationale che e el p̃supposito, a demonstrar el moderno
per un talo modo, come in la fōrdeute la linea c. rationale in longezza, & a
ella sia aggiunta la superficie d. l. eguale alla duot quadrati delle due linee a. b.
& b. c. & tutti insieme & s'era mediate (dal p̃supposito) adonq̃ che per la. 2.4 la linea
d. s'era rationale solamente in potenza, non cōmunicante in longezza alla li-
nea c. cōciosia la superficie f. h. aggiunta alla linea g. f. equal al doppio della super-
ficie de a.b, b.in, b.c. s'era rationale (per el p̃supposito) & pero (per la. 20.) lo
secōdo lato di quella (eguale e g. h.) s'era rationale in longezza per laqualcōsa
(per la. 36.) la linea d. h. b̃somo e irrationale, & la superficie c. h. (per la. 20.
dalla destruttione del cōsequente) e irrationale adonq̃ che cōciosia che la linea
a.c. sia il saro tetragonico di quella per la. 4. del. 2. seguita che la a. c. sia irrationale,
per la diffinitione adonq̃ che e manifestito el p̃posito.

Il Traduttore

Q Vd medesimo che e detto della linea *d.e.* sopra le passate il medesimo si
debbe intendere in questa & nella seguente.

Theorema. xxi. propositione. xl.

²⁵
⁴³ Quando saranno congiunte due linee potenzialmente incommensurabili ex continente superficie mediate delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea sarà irrazionale ex sera detta potente in due mediale.





Sanzimhor le due linee *a.b.* & *b.c.* in continuo & direttamente opposte, come se pponesse quale sono da esser tolte per la 34. dico che la linea *a.c.* composta da quelle, e irrationale & quella e detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia aggiunto alla linea *a.c.* laqual sia rationale in longhezza la seguita *d.e.* eguale alla due quadrati delle due linee *a.b.* & *b.c.* tolti insieme & sera mediale (& per el presupposto) la qual cosa per la 24. la linea *d.g.* sera rationale in potentia solamente, & incommensurabile alla linea *d.e.* rationale in longhezza, altra uolta alla linea *g.f.* laquale e eguale alla *d.e.* sia aggiunto la superficie *f.h.* laqual sia eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra, sera anchora dal pre-supposto, mediale laquale cosa per la 24. la linea *g.h.* sera rationale & insieme in potentia, ma pche per el presupposto, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che *d.f.* sia incommensurabile al *d.h.* per la 24. per la prima del 6. & per la seconda parte della 14. de questo la linea *d.g.* e incommensurabile alla *g.h.* adonque per la 35. la linea *d.h.* e termino & irrationale, adonque la superficie *e.h.* e irrationale & similmente lo lato triangonico di quella e qual e a. come in la scorden per la 24. e manifesto el proposito, ma del doppio della superficie della *a.b.* in *b.c.* non sulle incommensurabile a ambidui li quadrati tolti insieme, sera la linea *a.c.* mediale pche la superficie *d.f.* sera commensurabile alla *a.b.* pero & la linea *d.g.* alla linea *g.h.* adonque tutta la *d.h.* sera rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea *d.e.* adonque per la 24. la superficie *e.h.* sera mediale & lo lato triangonico di quella e quale e la *a.c.* sera linea mediale che e el proposito & accioche la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile habeno pensato de dimostrare prima dei antecedenti dell'qual e el primo e questo.

Antecedente primo.

³⁶ Se alcuna linea sia diuisa in due parti ineguali li quadrati de ambe le sectioni tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie della linea in l'altra quarto e il quadrato de quella linea in laquale fa maggiore eccede la minore.

Hor sia la linea *a.b.* diuisa in due parti ineguali in pto. *c.* & sia la pte maggiore *a.b.* dalla quale sia tolto la *a.c.* eguale alla *a.c.* Dico che li quadrati delle due linee *a.c.* & *c.b.* sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea *a.b.* pche qlo che vien fatto dalla *a.c.* in la *a.c.* due volte, & con li quadrati delle due linee *a.c.* & *c.b.* e eguale a quello che vien fatto dalla *a.c.* in *c.b.* quattro volte, con el quadrato della *a.b.* impoche l'una e l'altra de que si sono eguali al quadrato della linea *a.b.* el primo per la 4. del secundo & lo secundo (& la terza del medesimo) adonque tenuto via dall'una e dall'altra suma cose eguale, cioe quello che vien fatto dalla *a.c.* in *c.b.* due volte li resti liquali sono del primo li quadrati delle due linee *a.c.* & *c.b.* & del secundo qlo che vien fatto dalla *a.c.* in *c.b.* due volte con el quadrato della *a.b.* seranno eguali per laquale cosa e manifesta el proposito, adonque da qlo e manifesto che se alcuna linea sera diuisa in due parti ineguali li quadrati de ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo habemo proposto.

³⁶ Se alcuna linea sia diuisa in due parti ineguali, & anchora in altre due parti ineguali li doi quadrati delle due pte piu ineguali tolti insieme sono piu delli doi quadrati delle due parti men ineguali tolti insieme quanto e el doppio del quadrato de quella linea laquale e fra l'una e l'altra

e l'altra sezione, & lo quadruppio de quello che nien fatto dalla medesima linea in quella che e' tra il punto della sezione delle parti men ineguali & il poto che divide tutta la linea in due parti eguali

[illegible]

ii Traduttore.

Che la differenza del doppio del quadrato della *c* al doppio del quadrato della *a* sia tanto quanto il doppio del quadrato della *c* al quadruplo del detto della *c* in la *a*, e per la *a* del 2. *h*e manifesta in questo modo: poichè sia nel quadrato della *a* maggiore l'angolo quadrato della *c*, in un quadrato dell'altra parte della *c* nel doppio della superficie della *c* in la *c*, adunque, applicando l'un e l'altro quadrato li duplica la lor differenza, cioè che li quadrati della *c* eccedano li due quadrati della *a*, e nel doppio del quadrato dell'altra parte, cioè che nel quadruplo della superficie della *c* in la *c*, come di sopra si è esposto che è il propoſito.

Theorema. xxx. Propositione. xlii.

26 Eglic' impossibile effer diuifo un binomio in altre due linee fotto el
 27 fcrminale, di quelle, dalle quale e congiunto, & nominato.

Sia la linea a subinomio & g la 3^a s'era composta da due linee in potenza. Solamente rationale commensurabile lequie siano a , & c , & d , dico che eglie in potestade quella cetera diuina di altre due linee loco quella diffinitione, cioe che esse siano rationale & in potenza solamente commensurabile ptolemaie polistia & l'ad terrario sia diuina in a , & b , & d , & e siano rationale & in potenza commensurabile. Cite sia anchora la linea e rationale in longitudo alla quale sia aggiunta la linea f , & laqual sia eguale alla quadrata delle due linee a , & b , & cose indicate, & la superficie h , laqual sia equale al quadrato della linea a , & b , la superficie g la rationale impone l'uno o l'altro di quadrati delle linee a , & c , & d , & e , & f , & h , & i , & j , & k , & l , & m , & n , & o , & p , & q , & r , & s , & t , & u , & v , & w , & x , & y , & z , & aa , & bb , & cc , & dd , & ee , & ff , & gg , & hh , & ii , & jj , & kk , & ll , & mm , & nn , & oo , & pp , & qq , & rr , & ss , & tt , & uu , & vv , & ww , & xx , & yy , & zz , & aaa , & bbb , & ccc , & ddd , & eee , & fff , & ggg , & hhh , & iii , & jjj , & kkk , & lll , & mmm , & nnn , & ooo , & ppp , & qqq , & rrr , & sss , & ttt , & uuu , & vvv , & www , & xxx , & yyy , & zzz , & $aaaa$, & $bbbb$, & $cccc$, & $dddd$, & $eeee$, & $ffff$, & $gggg$, & $hhhh$, & $iiii$, & $jjjj$, & $kkkk$, & $llll$, & $mmmm$, & $nnnn$, & $oooo$, & $pppp$, & $qqqq$, & $rrrr$, & $ssss$, & $tttt$, & $uuuu$, & $vvvv$, & $wwww$, & $xxxx$, & $yyyy$, & $zzzz$, & $aaaaa$, & $bbbbb$, & $ccccc$, & $ddddd$, & $eeeee$, & $ffffff$, & $ggggg$, & $hhhhh$, & $iiiii$, & $jjjjj$, & $kkkkk$, & $lllll$, & $mmmmm$, & $nnnnn$, & $ooooo$, & $ppppp$, & $qqqqq$, & $rrrrr$, & $sssss$, & $ttttt$, & $uuuuu$, & $vvvvv$, & $wwwww$, & $xxxxx$, & $yyyyy$, & $zzzzz$, & $aaaaaa$, & $bbbbbb$, & $cccccc$, & $dddddd$, & $eeeeee$, & $ffffff$, & $gggggg$, & $hhhhhh$, & $iiiiii$, & $jjjjjj$, & $kkkkkk$, & $llllll$, & $mmmmmm$, & $nnnnnn$, & $oooooo$, & $pppppp$, & $qqqqqq$, & $rrrrrr$, & $ssssss$, & $tttttt$, & $uuuuuu$, & $vvvvvv$, & $wwwwww$, & $xxxxxx$, & $yyyyyy$, & $zzzzzz$, & $aaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $xxxxxxx$, & $yyyyyyy$, & $zzzzzzz$, & $aaaaaaaaa$, & $bbbbbbb$, & $ccccccc$, & $ddddddd$, & $eeeeeee$, & $ffffff$, & $ggggggg$, & $hhhhhhh$, & $iiiiiii$, & $jjjjjjj$, & $kkkkkkk$, & $lllllll$, & $mmmmmmm$, & $nnnnnnn$, & $oooooooo$, & $ppppppp$, & $qqqqqqq$, & $rrrrrrr$, & $sssssss$, & $ttttttt$, & $uuuuuuu$, & $vvvvvvv$, & $wwwwwww$, & $$





quello che vien fatto dalla $a.d.in.d.b.$ & per questo etiam la superficie $f.k.$ sarà rationale, & la superficie $k.l.$ sarà mediale, adionghe la superficie $k.g.$ (concofia che la sia la differenza delle due superficie rationali) lequale sono $e.g.$ & $f.k.$ sarà rationale perché la rationale non è differente dal rationale se non in quinta rationale, & questo dico dalla diffinitione & dalla duodecima di questo, le quale confirmano questo, anchora la medesima, concofia che quella sia la differenza delle due superficie mediate, lequale sono $g.b.$ & $k.l.$ (per la vigesima si) sarà irrationale, laqualcosa è impossibile.

Theorema. xxxi. Propositione. xlii.

27 La bimediale prima, diuisa (secondo el suo termine) in due linee mediale, le impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale sotto el termine di quelle.

Si anchora in questo luogo la linea $a. b.$ bimediale prima diuisa in due linee mediale solamente in potentia comunicante, & che contengano superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta afferma) ella esser oposito seffe siano $a. c.$ & $c. b.$. Dico che è impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, laqualcosa se fiera possibile (per l'adocitorio) diuidere quella in pouso $d. e.$ tolta la linea $a.d.$ rationale & sia agiongto a quella la superficie $e. g.$ eguale alli doi quadrati delle due linee $a. c.$ & $c. b.$ & la superficie $f. h.$ eguale al quadrato della $a. b.$ & la superficie $f. k.$ eguale alli quadrati delle due linee $a. d.$ & $d. b.$ & per la quarta del secondo la superficie $g. h.$ sera eguale al doppio della superficie della $a. c. in. c. b.$ & (per la medesima) la superficie $k. l.$ sera eguale al doppio della superficie della $a. d. in. d. b.$ (per el presupposito) anchora l'una e l'altra delle due superficie $e. g.$ & $k. l.$ sera mediale & l'una e l'altra delle due $h. g.$ & $k. l.$ sera rationale, & questo è impossibile, perché per el primo la superficie $k. g.$ era irrationale (per la vigesima sesta) & per el secondo la medesima sera rationale (per la diffinitione & per la duodecima) laqualcosa è inconueniente.

Theorema. xxxii. Propositione. xliii.

38 El bimediale secondo, non puol esser diuiso, se non solamente in le due linee sotto el suo termine.

Si a come per auanti la linea $a. b.$ bimediale secondo diuisa in le due linee $a. c.$ & $c. b.$ mediale, solamente in potentia comunicante, & che contengano superficie mediale, dalle quale (la trigesima settima propone) quella esser composta. Dico che egli è impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altrimenti, sia diuisa in $d. e.$ siano come per auanti la superficie $e. g.$ $f. h.$ & $f. k.$ agiongto alle linee $e. f.$ rationale & (per lo presente presupposito) le superficie $e. g.$ & $g. h.$ l'una e l'altra sera mediale, per la qualcosa (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due linee $e. g.$ & $g. h.$ sarà rationale in potentia solamente non comunicante in lunghezza sua linea, ed una perché le due linee $a. c.$ & $c. b.$ erano incommensurabile in lunghezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'una e l'altro di quadrati delle linee $a. c.$ & $c. b.$ sia incommensurabile aliz in perche dell'una in l'altra concofia che li doi quadrati comunicano (dal presupposito) seguita che ambidoi li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e pero etiam al doppio de quella per la qual cosa la superficie $e. g.$ è incommensurabile alla superficie $g. h.$ & la linea $g. f.$ alla linea $g. h.$ per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adionghe per la trigesima quinta la linea $f. l.$ è binomio della seconda el suo termine in



mine in ponto g , & per el medesimo modo se approuera quella, esser bisomio per mezzo delle superficie $e.m.$ & $m.h.$ diuisa secondo el suo termine in ponti $e.m.$ & $m.h.$ & impossibile (per la quadagesima prima) perche el non puo esser demo che la linea $e.l.$ sia diuisa alli duei ponti g , & m in parti continui, per che essendo così seria la linea $e.m.$ eguale alla $g.l.$ ma quella è maggiore della linea $m.h.$ come è manifesto dal primo di principi antecedenti de questo, & per la prima del sesto Jonciosa che la superficie $e.m.$ sia maggiore della superficie $m.h.$ & el modo della demonstratione di questa puo esser commune alla quadagesima seconda & alle altre che seguitano quella.

Theorema. xxxiii. Propositione. xliii.

La linea maggiore se non solamente in le due linee dalle quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Se la anchora questa linea maggiore $a.b.$ diuisa in ponto c in due linee potenze realmente incommensurabili componi superficie mediale delle quale simili con le quadrati tolli insieme siano rationale, perche da tale linee è composta come afferma la trigesima octava, dico che egue impossibile ad altro ponto essere diuisa, ella in altre due linee, sotto alla distinctione de se questo è possibile, sia diuisa al ponto d & amangano sotto a questa la medesima figura de li medesimi presuppolti come per assumi & arguile (come in la quadagesima prima) a super $fide$ $g.c.$ esser rationale & irrationale laqualcosa è impossibile.

Theorema. xxxiiii. propositione. xlii.

La linea potente in rationale & mediale, non se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchoa questa quadagesima quinta sante la prima figura & position accorno che detta linea $a.b.$ sia diuisa in ponto c in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua sicome in la quadagesima seconda, & essendo altrimenti di quello che i propono, sera la superficie $k.g.$ rationale & irrationale, laqualcosa non puol esser.

Theorema. xxxv. propositione. xlii.

La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale è congiunta, ma solamente è diuisibile in le sue due dalle quale è composta.

Perche questa quadagesima sesta diuisa linea $a.b.$ al ponto c in quelle linee dalle quale la quadagesima dimostra quella esser composta, & itane piti se le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadagesima terza, perche dato el contrario del propolio, seguita il contrario della quadagesima prima laqualcosa è impossibile.

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, sera piu potente della piu breue per accrescimento del quadrato d'una linea communicante in longhezza a la medesima parte piu longa, & se da poi la medesima par



te più longa, ſera communicante a una linea poſta rationale, quello ſe chiamara binomio primo, Ma ſe ſera la parte più corta che communici con la detta linea poſta rationale ſe dira binomio ſecondo & ſe ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicara cō la detta linea poſta rationale ſe chiamara binomio terzo.

Il Traduttore.

IN le ſopraſcritte diſtinzioni & in quelle che ſeguitano l'ambore ne da a noi ignorare le ſpecie di binomij lequale ſono ſei, ſon queſta prima parte ſono breuitate de diſtinzioni il primo ſecondo & terzo, & perche ſe due linee che coſoueno el binomio in genere (per la trigelima quinta) ſono rationale & ſolamente ſe in potentia communicano, onde ſequita che cadauna di queſte (per lo conueniente della quinta diſtinzione della ſeconda tradouione) a ſortire ſera cōmensurable in potentia con la noſtra propoſta rationale (cioe con la noſtra poteta, ouer piede, o paſſo, o onza, ouer altra miſura formata a noſtro piacere con ſiqua le radocinauio) perche ſe queſte non communicafſero ne in longhezza ſera poſſentia con la noſtra propoſta rationale, le non ſerano rationale, che ſera contra al preſuppoſito, vero e che ambedue uon poſſono eſſer cōmensurabili ſe in longhezza con detta noſtra propoſta rationale, perche (per la decima ſeruaio ſi loro cōmensurable in longhezza che ſera contra la trigelima quinta, ma ſolamente vna, ouer alcuna ſera cōmensurable in longhezza con la detta noſtra propoſta rationale, anchor dico che le dette due linee che compoſcono el binomio ſon generate, ouer che la più longa e più potente della più breue nel quadrato della ſua cōmensurable in longhezza con la medefima linea più longa, ouer in cōmensurable. Tornando adora al propoſito quello la parte più longa del binomio ſera più potente della più breue ſuel quadrato (cioe la linea cōmensurabile che in longhezza con la detta parte più longa quel tal quadrato ſera ouer il primo, ouer il ſecondo ouer il terzo, perche ouer che vna delle dette parti (ouer linee) ſera cōmensurabile in longhezza con la noſtra poteta, ota miſura rationale, ouer alcuna, ſe gli ne ſera una ouer che ſera la più longa, ouer la più corta, ſe la ſera la più longa ſera detto binomio primo, ſe la ſera la più corta ſera chiamato binomio ſecondo & ſe niune di queſte ſera cōmensurabile in longhezza alla detta noſtra miſura ſera chiamato binomio terzo, ma biſogna notare che quella parte che ſera cōmensurabile in longhezza con la noſtra miſura ſera numerabile in longhezza, cioe e la ſera un numero di quella miſura che operatone, o ſia paſſo, o piede, o altra miſura formata a noſtro piacere, ſe queſta parte che non ſera cōmensurabile in longhezza con la detta noſtra miſura non ſera numerabile in longhezza, cioe che la ſua longhezza non ſi potra dar ne aſſignare per numero, ma ſolamente la ſua potentia cioe il ſuo quadrato ſera rationale, & queſte tale da pratici ſono dette radici ſorde, come fu detto ſopra la quinta diſtinzione tratta dalla ſeconda tradouione) niente di meno tal quantita eſſendo linee, come più volte è ſtato detto, ſono chiamate rationale per eſſer la ſua potentia rationale, vero e che le tal radici, ouer quantita ſeranno ſuperficie ben ſaranno dette irrationale per la vigelima terza & chiamate ſuglie mediale & qſto credo ſera baſtante per la declaratione del primo, ſecondo, & terzo binomio, hor veguiamo alla ſeconda parte.

Diſtinzioni ſucceſſiue alle precedenti.

Anchora ſe la parte più longa puol tanto più della più breue quanto e il quadrato de alcuna linea in cōmensurable in longhezza alla detta parte più longa, & ſe la più longa poi delle dette parti ſera cōmensurabile in longhezza a una poſta rationale quella ſe chiamara binomio quarto. Ma ſe ſera la più breue che communici in longhezza

za con la detta posta rationale se nominare binomio quinto, & se sera che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello comuni chi con la detta posta rationale sera detto binomio lesio.

Il Traduttore.

Questa seconda parte de' diffinitioni quantunque la sia posta diligente da l'precedente tu l'hauerai a intendere congiunta con la prima iocollina-
mente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componente el binomio in genere) sera piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio sera, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero vna delle due linee componente quello sera communicante in longhezza con la nostra presupposta misura, ouer nuna se gli ne sera vna, ouer che la sera la piu longa, ouer che la sera piu breue, se la sera la piu longa sera detto binomio quat-
to, se la sera la piu corta sera chiamato binomio quinto, & se nuna sera detto bi-
nomio sesto, si vede adouque che el primo binomio non e differente dal qua-
rto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, alno che la linea piu longa (del
le due componente quello) e piu potente della piu corta inel quadrato de alcu-
na linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia
bastante a delucidatione delle lo, praesente diffinitioni.

Problema. xii. Proposizione. xlii.

42^o Potemo trouare el primo binomio.

43^o Sia la linea a. la posta rationale & sia tolti duol numeri quadrati b. & c. di qua-
dra. sia divisible in vn numero quadrato (qual sia d.) & in vno non quadra-
to (qual sia e.) & sia posto la proportion de del quadrato della linea a. al quadrato
della linea f. g. si come del numero b. al numero c. d. (per la seconda parte della
nona) la linea f. g. sera communicante alla linea a. (posta rationale) in longhezza
sopra a quella adouque sia tirato el mezzo cerchio. f. g. h. & sia la proportion
dei quadrato della linea a. g. al quadrato della linea f. h. si come del a. d. d. sia
detta la linea g. h. dico adouque se due linee f. g. & g. h. congiunte direttamente
(co nponere el vniomo primo perche la linea f. g. e uguale e la piu longa) e piu
potente della linea g. h. (uguale e la piu corta) inel quadrato della linea f. h.
(per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea f. h.
communicata alla linea f. g. in longhezza (per la seconda parte della nona) concio
sia che la proportion de quadrati de dette f. g. & f. h. sia si come di duol nume-
ri quadrati uguali sono c. b. d. & la linea g. h. se conuenue ouer rationale in po-
tencia scilicet non communicante alla linea f. g. in longhezza e pero ne cri-
am alla linea a. posta rationale, perche concio sia che el quadrato della linea f. g.
al quadrato della linea f. h. sia si come el numero c. al numero d. (per la euera
proportionalita) el quadrato della linea a. g. al quadrato della linea g. h. sera si
come el numero c. al numero d. concio sia adouque che c. sia numito quadrato
& d. non quadrato, seguita per la vltima parte della nona) che la linea g. h. sia in-
commensurabile alla linea f. g. in longhezza rimane adouque essa linea g. h. e
se rationale scilicet in potencia di per la diffinitione) e linee f. g. & g. h. co-
po te binomio primo che era da trouare.



Il Traduttore.

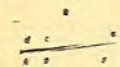
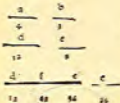
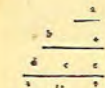
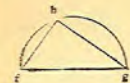
S^o per cio la nostra misura a. sia quella che se chiama per dicitur di piu
si lei & che il numero b. sia quattro & il numero c. dieci diuiso in d. & e
a. si sia noue & e. sette la linea f. g. verra a esser piedi duodeci & la linea f. h. pie-
y. ii

di node & la linea, h, g, veria a esser la radice quadrata de scianta tre piedi super
ficiali cioè che il quadrato della detta h, g, sera scianta tre piedi superficiali cioè
scianta tre quadrati di un pie per sianza come fu demo sopra la prima diffinizione
ne del secondo adunque la linea, f, g, giouata con la g, h, da pratici se dimostra
in questa forma. 12. p. 1. 6. 3. & questo composto sera binomio primo per la dif
finitione del binomio primo. Et questo effempio lo ho posto per aprirti li occhi
al veder queste cose alla pratica si in quella come nelle sequenze si che non
bene perche per l'adomire più non adaro elcumpio in numeri per non con
fonderlo inuoluto ma per te medesimo sapponendo la linea, a, diuisa secondo
che ti parera per schiarir rotti. & bisogna notare che si potra senza trouare la li
nea, f, h, trouar prima la h, g, cioè che il quadrato della, f, g, al quadrato della,
g, h, si come il numero, a, al numero, a.

Problema. xiii. Propositione. xlyiii.

47
49 Potremo inuestigare el secondo binomio.

Sia come per auanti la linea poſta rationale, a, & lo numero, b, quadrato & c
ſia numero non quadrato diuiſibile in, d, non quadrato & in, e, quadrato, ta
men in tal modo che la proportion de nuno, e, lo, (quale e numero non qua
drato) al, d, (quale e anchora numero non quadrato) ſi ſi come diuiſi numeri
quadrati, & tal numero e, 12, &, 48, perche cia 12, e diuiſibile in, 9, (numero qua
drato) & in, 3, numero non quadrato & la proportion de, 12, a, 3, e come, 16, a,
4, diquali l'uno e l'altro e numero quadrato, per lo medefimo modo, 48, e di
ſiſibile in, 36, e, 12, & tal numeri coſi ti trouera. ſia, a, numero quadrato & ſia
notora, b, minore de vna vnita del dmo, a, el quadrato del quale ſia, c, & dal, b, in
a, perueniga, d, & c, (per la prima della incidenti la ſettadeſima del nono) el numero
b, ſera la differenza del, d, a, c, ſia dato el medefimo, a, in, c, & perueniga, c, & c, per
la prima parte del correlario della ſeconda del nono) e, ſera quadrato impero
che luno e l'altro di numeri, a, & c, e quadrato, per el preſuppoſito ſia ſiano
altra volta, f, dal, a, in, d, & ſera quello el qual cerchiamo perche (per la vltima par
te del dmo correlario) lo numero, f, ſera non quadrato imperoche numero, d,
ſe non quadrato, perche ſei numero, d, ſuſſe quadrato anchora el, b, ſera qua
drato (per la ſeconda parte del medefimo correlario della ſeconda del nono &
per la vigeſimaterza del octauo) & perche, a, e numero quadrato eſcorta (per la
decima ſextima del medefimo) & a terzo continuamente p proportion de ſia, a, &
b, la qual coſa e impoſſibile conoſcia che ſono diſtanti per vna ſola vnita adonq
el, d, non e quadrato per la qual coſa ne etiam, f, e quadrato, & f, e eguale al, d, &
ale, perche conoſcia che, b, ſia la differenza del, d, a, c, (come e manifeſto per
le coſe precedenti) ſera (per la prima della incidenti ſopra la ſettadeſima del no
no) quello che viti ſiano del, a, in, d, e eguale a quelli diuiſi producti che vengar
no ſam dal, a, in, b, & in, c, perche dal, a, in, b, vien ſano el, d, & in, c, vien ſano,
e, ſeguita che, d, ſia la differenza del, f, a, c, & perche (per la decima octaua del
ſextimo) del, f, a, c, e ſi come del, d, a, c, premotamente del, a, d, ſera ſi come
del, d, a, c, & conoſcia che l'uno e l'altro di doi numeri, d, e, ſia quadrato e
manifeſto lo numero, f, eſſer tal qual volemo, perche e numero non quadrato
diuiſibile in, d, non quadrato & in, e, quadrato la proportion de queſo al, d, e ſi
come de quadrato a quadrato cioè come del, e, al, d, nare le altre coſe ſiano co
me per auanti ſcio che le linee, f, g, & g, h, componeno el ſecondo binomio per
che conoſcia che el quadrato de, a, al quadrato de, f, g, ſia ſi come del, b, a, c, &
vnaaltra volta lo quadrato de, f, g, al quadrato de, g, h, ſia ſi come del, a, c, e (per
la ega proportionalita) el quadrato del, a, al quadrato de, g, h, ſera ſi come el, b,
a, c, adonq conoſcia che l'uno e l'altro di doi numeri, a, &, e, ſia quadrato
(per la ſeconda parte della nona) & la linea, g, h, ſera communicata in ſogher



alla linea *a*, posta rationale, & della linea *f, g*, e manifesto che essa sia rationale
 le solamente in potencia non communicante alla linea *a*, posta rationale in lon-
 ghezza (per la vltima parte della nona) la quale concluda che la sia più poten-
 te della linea *g*, h nel quadrato della linea *f, h*, (per la trigesima prima del ter-
 zo & per la penultima del primo) & la linea *f, h*, e communicata alla linea *f, g*, in
 lunghezza (per la seconda parte della nona) sia, et che il loro quadrato sono in
 la proportion de'li numeri *a, b*, & la proportion de'li quali e si come di duoi nu-
 meri quadrati (per el prefupposito) e manifesto il proposito. A dimostrare d' me
 desimo altramente, sia la linea *g, h*, communicante alla linea *a*, (posta rationale
 in lunghezza) la quale e facile di trovare & sia numero quadrato d'infibile in
 d'quadrato & in *a*, non quadrato, & sia la proportion del quadrato della linea
g, h, al quadrato della linea *f, g*, si come el numero *a*, al numero *c*, & la *f, g*, sia
 incommensurabile alla linea *g, h*, in lunghezza (per la vltima parte della nona)
 & più potente di quella nel quadrato della linea *f, h*, (alla qual comunica in
 lunghezza primamente per la coniectura d'apoi per la euera proportionalita &
 per la seconda parte della nona) adunque (per la diffinitione) le linee *f, g, d, g, h*
 componeno el secondo binomio.

Problema. xlii. pro positione. xlii.

44
 3^a Notemo inuestigare, el terzo binomio.

A Nchota el terzo binomio così se ritroa, posta (come per assue) la linea *a*,
 rationale in lunghezza sia el numero primo, & numero quadrato d'infibile
 in d'quadrato & in *a*, non quadrato tutte le altre cose siano come per au-
 di. Dico che le due linee *f, g*, & *g, h*, componeno el terzo binomio, perche se per
 una ne l'altra di quelle e commensurabile in lunghezza alla linea *a*, posta ratio-
 nale, ma l'una & l'altra gli e commensurabile in lunghezza la *f, g*, (per la vltima
 parte della nona propositione) & la *g, h*, (per la equa proportionalita) el quadrato del-
 la linea *a*, al quadrato della linea *g, h*, e si come lo numero *b*, al numero *e*, (una
 per mezzo del quadrato della linea *f, g*, & l'altro per mezzo del numero *c*, & li
 numeri *b*, & *e*, non sono in proportion de'li numeri quadrati concluda
 che *b*, sia numero primo, perche se i fuseno in la proportion de'li numeri qua-
 drati seria necessario (per la decima sentina del octauo) & per la octaua del mede-
 smo sia quelli sita vno terzo in continua proportionalita adunque (per la deci-
 ma octaua del medesimo) el numero *b*, seria superficiale laqual cosa e impossibi-
 le concluda che quel sia primo (del prefupposito) adunque la linea *g, h*, e inco-
 mmenturabile alla linea *a*, posta rationale (per la vltima parte della nona) adon-
 que perche la linea *f, g*, e più potente della linea *g, h*, nel quadrato della linea *f*,
h, (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) laqual com-
 munita a quella in lunghezza (per la seconda parte della nona propositione)
 & per la euera proportionalita & per la diffinitione del terzo binomio, e mani-
 festo la nostra intentione.

Il Traduttore.

Nella esposizione di questa soprafcritta propositione il commentatore le in-
 gaza grandemente si nel proceder come nella demonstratione perche el
 non necessita che la proportion del numero *b*, (quunque sia numero pri-
 mo) al numero *e*, non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato
 & che l' sia il vero per non abbondare in parole adiremo solamente la spertien-
 tia per testimonio perche del detto numero *b*, disse, *s*, (che e numero primo) &
 lo numero *c*, trenta sei & il numero *d*, sedici & lo numero *e*, vinti si vede e spertien-
 tamente che la proportion de cinque a vinti e come de numero quadrato a un



miero quadrato cioè quadrupla, perlochè si vede che anchora se inganna a dire che li numeri primi non sono superficiali anzi sono superficiali (per la decima ottava dell'ottavo) ma volendo concludere la sopracitata proposizione senza opposizione bisogna tor il detto numero 4. di tal condizione, prima che non sia quadrato secondario che la proporzione di quello al numero, e non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa è facil) si pot arguire come di sopra è fatto.

Problema.xv. propositione.I.

$\frac{45}{16}$ Potremo ritrovare il quarto binomio.



Nella invenzione del quarto binomio le da procedere per il medesimo modo si come nella invenzione del primo cocco che el numero quadrato sia tutto in due numeri non quadrati, li quali siano 3. & 5. tutte le altre cose in quel loco facea da esser negotiate, dalla distributione del quarto binomio, & come in quel loco le negotio dalla distributione del primo binomio.

problema. xvi. propositione. li.

5^{to} Quotemo recetcare el quinto binomio.



La inuentione di quella e si come quella del secondo binomio recetto che lo numero, e (non quadrato) se divide in d. non quadrato, & in e. quadrato, & non in tal modo che la proportion de a. d. non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo loco sono da esser cante secondo le cose dimandate per la definitione del quinto binomio, si come in quel loco sono ricercate secondo le cose dimandate per la definitione del sexto binomio, ouero pone che la linea g. h. sia communicante alla linea a. posta da binomio in longhezza, & mette el numero, c. quadrato diuido in due numeri non quadrati qual siano, d. & e. adouche mette la proportion del quadrato della linea g. h. al quadrato della l. g. si come del numero, e. al numero, c. da poi concluderli proposto per la vltima parte della noua & per la prima precepti, & per la conuersa & exaetis proportionalita, & analista uolta per la vltima parte della noua & per la definitione del quinto binomio.

Problemata xvii. propositiones lxx.

$\frac{47}{53}$ Proccomo finalmente trouare el sesto binomio.



El felfto binomio e da trouar fi come el terzo & ramen in quello lo numero, e quadrato debbe effer diuifo in doi numeri non quadrati, & e, & tutte le altre cofe come in quello & per la diffinitione del felfto binomio in lucca (che componeno le due linee, f.g. & g.h. congiunte fra loro, direttamente feta binomio felfto che e il propofito de trouare.

il Traduttore.

Il Traduttore.

Nella intenzione di questo scito bionismo bisogna advertire di quello che ha detto sopra la intenzione, di terzo cioè che il non bisogna liquidare ancor semplicemente

semplicemente il numero. b. numero primo, & che tal instrutione è falsa anzi bẽo
guarito secondo che sopra la intention del terzo fu detto cioè così condizio-
nato che'l non sia quadrato & che la proportion di questo al numero. e. non sia
come de' numero quadrato a numero quadrato poi se'guir come nelle altre se' fanno,

Lemma.

o Siano li duoi quadrati a. b. & b. c. & siano allertati, ouer posti (per la
14 decima quarta del primo) talmente che il lato d. b. al lato b. e. sia in
retta linea, adonque & lo lato f. b. al lato b. g. sera in retta linea, & sia
compito lo parallelogrammo a. c. dico che a. c. e quadrato, & che
d. g. delli detti quadrati a. b. & b. c. e medio proportionale, & oltra
di questo il d. c. delli duoi quadrati a. c. c. b. e medio proportionale,
perche b. d. e eguale al b. f. & b. e al b. g. adonque tutto il d. e. sera
eguale a tutto lo f. g. & d. e. e eguale all'uno e l'altro delli duoi lati
a. h. k. e. & g. f. e eguale all'uno e l'altro delli duoi lati a. k. c. h. & l'un
e l'altro adonque delli duoi a. k. k. c. e eguale all'uno e l'altro delli
duoi lati a. b. h. c. adonque (per la trigesima terza del primo) lo para-
llogrammo a. c. e equilatero & anchora e rettangolo, adonque lo
detto parallelogrammo a. c. (per la quadagesima sesta del primo)
e quadrato & perche si come del f. b. al b. g. così e del d. b. al b. e. & si
come del f. b. al b. g. (per la prima del sesto) così e del a. b. al d. g. &
si come del d. b. al b. e. così e del d. g. al b. c. adonque & si come del a.
b. al d. g. così e del d. g. al b. c. adonque d. g. e medio proportionale
delli duoi quadrati a. b. b. c. similimente dico che anchora d. c. e me-
dio proportionale delli duoi quadrati a. c. c. b. perche si come del a.
d. al d. k. così e del k. g. al g. c. perche l'una e eguale all'altra adon-
que componendoli per la decima ottaua del quinto, si come a. k. al k. d.
così e k. c. al c. g. ma si come a. k. al k. d. così e a. c. al c. d. & si come k. c.
al c. g. per la prima del sesto, così e d. c. al c. b. adonque d. c. e medio
proportionale fra li duoi quadrati a. c. c. b. che e il proposito.

Il Traduttore.

Questo lemma se ricerca solamente in la seconda tradotione il quale e mol-
to al proposito per le demonstratione delle cose sequente quantunque se dis-
mostrano etiam senza esso lemma come procedendo videremo ma tal demonstratione
son più obscure.

Theorema. xxxvi. Proposizione. liii.

48 Se una superficie sera contenuta da un binomio primo, & da una linea
44 rationale, lo lato che puo sopra di essa e necessario esser binomio,

Sia la superficie a. c. contenuta dalla linea a. b. rationale & dal binomio p. r.
Smo equal fia p. c. Dico che'l lato tetragonico della superficie a. c. e binomio
e per dimostrare questo sia il punto d. h. common termine delle due portioni
del binomio primo b. c. del quale la maggior parte fia b. d. & sera rancore la
longhezza (per la definitione) & commensurabile alla linea a. b. poita rationale
anchorà sia diuisa la minor portione (la qual e d. c.) in due parte eguale al pon-
to e. & la linea d. b. sia diuisa (sotto questa conditione) al punto f. che fra le parti



di quello (la quale sono b, f, d, d) cada d, e nel medio loco proportionale, & co
me questo si debba far fu detto in la. 17. & sian dunque le linee e, g, d, h, e, k equi
stante alla linea a, b, d perche (per la diffinitione del primo binomio la linea d
è più potente della linea d, e nel quadrato duna linea a se communicante in
longhezza, seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le
due linee b, f, d, d siano communicante adunque (per la duodecima) l'una è al
tra de quelle e communicante a tutta la linea b, d per la quale cosa (per la diffini
tione) ambidue sono rationale in longhezza e pero (per la decima nona) l'una
è l'altra delle due superficie a, f, d, f, h, e rationale, adunque sia descritto lo qua
dro l, m, n (il lato del quale l, m) è quale alla superficie a, f, d quale sia circoscri
to de esso quadrato prostrata la diagonale l, m, n a quella quantita che el qua
dro de esso quadrato qual sia m, n sia eguale alla superficie f, h, e & li doi sup
plementi di quello siano p, m, q & m, q liquali e necessario esser equali alle due su
perficie d, g, g, e & ad ogni cosa così se apprende perche conosciuta che la linea d sia
nel mezzo loco proportionale fra le linee b, f, d, d (per la prima del sesto) la
superficie d, g, g, e sia nel medio loco proportionale fra la superficie a, f, d & f, h, e per
la quale cosa etiam fra li doi quadrati l, m, n & m, n & perche etiam lo supple
mento p, m, e anchora nel mezzo loco proportionale fra li doi doi quadrati (per
la prima del sesto) seguita che p, m sia eguale al d, g, e pero etiam m, q, d, g, e
adunque la linea l, p, e il lato tetragonico della superficie a, e quanta tal linea di
co esser binomio, perche essendo li doi quadrati m, n & m, n rationali le due li
nee l, p, e, n, p (per la diffinitione) saranno rationale potenzialment, & per la pri
ma del sesto dal a, f, d, d, g, e si come del b, f, d, d, e, m la b, f, e incommensurabi
le alla d, e ma perche la b, f, e semplicemente rationale (come e prouato) & la
 d, e perche la communicata con la d, e (rationale solamente in potentia) etiam
questa sera rationale solamente in potentia (per la vndecima) la quale cosa e mani
festa dalli presenti presupposti adunque per la seconda parte della decima qua
rta la superficie a, e e incommensurabile alla superficie d, g, g, e adunque & il qua
dro l, m, n al supplemento p, m per la quale cosa (per la prima del sesto & per la secon
da parte della decima quarta de questo) la linea l, p, e e incommensurabile alla li
nea e, p, a adunque (per la trigesima quinta) e manifesto la linea l, p, e esser binomial
che era da dimostrare.

Il Traduttore.

Queste parte che con facilità si domandano concludere per lo soprascritto si
ma (per non esser stato trovato da tal commentatore) lui arguille per la pri
ma del sesto abbenche anchor la detta prima del sesto parimente serra tamen
molto più chiaro a arguire per lo soprascritto lemma & medesimamente nelle se
quente propositioni similmente per la vltima del secondo si debbe formar un
quadrato eguale alla superficie f, h, e qual sia m, n & quello afferrato nel angolo
m di l'altro quadrato per le regole a tutte nel detto lemma. Anchor bisogna no
tare qualmente la linea rationale a, b bisogna sia rationale in longhezza & que
sto medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema. xxxvii. Propositione. liii.

49 Se una superficie sera cōcēnuta da una linea rationale & da un bino
mio secōdo. Lo lato tetragonico di quella sera uno bimedial primo.

Sia la medesima figura & li medesimi presupposti liquali sono in la preceden
te & (per la diffinitione del secondo binomio) sera la linea d, e rationale in
longhezza per la quale cosa (per la 19. l'una e l'altra delle due superficie d, g, g, e
& e, p, a & li doi supplemeni p, m, q & m, n saranno rationali & la linea b, d seran
nionale solamente in potentia, & diuisa in le due linee f, d & b, f communicante
(per la

(per la diffinitione del secondo binomio & per li premissi presupposti & per la seconda parte della decima sententia) adonque (per la vigesima terza) l'una e l'altra delle due superficie $a.f.d.h.$ e pero & l'uno e l'altro di quadrati $l.m.$ & $m.n.$ sara mediale, adonque ambedue le linee $l.r.$ & $r.p.$ sono mediale, anchora comunicante in potentia, perche conosciuta che la linea $b.f.$ communichi alla linea $a.f.$ seguita che la $a.f.$ communichi alla $f.h.$ per laqual cosa el quadrato $l.m.$ al quadrato $m.n.$ e pero & la linea $l.r.$ alla linea $r.$ p. in potentia, ma non communicano in lunghezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie $l.m.$ alla $m.p.$ adonque conosciuta che la $l.m.$ non communichi con la $m.p.$ imperoche l'una e mediale cioe $l.m.$ & l'altra e rationale cioe la $m.p.$ seguita che la $l.r.$ non comunichi in lunghezza con la $r.p.$ adonque perche esse contengono superficie rationale, la $l.$ e la $m.p.$ e manifesto la linea $l.p.$ (per la 36. di qto) esser bimedral prima.

Theorema. xxxviii. Proposizione. ly.

60 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea rationale, la linea potente in quella sara bimedral secondo.

Sante la medesima disposizione, & li presupposti come di sopra & da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) sara ciascuna delle quattro superficie (in lequale e divisa la superficie $a.c.$) mediale per laqual cosa l'una e l'altro di duei quadrati $l.m.$ & $m.n.$ & l'una e l'altro di duei supplementi $p.m.$ & $m.q.$ sara etiam mediale adonque l'una e l'altra delle due linee $l.r.$ & $r.p.$ sara mediale, & conosciuta che le due superficie $a.f.d.h.$ sia non communicante imperoche le due linee $b.f.$ & $d.f.$ sono comunicanti (per la seconda parte della 7.) le due linee $l.r.$ & $r.p.$ saranno comunicante in potentia non in lunghezza, perche la superficie $l.m.$ non comunica con la superficie $m.p.$ imperoche ne la $a.f.$ comunica con la $d.f.$ perche la linea $b.f.$ non comunica con la $d.f.$ conosciuta adonque che esse contengano superficie mediale laquale e $p.m.$ e manifesto (per la 37.) la linea $l.p.$ esser bimedral secondo che e il proposito.

Theorema. xxxix. Proposizione. lyi.

61 Se una superficie sia contenuta da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che po in quella superficie e la linea maggiore.

Sante tutte le cose come in la precedente (per el presupposto, & per la diffinitione del quarto binomio & per la 23.) l'una e l'altra delle due superficie di $p.m.$ & $m.q.$ per laqual cosa & l'una e l'altra delle due $p.m.$ & $m.q.$ sara mediale & li duei quadrati $l.m.$ & $m.n.$ resti insieme sara rationale imperoche la superficie $a.$ e rationale (per la diffinitione del quarto binomio & per la 19.) & perche la $d.f.$ e divisa in due parti incommunicanti in punto $f.$ (per la seconda parte della decima octava) la superficie $a.f.d.$ sara incommensurabile alla superficie $f.h.$ e pero & lo quadrato $l.m.$ al quadrato $m.n.$ adonque le due linee $l.r.$ & $r.p.$ sono incommensurabile in potentia, lequale conosciuta che quelle contengano la superficie mediale $p.m.$ & ambedue li quadrati di quelle resti insieme siano rationali & manifesto (per la 38.) la linea $l.p.$ esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema. xl. Proposizione. lyii.

62 Se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & da uno 55 binomio quinto, la linea laquale po in quella, el se conueniente necessita esser la potente in rationale e mediale.

Anchora qua in questa non e da mutar alcuna cosa della disposizione & posizione delle prime, perche da quelle stante sara (per quelle cose che son pos



ite in la diffinitione del quinto binomio & in la 19.) l'una e l'altra delle due superficie d.g.g.e. & d.e. & l'una e l'altra delle due p.m.d.m.g. rationale & tutte la medesima, per la qual cosa & li due quadrati, m. & m. n. tutti insieme mediale (per la 23.) & concludesi che (per la seconda parte della decima prima) la linea l.b. sia incommensurabile alla linea d.e. pero & la superficie a.c. alla superficie l.b. & lo quadrato em al quadrato m. n. sara la linea l.r. incommensurabile in potentia alla linea r.p. ma perche esse contengono la superficie rationale p.m. & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme sono mediale se concludi per la trigesima nona la linea p. esser la potentia rationale e mediale come la promissa da dimostrare.

Theorema.xlii. Propositione. lyiii.

53 Se una superficie sara contenuta dal setto binomio, & da una linea, mediale, la linea potra in q. l. a se app. uia esser la potra in dua mediali.

TN questa & buon accade aar a perche tempo in depugnare le ragioni. **Q**ue la ista quide che le conten in le precedente dispositioni & potra a regu le tante e necessario per le dette cose & per la dispositione cioe per la diffinitione del quinto binomio & per la vigesima terza) ad una delle superficie a. d. d.g.g. & esser mediale perche & ambidui li quadrati m. & m. n. tutti insieme & p.m.d.m.g. e necessario esser mediale & concludi che la o. d. e. d. per la qual cosa & la l. a. d. f. h. e pero & la l. b. d. m. n. siano incommensurabile sara le due linee l.r. & r.p. incommensurabile in potentia ma perche quelle contengono la superficie mediale p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali la qual linea e incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra la qual cosa se app. uia in questo che la superficie, b. h. e incommensurabile alla superficie d. b. e per questa causa che la linea d. b. e incommensurabile alla linea d. c. perche seguita (p. la 40.) la linea a. p. esser q. l. a che e detta potra in duos mediali.

Lemma.

o Se una linea retta sia segata in due parti ineguali. Li quadrati fatti sotto dette due parti ineguali sono maggiori del rettangolo che e compreso due volte sotto le dette parti ineguali.

Sia la retta linea a. b. & sia segata in due parti ineguali in p. o. c. & sia la maggiore a. c. dico che li due quadrati fatti della a. c. & c. b. sono maggiori del rettangolo che e compreso sotto della a. c. & c. b. due volte, & p. dimostrasi q. l. o in sega (p. la 10. del primo) la a. b. in due parti q. l. a in p. o. c. & a. c. b. perche la linea retta a. b. e segata in due parti q. l. a in p. o. c. & a. c. b. in due parti q. l. a in p. o. c. & a. c. b. per la 5. del secondo) q. l. o che potra sotto della a. c. & c. b. essere con el quadrato fatto dalla a. c. & c. b. al quadrato che vien fatto della a. c. & c. b. per q. l. o el rettangolo contenuto sotto della a. c. & c. b. e minor del quadrato della a. c. & c. b. il doppio del rettangolo che compreso sotto delle due linee a. c. & c. b. e minor del doppio del quadrato della a. c. & c. b. li quadrati delle due parti a. c. & c. b. sono maggiori di quelli fatti dalle due a. c. & c. b. adiongli li quadrati fatti dalle due parti a. c. & c. b. sono maggiori del rettangolo compreso sotto delle a. c. & c. b. due volte che era da demostrar.

Il Traduttore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradotione e igual (per dimostrare le proportioni seguenti) e molto al proposito ma che la suma de quadrati delle due linee a. c. & c. b. e minor del doppio del quadrato della a. c. & c. b. e tanto che li quadrati delle due linee a. c. & c. b. se moltiplica per lo secondo dell' antecedenti della quadragesima prima.

Theorema.xlii. propositione. lix.

54 Se a una linea rationale sia aggiunto uno rettogol. equale al q. drato o duno binomio el secodo lato di q. l. o conten esser binomio primo.

Q. d. e.

Questa del seguente propositioni sono el contenuto delle del precedente, per ordine & la intenzione de questa e questa sia la linea. a. b. binomio diuisa al punto c in le due linee. a. c. & c. b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima a. b. sia. h. d. & sia la linea. e. f. rationale in longhezza alla qual sia aggiunta la superficie. g. eguale al quadrato. b. d. dico che l' secondo lato de questa superficie e' eguale e la linea. f. g. e' binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato. h. d. in li due quadrati. h. b. & b. d. (quali sono li quadrati delle due porzioni del binomio) & in li due supplementi. a. h. & h. K. (quali son o e l'altro e contenuto sotto delle due porzioni del binomio & per la diffinitione del binomio la quale se ha per la trigonaginta) l'uno e l'altro de questi quadrati sera rationale & per la. 1. 2. 3. l'uno e l'altro di due supplementi sera mediale adunque se la tagliato dalla superficie. g. la superficie. e. f. e' eguale al quadrato. d. h. & la l. m. eguale al quadrato. h. b. & la n. p. e' qual all'uno di due supplementi. a. h. ouer. b. K. & lo residuo p. g. sera eguale all'altro supplemento che resta per qual cosa per la prima del sesto la linea. n. q. e' eguale alla linea. q. g. & (dalle cose premesse) manifesto che l'una & l'altra delle due superficie. e. f. & l. m. e' pero etiam mita la superficie. e. n. e' rationale & l'una e l'altra delle due eguali. n. p. & p. g. e' pero tutti li. m. g. e' mediale per qual cosa per la vigesima una e l'altra delle due linee. f. l. & l. n. & tutta la linea. f. n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea. e. f. posta rationale & (per la. 2. 4. l'una e l'altra delle due. n. q. & q. g. & tutta la n. q. e' rationale solamente in potenza incommensurabile alla linea. m. n. e' pero etiam alla linea. e. f. (a se eguale) & per consequente alla linea. f. n. in longhezza adunque se la linea. f. n. (bignoli e magiore della linea. n. g.) come per lo primo di due antecedenti sono giunti alla dimostrazione della quadragesima & per la prima del sesto appare (sera piu potente della linea. n. g.) minore (nel quadrato d'una linea commensurante con se) in longhezza (per la diffinitione del binomio primo sera manifesto la linea f. g. e' ser binomio primo) & che questo sia così si dimostra in q'lo modo & prima che fra li due quadrati. d. h. & b. d. per la prima del sesto la superficie. a. h. sia media proportionale el se conuenet per li primi per supposti la superficie. m. q. e' ser del stesso loco proportionale fra la superficie. b. d. m. n. d. (per la prima del sesto) la linea. n. q. la quale e la mita della linea. n. g. e' nel mezzo loco proportionale fra le due linee. f. l. & l. n. adunque quello che vien fatto dal f. l. sia i. a. l. n. e quanto quello che vien fatto dal n. q. anse per la decima settima del sesto e per tanto per la quarta del secondo) quello la quarta parte del quadrato della linea. n. g. adunque per la prima parte della. 17. concludo che la linea. f. n. sia diuisa dalla superficie a se aggiunta eguale alla quarta parte della linea. n. g. piu breue talmente che a copre tutta la linea. f. n. m. a una semplice quadrato in due parti communicante al punto i. sera la. f. n. piu potente della n. g. nel quadrato d'una linea & e' commensurante in longhezza adunque e manifesto el proposito.

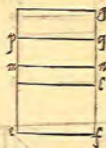
Il Traduttore.

Questa parte che di sopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza il medesimo se debbe ricordare nelle sequente senza che io nel replichi.

Theorema. xliii. propositione. ix.

Se a una linea rationale sera aggiunto una superficie equal al quadrato del binomiale primo, l'altro lato di quella bisognerà e' ser el secondo binomio.

Sia la linea. a. b. la binomial primo diuisa al punto. c. secondo el suo termine. Sutte le altre cose siano come per auanti. Dico la linea. f. g. e' ser el secondo binomio perche la superficie. m. g. sera rationale imperoche le parti del binomial





primo contenente superficie rationale & se le tre superficie.e.l.m.& tutta la.e.n. mediale comunicante imperoche le porzioni del bimedral primo sono linee mediale solamente in potenza comunicante; per la trigesima (sta) adonque (per la vigesima) la linea.a.g. sera rationale in lunghezza comunicabile alla linea.e.f. posta rationale.&c. (per la vigesima quarta) la linea.f.n. rationale sola mente in potenza (laquale concluda che la sia maggiore della linea.n.g.) per el primo di dieci antecedenti aggiunti alla dimostrazione della quadragesima (& per la prima del ista) & più potente di quella nel quadrato duna linea che comunicat con sego in lunghezza (per la prima parte della decimalesima) la linea.f.g. (per la diffinitione) sera il secondo binomio che era el proposito.

Theorema.xliii. propositione.lxi.

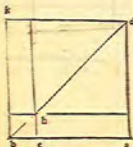
¶ Quando che a una linea rationale in lunghezza sera aggiunta una superficie rettangolo eguale al quadrato del bimedral secondo, lo se condo lato di quella e necessario esser el terzo binomio.



¶ La linea.a.b. sera el bimedral secondo dista per el suo terminale al punto.e. & tutte le altre cose siano come per auanti, (sera la linea.f.g. el terzo binomio perche (per la trigesima lesima & per le nostre posizioni) l'una e l'altra delle superficie.e.n.&c. mag. sera mediale per la qual cosa l'una e l'altra delle linee. d.o.f.n. &c.n.g. (per la vigesima quarta) sera rationale solamente in potenza & perche le parti del bimodial secondo sono comunicante solamente in potenza, la superficie.e.l. sera comunicante alla superficie.l.m. e pero etiam la linea.l.a. alla linea.n.l. adonque (per la prima parte della decima lesima) la linea.f.n. sera più potente della.n.g. nel quadrato duna linea a se comunicare in lunghezza, & concluda che la superficie.a.h. & lo quadrato. h. b. siano incommensurabile imperoche le linee.a.c. &c.b. sono incommensurabile e pero etiam li duei quadrati resti insieme, alli duei supplementi toli insieme imperoche li duei quadrati fra loro insieme comunicano (per el presupposito) li supplementi anchora concluda che fra loro sono equali seguita che la superficie.e.n. sia incommensurabile alla superficie.m.g. e pero etiam la linea.f.n. alla linea.n.g. adonque (per la diffinitione) la linea.f.g. e binomio terzo che e el proposito.

Theorema.xlv. propositione.lxii.

¶ Se a una linea rationale sera aggiunto un rettangolo eguale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di q'llo sera el quarto binomio



¶ E anchora questa linea.a.b. sera la linea maggiore dista secondo il suo terminale al pto.e. & tutte le restante cose non siano altrimenti che per auanti sera la linea.f.g. el quarto binomio, che concluda che ambiduo li quadrati delle porzioni della linea maggiore toli insieme siano rationale la superficie.e.n. sera rationale, e pero (per la vigesima) la linea.f.n. sera rationale in lunghezza comunicante alla linea.e.f. posta rationale, & la superficie. m. g. sera mediale per quello che le porzioni della linea maggiore contengono superficie mediale adonque (per la vigesima quarta) la linea.n.g. e rationale solamente in potenza & perche le porzioni della prestara linea.a.b. sono potentemente incommensurabile la superficie.e.l. sera incommensurabile alla.l.m. e pero etiam la linea.l.a. alla linea.l.n. adonque per la prima parte della decima octava) la linea.f.n. e più potente della linea.n.g. nel quadrato duna linea a se incommensurabile, adonque (per la diffinitione) la linea.f.g. e binomio quarto che era il proposito.

Theorema

Theurema.xlyi. Propositione.lxiii.

53 Se a una linea rationale sia aggiunto una forma de una parte piu
64 longa, e quale al quadrato della linea potente sopra rationale, & me
diale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.

Propoita la linea a.b. quella che po sopra la mediale & rationale dista seos
do la diffinitione di quella al potto. c. & non sia mutato cosa alcuna delle
punti, & seguita la linea d. g. el quinto binomio, perche concluda che le parti
di questa linea a.b. contengano superficie rationale, e necessario che la superficie g.
m. pero etiam (per la vigesima) la linea n. g. sia rationale & concluda che am
bi il quadrato delle parti de questa linea sole insieme fiano mediale sera la super
ficie e.n. mediale & (per la vigesima quarta) la linea, f.n. rationale solamente in
potenza & perche le parti della predeta linea sono incommensurabile in poten
zia la superficie e.b. sera incommensurabile alla superficie m. Le pero etiam la li
nea f.f. alla linea n. l'adunque (per la prima parte della decima octava) la linea,
f.n. e piu potente della linea n. g. nel quadrato dona linea a se incommensurabile
adunque (per la diffinitione del quinto binomio) concludo de il proposito.

Theurema.xlvii. Propositione.lxiii.

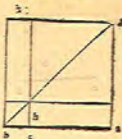
59 Ogni uolta che a una linea rationale, sera aggiunta una superficie ter
65 tangola, e quale al quadrato de una linea potente in duoi mediale,
el secondo lato della medesima superficie el se connence esser el se
sto binomio.

T N quella sexagesima quarta sia la linea a.b. la linea potente sopra duoi me
di a.e. & x. tangano tutte quelle positioni si come nelle altre precedenti a
quella & al predetur sera la linea f.g. el sesto binomio laqual cosa tu non la puoi
ignotare se tu non serai inenicheseale delle cose premesse & di quello che propo
pone la quadagesima & coi e manifesto in questa la nostra intutione.

Theurema.xlviii. Propositione.lxy.

60 Ogni linea communicante in longhezza a qual si uoglia di binomii
66 & el se appoia quella elser binomio, loeto la medesima specie.

S ia la linea a.vu binomio di qual specie si uoglia & sia la linea b. se come
sunt in longhezza. dico la linea, b. elser un binomio di quella medesima
specie della quale e a.vu per dimostrar questo fiano le parti binomiali della a. &
o. & x. seranno ambedue rationale & communicante solamente in potenza per
(la trigesima quinta) & la linea b. sia dista (per la tertadecima del sesto) in a.e. &
x. secondo la propositione della parte c. alla parte d. b. (per la congiunta, & ouer
f. & e. premittata proporzionalita) della c. alla o. & x. dalla d. alla f. sera si come della
a. alla o. & x. sero concluda che la a. & x. siano communicante etiam (per la pri
ma parte della decima quarta) c. & e. & x. anchora d. & f. seranno communicante
adunque le linee f. rationale istamente in potenza etiam la. e. sera rationale
istamente in potenza & se la sera rationale in longhezza & etiam la. e. sera ra
tionale in longhezza, & per lo medesimo modo se la d. e rationale solamente in
potenza, ouer etiam in longhezza & la f. sera anchora similmente & (per la ses
tadecima) se la. e. epu potente della d. nel quadrato dona linea a se come
incomensurabile in longhezza, ouer o anchora incommensurabile, sera etiam & la. e. piu po
tente della d. nel quadrato dona linea a se come durabile ouer etiam incommensurabile

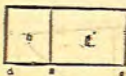




In lunghezza adunque le necessario per la diffinitione delle sei speci e di binomij che a. & b. siano binomij duna medesima specie. Ma se la linea b. communica con a. el binomio a. solamente in potentia, sera etiam la linea b. binomiosa et non e necessario esser de quella medesima specie, immo e impossibile che ambiduel insieme cadano sotto la prima specie di binomij, ouer sotto alla seconda, quarta ouer quinta. Ma egli e ben necessario che ambidui cadano sotto alle prime tre ouer alli tre vicini, perche e impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre vicine, perche concidia che a. & b. communici con b. solamente in potentia anchora c. con a. & d. con f. & e. communica solamente in potentia (per la decima quarta) adunque se l'una o l'altra delle due linee c. & d. seranno rationale in lunghezza, la sia comparata delle linee e. & f. non sera rationale in lunghezza. A dunque non e possibile che a. & b. cadano insieme sotto alcuna de quelle specie binomij in lequale l'una delle due portioni del binomio e rationale in lunghezza & quelle specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche per la decima sesta le due linee c. & e. insieme sono piu potente delle due linee d. & f. in li quadrati de due linee ale communicanti ouer incommunicanti in lunghezza e necessario che ambidui binomij a. & b. insieme cadano sotto le tre prime specie de binomij ouer insieme sotto le tre vicine per la diffinitione di esse specie & la linea b. che non puoli esser binomio, perche concidia che c. & e. siano communicanti in potentia solamente similmente anchora d. & f. & c. & d. siano rationale solamente in potentia communicante el se con uenze e. & e. & f. & f. rationali solamente in potentia communicante le quale perche communicano in lunghezza si come nelle due c. & d. proportionale a quelle che indubitatamente componono binomio (per la trigesima quinta) de quello.

Theorema. xlix. Propositione. lxvi.

64 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediali ed
67 se conueniente de necessitate esser bimedial sotto la medesima specie.



Commutando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quello che detto ha in se verita. Hor sia le due linee communicante, a. & b. in qual si voglia di preditti duoi modi, & sia, lo bimediale primo ouero il secondo. Dico che etiam le bimediale primo ouero il secondo si come sera, a. perche distia lo bimediale, a. in le sue portioni bimediale dalle quale e composta (per la trigesima telta & trigesima settima) lo quale siano c. & d. distia anchora la b. in c. & d. secondo la proportion della c. alla d. (come insegna la duodecima del sesto) & polta la superficie g. contenuta sotto della c. & della d. & la superficie k. contenuta sotto della c. & d. & polta lo quadrato della d. alla d. & della f. (per la congiunta & quarta) & permuata proportionalmente per la f. come in la premessa della c. alla c. & della d. alla d. & f. come della c. alla b. adonque (per la polidione) si come, a. & b. siano communicanti o si questo in longhezza ouer in potentia colli c. & d. & anchor d. & f. seranno similmente communicanti perche c. & d. sono mediale solamente in potentia communicanti, seguita (per la 2. q.) che, c. & d. siano etiam mediale & (per la decima quarta) non e te in potentia communicanti com della che esse siano proportionale (per el se supposito) come c. alla d. & concioia che (per la prima del sesto) sia del g. a. b. si come del c. alla d. & del x. alla f. si come del c. alla d. del g. alla f. si come del x. alla l. & premunatamente del g. alla k. si come del h. alla l. adonque perche h. e comune nicante al l. imperoche li duoi lati de quelli liquali sono d. & f. communicanti non quetza ouer in potentia, secondo che a. & b. communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora g. & x. communicano fra loro insieme & adonque k. sera rationale ouer mediale si come sera g. (per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la vigesima quinta) perche solamente in questo

In quello e differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le porzioni del bimedial primo (in lequale vien d'uno secondo d'uno termine) contengono se-
ghe-
le rationale & quelle del bimedial secondo mediate adouque le a, sera
bimedial prima la superbie, g, se a rationale perla qualora etia la superbie
d'ac, & pero biera etiam bimedial primo (la a bimedial) ma la a sera bimes
dal secondo la superbie g, sera mediate & p quello eti, K, adouque, b, (per la tri-
gesima settima) sera bimedial secondo, perla qualora e manifestio di propo-
siti. A demolitr el uendicio aloramente alla linea, c, d, rationale (supposito, l'un
o l'altro di duci bimediali & la b & se communicare in longhetta esser in potes-
ta d'una a agnotta la superbie c, e quale al quadrato d, e, & la g, e quale al qua-
drato d'una b, & le superbie c, e, & g, & sera non communicare, si impoche li qua-
drati a quelle eguali, liquali foio li quadrati delle linee a, b, & c, sono communi-
canti (dal principio) adouque per la prima del sesto & per la decima quat-
ta di questo se docli linea d, e, & g, e necessario etie communicare, & perche
le linea a bimedial prima la linea d, e, d, e, del secondo bimedial (per la settesima)
ma se pero etia la e, g, g, e, (secondo bimedial) per la procedura perla qualora
lo lato rettangolo della superbie, e, g, e, (qual e) bimedial primo (per la quin-
tesima quarta) ma se sera bimedial secondo la linea d, e, d, e, bimedial ter-
zo per la settesima prima se pero & la e, g, e, bimedial terzo (per la procedura)
perla qualora el lato rettangolo della superbie d, e, g, e, (qual e) la linea b, &
sera bimedial secondo adouque e manifestio etie el vero quello che e propo-
siti.

Theorema. I. Propositione. I. xviij.

⁶²₆₈ Ogni linea comunicante alla linea maggiore, e linea maggiore.

A Nchora questa (se alcuna linea sera communicante in qual modo li voglia
alla linea maggiore) se verifica, hor sia la linea maggiore, & la linea, b. a
questa communicante in qual modo li voglia Dico che la linea linea maggio-
re imperochè dista in quelle portioni dalle quale è composta (per la terza
m. etiam) lequale siano, c. x. d. x. & la b. (secondo la proportion de quelle jua, e.
b. d. è pocho che la g. sia la superficie contenuta sotto della c. x. & della. d. x. & la x.
joro della c. x. & f. x. d. x. siano li quadrati della c. x. & della. d. x. & li quadrati na-
turali della. x. & della f. sora del quadrato, mal quadrato, & come del quadrato na-
turali quadrato. (per la terza parte della decima ottava, del libro) & cooigou-
tamente del. m. x. h. a. h. b. li come del. n. x. l. a. l. b. & premocamente del. m. x. h.
a. l. n. x. l. b. li come del. h. a. l. a. l. adonque perche h. communica coo. l. (imperoy
che etiam communica con f. ouer in lunghezza ouer la potentia li come che a
communica coo. b. seguita che ambidui li quadrati m. x. h. a. h. b. tolli insieme come
mischiato con ambidui li quadrati n. x. l. tolli insieme, adonque concludo che
dual primi tolli insieme siano rationale (per la trigesima ottava) etiam li doi di
essi leranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie. h.
che necessario esse modale si come la g. (per la vigesima quinta) & le linee, c. x. f.
esse incomensurabili in potentia si come la c. o. d. (per la decima quarta) el
si concludo (per la trigesima ottava) la linea b. esser la linea laquale è detta mag-
giore che el propoito. A dimostrare el medesimo altramente, concludo che a. sia
la linea maggiore, alla qual communica la linea, b. ouer essendo quella in lon-
ghezza eurt in potentia tolta via linea rationale (laqual sia f. d. x.) sia agionto a
quella la superficie c. x. & c. x. quale al quadrato della linea, a. x. & dopo la. f. g. eguale
al quadrato della linea, a. adonque concludo che li quadrati delle due linee, a. &
b. siano communicanti (per el propoito) la superficie c. x. & c. x. a. b. communican-
te alla superficie f. g. & per lo per la prima del libro & per la prima parte della de-
cima quarta de quello etiam la linea, d. & alla linea, g. in lunghezza, & perche
(per la trigesima seconda) la linea, a. & b. in bno quarto anchora (per la triges-
esima quinta) la linea, g. & la linea, b. in bno quarto, adonq (per la quinquagesima
del libro) b. potente in la superficie f. g. & la linea maggiore che el propoito.

Theorema. li. Proposizione. lxxviii.

63 Se alcuna linea communicara alla linea potente in rationale & mediale el se approua quella esser potente in rationale & mediale.

A Nchora e il vero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza o in potenza, anchora quella e vna linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per auanti in doi modi se proua, & e necessario inquantum al primo modo che si come le due linee c, d siano in potenza incommensurabili non sian anchora le due linee e, f (per la decima quarta) & si come la g e supponi che ratio nale (perche tal superficie contiene le proportioni de la linea potente in rationale e mediale) così etiam K (per la diffinitione) sia rationale, & si come i doi quadrati m, n & h soli insieme sono mediale, così anchora (per la vigesima quinta) li doi quadrati n, k & l soli insieme saranno mediale, & donque la linea b (per la trigesima nona) e potente in rationale e mediale, ma quanto al secondo modo le necessario (per la sexagesima terza) che la linea d, e sia binomio quinta, & pero anchora (per la sexagesima quinta) la linea e, g e binomio quinto per laqual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie f, g (el quale e, b) sera vna linea potente in rationale & mediale che e el proposito.

Theorema. lii. Proposizione. lxxix.

64 Ogni linea communicante alla linea potente in due mediale anchora quella e potente in doi mediale.

A Nchora questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in lazo precedente in doi modi se approua esser vera o communichi la linea b con la linea a potente in due mediale in longhezza; oero in potenza, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie e, f sia mediale e pero etiam K (per la vigesima quinta) conciesia che i communicati quella anchora li doi quadrati m, n & h soli insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e pero etiam li doi n, k & l soli insieme (per la vigesima quinta) & perche li doi quadrati m, n & h soli insieme (per la predetta quadragesima) sono incommensurabili al doppio della superficie e, f seguita (per la decima quarta & per le nostre positioni) che anchora li doi k, l & n soli insieme siano incommensurabili al doppio della superficie K adunque conciesia che e, f siano incommensurabili in potenza si come la c, d (per la quadragesima) la linea b sera potente in mediale, ma quanto al secondo modo della settima argumentatione (per la sexagesima quarta) la d, e sera binomio sesto e pero etiam la linea e, g (per la sexagesima quinta) sera binomio sesto, per laqual cosa (per la quinquagesima ottaua) lo lato tetragonico della superficie f, g el quale e, b sera potente in doi mediale che e el proposito.

Theorema. liii. proposizione. lxxx.

65 Se seranno congiunte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta sera una delle quattro linee irrationale, cioe ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale,

Come se la *a*, sia superficie rationale & la *b*, mediale. La linea potente in tutta la superficie *a, b* sera alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo, sia la linea *c, d* irrationale alla quale sia aggiunta la superficie *c, e*, eguale alla *a*, & la *f, g*, eguale alla *b*, & (per la vigesima propolitione) la linea *d, f* sera rationale in lunghezza & communicante alla linea *c, d*, posta rationale & per la vigesima quarta propolitione la linea *e, g* sera rationale solamente in potenza, & per la decima quinta la linea *d, g* sera binomio del quale concorda che l'una delle porzioni binomiali (laquale e la *d, e*,) sia rationale in lunghezza & communicante alla linea posta rationale (laquale e la *c, d*,) quella sera (per la diffinitione delle specie di binomio) ouero binomio primo, ouero secondo, ouero quarto, ouero quinto, ma el non sera ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza, quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propolitione) la linea potente in tutta la *c, g*, (laquale e eguale alle due *a, b*, insieme) sera, ouero binomio, ouero bimediale primo, ouero linea maggiore, ouero potente in rationale & mediale, che e el propolito, certamente la non sera la bimediale secondo, ouero la potente in doi mediale, perche se la fosse la bimediale secondo (per la sexagima prima propolitione) la linea *d, g* sera binomio terzo & se la fosse la potente in doi mediale (per la sexagima quarta) la linea *a, b* sera binomio sesto & non era alcuna di quella perche e manifesta la nostra suppositione.

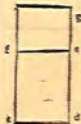
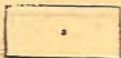
Il Traduttore.

Sia superficie rationale *a*, sera maggiore della superficie mediale *b*, la linea *d, g* sera ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie *c, g* sera (per la quinquagesima terza & quinquagesima sesta propolitione) ouero binomio ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale *a*, sera minore della superficie mediale *b*, la linea *d, g* sera ouero binomio secondo ouero bimediale, & la linea potente nella superficie *c, g* sera (per la quinquagesima quarta & quinquagesima settima) ouero la bimediale primo, ouero la potente in rationale & mediale.

Theorema. lxiij. propolitione. lxxij.

Quando seran congiunte due superficie mediale incommensurabili, la linea potente in tutta la superficie, sera o l'una o l'altra delle due linee irrationali cioe ouero lo bimediale secondo, ouero la potente in doi mediale.

Come verbi gratia se *a, b* sian due superficie mediale incommensurabili perche se quole fusseno commensurabili la superficie composta da quelle sera mediale (per la duodecima & vigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in questa sera mediale (per la vigesima terza) dico che la linea potente in la superficie composta da quole due sera ouero bimediale secondo, ouero potente in doi mediale, sia la linea *c, d* rationale, & la superficie *c, e* aggiunta a quella sia eguale alla *a*, & la superficie *f, g* eguale alla *b*, & (per la vigesima quinta) la linea *d, e*, & similimente la linea *e, g* sera rationale solamente in potenza, & concorda che le superficie *c, e*, & *f, g* siano incommensurabili si come *a, b*, (a quelle eguale) pero etiam le linee *d, e*, & *e, g*, (per la prima del libro & per la decima quarta propolitione de quole) la linea *d, g*, (per la trigesima quinta) sera binomio del quale concorda che l'una e l'altra delle porzioni binomiali (laquale sono *d, e*, & *e, g*,) siano incommensurabili alla linea posta rationale (laquale e la *c, d*,) (per la diffinitione) olo sera binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie *c, g*, (eguale al composto della *a, b*, & *b*,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottava) sera ouero bimediale secondo, ouero



potent in duoi mediale che e el proposito

Theorema.lv: proposizione.lxxii.

Quando sera posta una linea binomiale o altre delle irrationa-
le che seguitano quella alcuna di quelle non sera sotto al termine
dell'altra.

El qual che se alcuna linea (verbi gratia come a.) sera vna delle sei linee ir-
racionale haute per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne
di quello) quella non sera alcuna delle altre, perche se alla linea b. c. racionale sia
aggiunta vna superficie eguale al quadrato di quella la quale sia la. d. d. con-
stante se a. sera binomio (per la quingagesima nona proposizione) la linea, c.
d. sera binomio primo, & se la sera la binomial primo la. c. d. (per la sexagesima)
sera binomio secondo & se la sera lo binomial secondo (per la sexagesima prima
proposizione) la. c. d. sera binomio terzo & se la sera la linea maggiore la. e. d. (per
la sexagesima seconda proposizione) sera binomio quarto, & se la sera la poten-
te in racionale e mediale, oer la potente in duoi mediali (per la sexagesima ter-
za proposizione) la. c. d. sera binomio quinto oer (per la sexagesima quarta pro-
posizione) sera binomio sesto, & perche le impossibile esser la. c. d. insieme sotto
le diverse specie de binomiali (per la diffinitioe) e impossibile esser la. a. insieme
sotto de diverse specie, delle sei linee irrationale haute per auanti, etiam della li-
nea mediale e manifestò anchora che ella non sia alcuna delle sei frequente che
ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo
aggiunto a vna linea racionale vna superficie eguale al quadrato della linea me-
diale, lo secondo lato di quella e racionale in potentia (per la vigesima quarta)
& conciosia che la superficie eguale al quadrato del binomio, esser de alcuna
delle sue compagne lo secondo lato di quella e vno binomio oer el primo, oer
el secondo & così delle altre (per la quingagesima nona proposizione & le cin-
que sequente) per laqualcosa quello e irrationale e in lunghezza & in potentia
(per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile vna medesima
linea esser rational in potentia etiam irrationale in in lunghezza come in poten-
tia, pur troppo e impossibile vna linea mediale esser binomiale oer alcuna del-
le cinque sue compagne.

Il Traduttore.

Questa proposizione nella seconda tradizion non vi e. so restia propo-
sitione, ma bene in fine della sexagesima secon da in e de mo in scilicet
se conciosia, oer dimostra, il che mi da a credere che Euclide sia stato antiqua-
mente de-regolato & trasbaltato come in trasuisione, o per conto di gente, oero
altra simile occasione & che da li a uno tempo sia datti dellemanti futo ror-
cato & trasalterato secondo che di lui hanno trouato, & caduno vi ha aggre-
to quello che a lui parca che vi se conueniente e pero molti propozitioni se an-
te hanno li commentatori essere da loro aggiunte, che sono per di medesimo
autore come ogliuno può considerare si nella soprascritta proposizione ma in
infinit altri luoghi si della prima come della seconda tradizione.

Theorema.lv. Proposizione.lxxiii.

Se sera tagliata una linea de un'altra linea & seranno ambedue ra-
tional e solamente commensurabile potentialmente la linea rima-
nente sera irrationale & sera detta residuo.

Sia tagliata

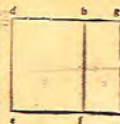
Sia tagliata la linea $b.c$ dalla linea $a.b$ & siano ambedue rationale solamente in potenza comunicante (quale insegna di trovare la vigesima prima se vigesima seconda & quelle sono quelle che compongono el binomio) dico che la rimanente $a.c$ e irrationale & quella schietta residua perche e manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee $a.b$ & $b.c$ tolti insieme li quali compongono superficie rationale dal predipposito (per la diffinitione) della superficie rationale & per la dodicesima de quello sono tanto quito el doppio della superficie della $a.b$ in la $b.c$ con el quadrato della $a.c$ & conciosia che (per la vigesima terza) la superficie della $a.b$ in la $b.c$ sia mediale e pero etiam el doppio di quella e mediale (per la vigesima quarta proposizione) pero e irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambedui li quadrati delle due linee $a.b$ & $b.c$ tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie della $a.b$ in la $b.c$ per la qual cosa (per la tredicesima proposizione) & al quadrato della linea $a.c$ (per la diffinitione) adunque lo quadrato della linea $a.c$ e irrationale conciosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioè alli duei quadrati delle due linee $a.b$ & $b.c$ tolti insieme adunque per la diffinitione restaua la linea $a.c$ irrationale che e il proposito & esemplamente in figura sia la superficie $e.g$ eguale alli duei quadrati delle due linee $a.b$ & $b.c$ & $a.c$ tolti insieme & sera rationale & similmente sia la superficie $d.f$ eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la vigesima terza proposizione) sera mediale & per la settima del secondo la superficie $e.g$ sera eguale al quadrato della linea $a.c$ & conciosia che la superficie $e.g$ sia incommensurabile alla superficie $d.f$ (per la tredicesima proposizione) la medesima sera incommensurabile alla $e.g$ per la qual cosa la $e.g$ e irrationale & lo lato rettonico di quella (qual se tu la linea $a.c$ sera medesimamente irrationale che e il proposito.

Theorema. lvi. Propositione. lxxiii.

69 Se sera tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale & solamente potenzialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente sera irrationale & sera detta residua medial primo.

Sia tagliata la linea $b.c$ della linea $a.b$ & siano ambedue come se propone (e quale per la vigesima nona & vigesima su le precedenti & quelle sono quelle che compongono lo binomio primo) dico che la linea $a.c$ che rimane sera irrationale & quella e detta residua binomial primo, perche ambedui li quadrati de quelle tolti insieme seran mediale & el doppio della superficie dell'una in l'altra sera rationale e per tanto ambedui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra adunque perche ambedui li quadrati tolti insieme li componemo dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea $a.c$ seguita (per la tredicesima proposizione) che el quadrato della linea $a.c$ sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per la qual cosa colli esso quadrato (come la $a.c$ lato di quello) e irrationale (per la diffinitione) adunque el proposito e manifesto, la qual cosa parendoti tu la puoi dichiarare esemplamente in figura si come la precedente te. A. dimostrare per un altro modo.

Sia la linea $d.e$ rationale in lunghezza alla quale sia aggiunta la superficie $d.f$ eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie $e.g$ eguale a ambedui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie $e.g$ sera eguale al quadrato della linea $a.c$ conciosia adunque che per el predipposito sia la superficie $e.g$ mediale (per la vigesima quarta proposizione) la linea $d.e$ sera rationale solamente in potenza & conciosia che la detta super-



side & fia rationale (per el presupposito) la linea d.h. (per la vigesima) fiera rationale in longhezza, adonque (per la senaigesima terza) la linea g.h. e residuo & irrationale e pero (per la vigesima per la destruttione del consequente) la superficie f.g. e irrationale & lo lato tetragonico di quella (elqual e a.c.) e irrationale & così e manifesto il propofito.

Theorema.lvii. proposizione.lxxv.

70 Se una linea fiera segata de una linea, & serano ambedue mediale, communicante solamente potencialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante fiera irrationale & fiera detra residuo medial secondo.

Sia anchora in questa tagliata la linea b.c. dalla linea a.b. & luna e l'altra delle dette a.b. & b.c. siano come se propone (& quelle le raroano per la trigesima prima) & sono quelle che compongono lo bimedial secondo, dico che la linea restante (laqual e la a.c.) e irrationale & quella e detra residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambeduoi li quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme sono mediale, similimente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale concludo adonque che per la vigesima scita) vna mediale non e differente da una linea mediale se non in vna superficie irrationale, fiera lo quadrato della linea a.c. (inqualche per la sena del secondo) li doi quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme concludo el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, periaqualcosa et in la linea a.c. fiera irrationale, anchora per esempio figurale in puoi deodidare que sto come per auanti perche se fiera la superficie e.g. eguale a ambeduoi li quadrati della a.b. & b.c. insieme & la d.f. al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie f.g. (per la sena del secondo) fiera eguale al quadrato della a.c. laqual concludo che la fia la differenza dell'una mediale e.g. la superficie mediale d.f. quella e irrationale (per la vigesima scita) & lo lato tetragonico di quella (elqual e la a.c.) e irrationale che e il propofito. **A** dimostrare il medesimo altramente fia la linea d.e. rationale alla quale fia aggiunto la superficie d.f. eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la e.g. eguale a ambeduoi li quadrati tolti insieme & per la sena del secondo la f.g. fiera eguale al quadrato della a.c. & perche la e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea d.g. fiera rationale solamente in potenza, similimente anchora concludo che la e.h. mediale d'ale per la medesima la linea d.h. fiera rationale similimente in potenza & per che la a.b. & la b.c. sono incommensurabile in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, & per questo amba doi li quadrati tolti insieme, simili (per el presupposito) communicano sono anchora incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra, seguita che la e.g. fia incommensurabile alla h.e. per la quale & la linea d.g. alla linea d.h. adonque (per la senaigesima terza) la linea g.h. e residuo & irrationale e pero etiam (per la vigesima proposizione dalla destruttione del consequente) la superficie f.h. e irrationale & la a.c. lato tetragonico di quella e irrationale.

Theorema.lviii. proposizione.lxxvi.

71 Se una linea fiera detratta da una linea & serano ambedue potencialmente incommensurabile, & contine superficie mediale, & ambeduoi li quadrati de quelle tolti insieme fian rationale, la detta linea fiera irrationale & se chiamara linea minore.

Se serano

Se faranno la a.b.d.b.c. quale se propone, lequale se trouuano per la trigesima seconda & componono la linea maggiore dico che la linea a.a.c. fera irrationale & lei e quella laquale e detta linea minore, laquale oia che firmamente tenera le positioni della precedente, & diligentemente attenda in doi modi quel la facilmente approuera si come la antecedente.

Theorema.lx. Propositioni.lxxvii.

Se una linea fera causada fora de un'altra linea & faranno ambedue potentialemente incommensurabile, & continence superficie rationale & ambeduoi li quadrati de quelle tolti insieme faranno mediale la linea che rimanera fera irrationale & fera detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.

Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni l'istio se non te faranno vñte di memoria, perche polte le due linee a.b.d.b.c. come se propone, lequale se ritrouano per la trigesima terza & componono la linea potente in rationale, & mediale & così la rimanente a.a.c. fera irrationale, & quella vien detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

Theorema.lx. propositione.lxxviii.

Se una linea fera detratta de un'altra linea & faranno ambedue potentialemente incommensurabile, & continence superficie mediale, & ambeduoi li quadrati di quelle tolti insieme faranno mediale incommensurabile al doppio della superficie delluna in l'altra, la linea che rimanera fera irrationale & fera detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

Stano anchora in questa la a.b.d.b.c. quale vien proposta lequale (per la trigesima quarta) se trouarano & quelle sono che componono la linea potente in doi mediale & la rimanente a.a.c. fera irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, la quale adocchio facilmente tu la concludi di te amonico che tu attendi diligentemente al processo delle due argumentationi della settagesima quinta. Ma egli da anticipare in questo luogo vno antecedente alle demonstrationi delle sequente necessario che e il proposito.

Antecedente.

Se faranno quattro quantita delle quale la differentia della prima alla seconda sia si come della terza alla quarta, fera premutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.

Questo si de intendere delle quantita referte per un medesimo modo, cioè che quando la prima fera maggiore della seconda così anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la fera minore sia etià minore, et altri graua sia la differentia del a.al.b. si come del c.al.d. dico qd differentia fera del a.al.c. tale fera del b.al.d. pche piglia potmo de aio la differentia dell estremi & oio oia delle

Differenze de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differenza della *a* e composta di quella che e dalla *a* al *b*. & de quella che e dal *b* al *c*. & de quella che e dal *b* al *d*. (per la medema portion) e composta de quella che e dal *b* al *c*. & de quella che e dal *c* al *d*. & perche (per el perisopposito) la differenza del *a*. al *b*. e si come dal *c* al *d*. & quella che e dal *b* al *c*. e communia seguita (per communia scientia) che e la differenza del *a*. al *c*. sia si come dal *b* al *d*. che e il proposito.

Il Traduttore.

Questo antecedente se ritrova solamente in la traduzione del Campano & molti hanno applicado alle quattro linee *a*. *b*. *c*. *d*. quattro numeri propor-
tionali (cioe *a*. *12*. & *b*. *3*. *c*. *6*. *d*. *4*.) & voleno che le dette differenze si
intendano geometriche & questo afferma nondimamente HATE Luca del Borgo
sopra questa medema antecedente, & lo dico tutto al contrario cioe che le dette
differenze si debeno intendere arithmetice & non geometriche & che si sia il ve-
ro (oltre che nelle ipodisitione del demo antecedente le eliptica chiaramente) & la
le argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi non se so-
no inganati in questo, che loro non hanno ben appreso la demonstratione del de-
mo antecedente laqual se fonda sopra quella communia conceptione del tutto,
laqual in vero non e così communia come lo commentatore la fa quantunque
el sia la verita, cioe che la differenza delli estremi e composta delle differenze
de caduno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che
a. sia quindici & *b*. duodeci (la differenza di quali e tre) & *c*. sette & *d*. quatro
(la differenza di quali e pur tre si come quella della *a*. al *c*.) hoc dico che la di-
fferenza della *a*. al *c*. (qual e otto) e quanto quella che e dal *b* al *d*. (laqual e pur o-
tto) & questo se dimostra per la sopradetta communia conceptione cioe che la
differenza delli doi estremi *a*. & *c*. antecedenti (laqual e otto) e composta delle
due differenze de ditti doi estremi al *b*. (laqual differenza l'una e tre e l'altra
e cinque che in somma fa pur otto) si come quella sola finalmente la differenza
delli doi estremi *b*. & *d*. consequenti (laqual e pur otto) e pur composta delle
due differenze de ditti estremi *b*. & dal termine di mezzo (cioe *c*.) laqual di-
fferenza l'una e cinque l'altra e tre che giunte insieme fanno pur otto, come
l'altra sola & perche la differenza della *a*. al *b*. e quanto quella (che e dalla *c*. al *d*.
per el perisopposito) giouo comunamente all'una e l'altra la differenza che
e dal *b* al *c*. e dette due somme de dette due differenze (per communia
scientia) seranno eguale laqual due somme l'una vira a esser la differenza che
e dalla *a*. al *c*. l'altra quella che e dal *b* al *d*. che e il proposito.

Theorema. lxi. propositione. lxxix.

Nulla linea (saluo una solamente) po esser congiunta al residuo,
che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano avanti la
separatione.

Sia la linea *a*. c. residuo laqual sia rimasta tagliata in *b*. & dall' *a*. al *b*. & al *b*.
& *c*. seranno rationale solamente communicanti in potentia (per la 7.) Dico
che la detta linea *a*. c. a niuna altra linea che alla *b*. c. (cioe quella differente)
po esser composta de a una maggiore dell'altra ne a una minore della detta *b*. c.
& se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composta con la *c*. d. indifferen-
temente maggiore, ouero minore che la *b*. c. & per questo ambedue le linee *a*. d. &
d. c. seranno rationale communicante solamente in potentia, a d'oggi & di che
(per la sententia del secondo) li quadrati de ambedue le linee *a*. b. & *b*. c. restasse
se eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo qua-
drato della *a*. c. similmente anchora li quadrati delle due linee *a*. d. & *d*. c. restasse
se eccedeno il doppio della superficie dell'una di que in l'altra in lo quadrato
de la

della medesima. & c. seguita (per lo premesso antecedente) che la differenza, di doi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme alli doi quadrati delle due linee. c. d. & d. e. tolti insieme, sia si come la differenza del doppio della superficie della a. b. in la. b. c. al doppio della superficie della a. d. in la. d. e. & così cosa che li doi quadrati dell'una e dell'altra sezione tolti insieme siano razionali (dal presupposto) & el doppio della superficie dell'una delle porzioni in l'altra dell'una e dell'altra sezione) siano mediali (per el presupposto & per la vigesima terza) & era vna medesima differenza delle due superficie razionale, & delle due mediale & questo è impossibile, perché le superficie razionale non son differenti l'una dall'altra (saluo che in superficie razionale come è manifesto per la diffinitione delle superficie razionale) & per la duodecima) & la superficie mediale non po esser differente da un'altra mediale (per la vigesima setta) & per la vigesima setta) & questo se fa più manifesto in figura cioè in questo modo si è aggiunta la superficie c. f. alla linea c. g. quale alli doi quadrati delle due linee a. b. & b. c. tolti insieme, & la. g. h. sia eguale al doppio della superficie de l'una in l'altra, & la. f. h. era eguale al quadrato della linea. a. c. (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggiunta la. k. l. alla linea. k. m. eguale alli doi quadrati delle due linee. a. d. & d. e. tolti insieme & la. m. n. sia eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie. n. l. (per la settima del secondo) era eguale al quadrato della linea. a. c. & c. per lo etiam eguale alla. h. f. adunque la differenza della. c. f. alla. g. h. è si come della. k. l. alla. m. n. per la quale cosa (per lo premesso antecedente) premutatamente la differenza della. c. f. alla. k. l. & quella sia la. p. q. & c. per la. p. q. alla. m. n. & perché l'una e l'altra delle due superficie. c. f. & k. l. è razionale & l'una e l'altra delle due superficie. g. h. & m. n. è mediale seguita lo impossibile cioè la superficie p. q. esser razionale, & irrazionale.

Theorema. lxxi. Propositione. lxxx.

Niuna linea se non solamente una po esser congiunta al residuo mediale primo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano ausanti la separatione.

A Nchora questa se approvera per simil modo che fu approuata la passata, perché essendo ambedui li quadrati tolti insieme in l'una e l'altra sezione mediale, & perché come prima, la medesima differenza di doi quadrati dell'una sezione alli quadrati dell'altra, che è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differenza delle due superficie mediale & del te due razionale era vna medesima superficie la quale è impossibile.

Theorema. lxxii. Propositione. lxxxi.

Niuna linea è congiungibile al residuo medial secondo che siano sotto al termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata ausanti.

H Or sia la. a. c. el residuo medial secondo (la quale sia el residuo) tagliata la. b. e. dalla. a. b. & c. per la settima quinta) & c. due linee. a. b. & b. c. saranno mediale solamente in potenza comunicante condonati superficie mediale, di co che essa linea. a. c. non po esser congiunta ad alcuna altra linea che alla. c. b. cioè to questa diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congiunta alla linea. c. d. & sia la linea. c. f. razionale in lunghezza, alla quale sia congiunta la superficie, e. h. eguale alli quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme, & la. c. k. eguale alli quadrati delle due linee. a. d. & d. e. tolti

insieme dalla quale sia tagliata la e, eguale al quadrato della linea a, c. & la superficie, i, h, (per la settima del secondo) s'era eguale al doppio della superficie della a, b, in la, d, e, & la superficie, i, k, (per la medesima settima del secondo) s'era eguale al doppio della superficie della a, d, in la, d, e, perche adunque li quadrati de ambedue le parti della prima sezione sono mediali, & etiam il doppio della superficie e mediale incommensurabile alti duoi quadrati tolti insieme, h, qualcosa lo diligente geometra c'ognal fetto diligentemente le positioni non potra ignorare s'era la superficie, h, mediale con questa che e' la e, h, e' li ali duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie, i, l, s'era mediale concolta che quella sia eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) idon que l'una e l'altra delle due linee, f, h, &, g, h, e' rationale solamente in potentia, & perche l'una e incommensurabile all'altra s'impone che la superficie e, h, e' incommensurabile alla superficie, h, l, si come li duoi quadrati al doppio della superficie (per la settagesima terza) la linea, f, g, s'era residuo, per la qualcosa la linea, f, g, che e' residuo se compone alla linea, g, h, adoché siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione, similmente anchora tu ap proccrai la medesima, f, g, componete con la linea, g, k, con la medesima conditione (per mezzo delle superficie, e, x, &, x, l, delle quale la prima e' eguale all quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra, la qualcosa e' impossibile (per la settagesima nona) & questo modo de demonstratione puo esser commune alla ottuagesima & alle altre quattro che seguitano quella.

Theorema. lxxiii. proposizione. lxxvii.

71 Niuna linea e congiungibile alla minore che siano sotto al sotter mine, se non solamente quella laquale gli era congiunta auanti la incisione.

Ci teniti che cosa sia la linea minore, & se tu te li hai dimenticato recortiti alla settagesima setta, & senza alcuna difficulta tu concoliderai el proposito procedendo si come in la settagesima nona & se te apparera, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema. lxxv. proposizione. lxxviii.

72 La linea che e congiunta con rationale f, a el tutto mediale, non puo esser congiunta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu li hai hauuto nella settagesima setta, adonque quando de quella vorai dimostrare quello che per questa ottuagesima terza e detto non te d'altore in cost'aluna del processo dell'ottuagesima tua se te te d'elementi per acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema. lxxvi. proposizione. lxxxiii.

73 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non puo esser aggiunto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano auanti la separatione.

De quella linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settagesima octaua e matura della quale (quello che questa ottuagesima qua-
ta con

ta così propone serai costretto concludere si come concludisti del residuo medesimo secondo l'equal per la centesima prima) e stato enunciato.

Terze diffinitioni.

Poste due linee l'una rationale & l'altra residuo, & aggiunta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composto di tal aggronimento, sera piu potente della linea aggiunta, inel quadrato d'una linea communicante in longhezza a esso tutto dapon lo medesimo tutto sera commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, sera detto residuo primo. Ma se l'era che la linea aggiunta comunicchi in longhezza alla linea posta rationale, sera detto residuo secondo, & se l'una e l'altra sera incommensurabile in longhezza alla posta rationale sechiamara residuo terzo.

Il Traduttore.

Per le soprascripte tre diffinitioni se manifesta in sostanza che quelle due linee che congiunte compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore dalla sua maggiore la parte restante formano el primo secondo & terzo residuo; cioe che quelle due che congiunte formano el primo binomio, quelle medesime disgiunte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal sottrazione e detta residuo primo così seguita negli altri due.

Se tutta la linea sera piu potente della linea aggiunta inel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta comunicchi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quarto, & se l'era che la linea aggiunta comunicchi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quinto. Ma se l'una e l'altra sera incommensurabile alla linea posta rationale se adimandara residuo sesto.

Il Traduttore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgiunte dalle tre precedenti, se li debbono intendere a quelle congiunte necessariamente, nelle quali similmente se manifesta in sostanza (si come nelle precedenti tre) che quelle medesime due linee che congiunte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgiunte (cioe sottratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioe che quella parte de linea che resta di tal sottrazione se chiamara binomio quarto, o el quinto o el sesto cioe state se condizione d'esse, se la somma delle due linee, sera communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) il residuo sera detto quarto, ma se per caso sera che la linea aggiunta (e non la somma) sia communicante alla detta misura, sera detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra sera detto residuo sesto.

Problema. xviii. propositione. lxxxv.

80 Potremo inuestigare el primo residuo,

LA intentione per ordine de tutte le specie de binomii ne affiora facilmente dalla inuentione de tutte le specie de resi diti, perche in qual si voglia specie de binomii se la minore portione sera tagliata dalla maggiore la linea restante, sera el residuo de simile specie come e manifesto (per le distinctioni) si di binomii come di residui, tamen non se partendo dalle proprie inuentioni di resi diti in questo modo intelligiamo el primo, sia la linea *a*, posta rationale alla qual sia volta la *b*, *c*, e commensurabile in lunghezza, & sia *e*, numero quadrato diuiso in *f*, non quadrato & in *g*, quadrato & sia la proportion de quadrato della linea *b*, *c*, al quadrato della linea *c*, *d*, si come de *a*, *f*, & *g*, (per la prima parte della nota) la *c*, *d*, sera rationale solamente in potenza, adonque conosciuta che la *c*, *d*, sia piu potente della *c*, *d*, inel quadrato duna linea a se commensurabile in lunghezza laqualco e manifesta si come in la stipulatione del primo binomio (per la distinctione) & manifesta la linea *b*, *c*, del residuo primo.



Il Traduttore.

IN quanto alla operatione di questo problema (per la linea *b*, *c*, e) debbe intendere quella sopra laquale e descritto el mezzo cerchio, si come (si fatto alla inuentione del primo binomio) tal che giungendo la linea *d*, *e*, direttamente alla linea *b*, *c*, terra la linea così composta sera binomio primo, ma in quanto alla distinctione si debbe intendere per la linea *b*, *c*, la linea *c*, *d*, inferiore (tamen potra e quale sia prima, cioe a quella dove descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sera il residuo la destra, *c*, *d*, la parte rimanente cioe la *a*, *b*, (per la distinctione) sera residuo primo.

Problema. xix. propositione. lxxxvi.

Egli e possibile a esplicare el secondo residuo.

A voler hauer el secondo residuo sia la linea *a*, posta rationale & la *c*, *d*, a quella commensurabile in lunghezza, & sia del quadrato della *c*, *d*, al quadrato della *b*, *c*, si come della *f*, alla *e*, & la *b*, *c*, (per la distinctione) sera el secondo residuo, ouero che tu non serai li presupposti potti per ananti, ouero che tu hai de bisogno della repetitione del secondo binomio.



Problema. xx. propositione. lxxxvii.

Potremo inuestigare el terzo residuo.

EL terzo residuo se trouera in questo modo, sia posta come prima la linea *a*, rationale. Mo numero *e*, quadrato diuiso in *f*, non quadrato & in *g*, quadrato & tolto lo *h*, numero primo. Mo quadrato della linea *a*, al quadrato della linea *b*, *c*, si come del *h*, al *e*, & sia el quadrato della linea *a*, al quadrato della linea *c*, *d*, si come del *a*, *f*, & *g*, (per la distinctione) la linea *d*, *b*, sera el terzo residuo della qualco se tu dubiti congliala ti con el terzo binomio.



Il Traduttore.

IN la inuentione di questo terzo residuo bisogna aduertire di quello che e detto sopra la inuentione del terzo binomio ouero che l non sataga a tor el numero *h*, numero primo, tnel bisogna torlo con le conditioni dette (del numero *b*). Sopra la detta inuentione del terzo binomio cioe che l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero *e*, non sia come di numero quadrato a numero quadrato.

Problema.xc. proposizione.lxxxviii.

Si puotemo ritrovare el quarto residuo.

Sia in questa si come in la inventione del primo residuo la linea b-c commu-
nicante alla linea a. posta rationale ma lo numero e quadrato sia diuiso in f.
& g. di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea b. al
quadrato della linea d. e. si come del e. a. f. & per la diffinitione) si per la linea
d. b. esser el quarto residuo, se tu non serai inueniente di quelle cose che tu
operasti in la inventione del quarto binomio.

problema.xciii. proposizione.lxxxix.

Si puotemo dimostrare el quinto residuo.

Quando uorai trouar el quinto residuo la linea e. d. sera communicante
alla linea a. posta rationale in lunghezza (si come era in la inventione
del secondo) & lo numero quadrato e sera diuiso in f. & g. di quali ne l'uno ne
l'altro sera quadrato, si come in la precedente) & lo quadrato della linea e. d. al
quadrato della linea b. c. sera si come del numero f. al numero e. dalle quale per
la diffinitione tu concluderai la linea d. b. esser el quinto residuo hauendo an-
chora la inventione del quinto binomio.

problema.xciii. proposizione.xc.

Finalmente uoglio ritrovare el sexto residuo.

El sexto residuo se ritrova in questo modo, sera come prima la linea a. posta
rationale & lo numero e quadrato diuiso in f. & g. non quadrati, & si sera no-
mero primo, & lo quadrato della linea a. al quadrato della linea c. d. si come lo
numero h. al numero e & lo quadrato della b. c. al quadrato della e. d. come lo
numero e. al numero f. & per la diffinitione) la linea d. b. sera residuo sexto, alla
qual l'animo tuo non s'attenta plenariamente, se conuiente effettuarlo in la la-
mentione del sexto binomio.

Il Traduttore.

Similmente nella inventione di questo sexto residuo bisogna aduertire di quel-
lo che fu detto sopra la inventione del sexto binomio cioe che non faccia a
toc il numero h. semplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due co-
ndizioni dette sopra la inventione del terzo residuo idco & c.

Theorema.lxxvii. proposizione.xci.

Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da un re-
tangolo primo, lo lato tetragonico di quella e necessario esser residuo

Sia la superficie a. contenuta dalla linea b. rationale & dalla h. c. residuo
primo. Dico lo lato tetragonico della superficie a. esser residuo, & per dimo-
strar questo sia aggiunto alla linea b. c. la linea d. d. b. c. quella per la uirtu
ne della quale la a. e. residuo primo & per la diffinitione) a. b. d. sera rati-
onale in lunghezza & la e. d. solamente in potentia, anchora la a. d. sera piu potet-
te della e. d. nel quadrato d'una linea communicante con loro in lunghezza, adon-
que sia diuisa in f. & g. in due parti equali in peso e & tutta la b. d. sia diuisa in que-
sta conditione in potetia, che sia la b. f. & la f. d. sia la e. d. nel medio loco p. b.





portionale &c (per la seconda parte della decima settima) la b , c , d fera comunemente in lunghezza alla e , d , adunque (per la duodecima) l'una e l'altra de quelle comunica con tutta la linea, b , d , per la quale cosa (per la definizione) nebedue sono rationale in lunghezza e pertanto han doue le linee d , e , h , & c , x , equidistanti alla a , b , &c per la decima nona l'una e l'altra delle due superficie, a , f , & g , d , fera rationale adunque sia il quadrato, l , m, e'quale alla superficie, a , f , & fera rationale & lo lato di quello fera rationale in potentia, protratta dentro la linea, l , m, diagonale di quel quadrato, & sia desinito lo qua drato, l , n, eguale alla superficie, g , d , & quel fera rationale & lo lato di quello fera rationale in potentia & han proutate le due linee, n , p , q , n , equidistantemente alli lati del quel quadrato. Dico adunque lo qua drato, p , r , esser eguale alla superficie, a , c , & lo lato di quello (diquale e , n , p , esser residuo, perche' c'osì sia che la linea, d , sia (dal presupposito) nel medio loco proportionale fra la, b , f , & la, d , c , (per la prima del sesto) la superficie, d , h , fera nel loco medio proportionale alla le due superficie, a , f , & g , d , e pero etiam & fra il duoi quadrati, l , m, & n , l , & c'osì sia che (per la prima del sesto) la superficie, l , p , sia nel medio loco proportionale fra il medesimo duoi quadrati fera la superficie, l , p , eguale alla d , h , etiam alla, b , c , & poche lo quadrato, l , n, e'gale alla, g , d , fera la, n , p , e'gale alla, g , e , adonque uno di quouero circoscrutto al quadrato, m , n , e'gale alla, a , c , & poche lo quadrato, l , m, e'gale alla, a , c , rimanesa lo, m , n , e'gale alla, a , c , & che la, n , p , lato del quadrato, m , n , sia residuo così se apprendo perche' l'una e l'altra delle due linee, p , r , & n , e' rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato, l , m, & n , e' rationale & l'una di quelle e incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la decima quarta di quello) imperoche lo quadrato, l , m, e' incommensurabile alla superficie, l , p , si come la superficie, a , f , alla superficie, h , d , delle quale e manifesto che quelli sono incommensurabile, perche' (per la prima del sesto) una di quelle all'altra e si come la linea, b , f , (laquale e rationale in lunghezza) alla linea, d , c , laquale e rationale solamente in potentia. Adonque (per la settima decima terza) la linea, p , r , laquale po in la superficie, a , c , e residuo & quello e quello che intendemo dedimostare.

Il Traduttore.

T N la maggior parte doue di sopra se arguile per la prima del sesto si può arguire (& con maggior intelligentia) per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che così si arguile in la seconda tradouione, ma perche' lo esposto eoe non trouo lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nelle sequente.

Theorema, lxxviii. Propositione, xciii.

S Se alcuna superficie fera contenuta da una linea rationale, & dal se-
condo residuo la linea potente in quella medesima superficie fera re-
siduo medial primo.

A Nchora in questa arguile si come in la precedente per la definizione del
secondo residuo & per la seconda parte della, 17, & 18, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

Theorema, lxxx. Propositione, xciii.

S Se una superficie fera contenuta da una linea rationale, & dal ter-
zo residuo, la linea potente sopra di quella fera residuo medial secondo

S Eguita alla prima dimostrazione, & facilmente concluderal il proposito per
la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima lemma
& per la duodecima & vigesima terza & settagesima quinta.

Theorema.lxx. propositione.xciii.

Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella sera la linea minore.

Anchora in questa non proceder altrimenti che prima, perche a te sera facile concludere el proposito, se non tharai scordato la precedente (per la diffinitione del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & per la vigesima terza & per la decima nona & settagesima sesta & così sera manifesto il proposito.

Theorema.lxxi. propositione.xcv.

Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella sera la gionta con rationale componente mediale.

Estimate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & decima nona & settagesima settima) che el proposito da concludere.

Theorema.lxxii. propositione.xcvi.

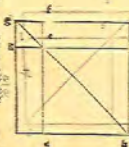
Se una superficie sera contenuta da una linea rationale & dal sexto residuo, lo lato tetragonico che po sopra di quella, el se prova esser la linea che gionta con mediale costituisce il tutto mediale.

Al presente anchora quello che vidimamente per questo e detto sia diligente di concludere per la diffinitione del sexto residuo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & settagesima ottava &ultima cosa potra offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente impararai & in memoria te lo farai, & anchora quel che la suppone prudentemente attendersi, & se p talor occorre se qualche dubbio nel quadrato, una te sera necessario con el tuo ingegno de soccorrere al suo equale in la superficie a.d. & seranno manifesti.

Theorema.lxxiii. propositione.xcvi.

Se a una linea rationale sera applicada una superficie equal al quadrato dun residuo, l'altro lato e necessario esser un residuo primo.

Queste sei sequente propositioni, sono le conuerse delle se i precedenti per ordine & la intentione di questa prima e questa che se la superficie a.g. gionta alla linea rationale a.b. equal al quadrato dun residuo el qual sia la linea d.e. lo secondo lato di quella (el qual e la b.c.) sera necessariamente residuo primo perche sia agionato alla linea d.e. (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale era sera residuo & sia la i.g. gionta a quella la. e. i. & (per la settagesima terza) una e l'altra delle due linee d.f. & e. i. se i rationale in potentia & l'una di queste incomensurable all'altra in longitudine, adunque sia desorinto lo quadrato della linea f.e. (el qual sia e.g.) & lo quadrato d' i.a. d.e. (el qual e posta esser residuo) el qual sia h.b. (un agionato il sopplimentum p. & f.) & lo quadrato g.h. sera il come lo quadrato della linea d.f. delo quadrato el h. sera il come la superficie a.g. con l'uno e l'altro di quadrati g.h. & e.g. serara



scorreggiedo dalla settagesima quinta.

Theorema.lxxvi. Propositione.c.

Quando che a una linea rationale se ra aggiunta una superficie es-
so quale al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella se-
ra uno residuo quarto.

Se la .d.e. se ra una linea minore come propone questa centesima. Dico che la
b.c. se ra vn quarto residuo, & quasi linea sia necessario esser la .d. f. & la .f. e.
(quando che la .d.e. se ra una linea minore) ma lo intendesi dalla settagesima
setta & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, recto che in
questa & in le due seguite e necessario diuidersi la linea .b.n. al punto .m. in due
parti incommensurabile lequale in le tre precedente necessariamente se diuides-
sa in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee .d. f. & .f. e.
erano state comunicante in potenza, e pero etiam li quadrati di quelle erano
stati comunicanti, per laqualcosa & le superficie .a. m. & .p. n. eguale alli quadra-
ti de quelle erano state comunicante, per laqual causa & etiam le due linee .b.
m. & .m. n. pero etiam in le tre precedente la linea .b.n. fu piu potente della li-
nea .n. cioel quadrato d'una linea communicante con sego in lunghezza per la
prima parte della .a. 7. ma in questa & in le due sequente le due linee .d. f. & .f.
& .f. e. sono incommensurabile in potenza come appare (placetissima settima settima
setima settima & settimesima settima) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual
cosa etiam le superficie .a. m. & .p. n. sono incommensurabili per laqualcosa etiam
le due linee .b. m. & .m. n. sono incommensurabile, e pero (per la prima parte del-
la decima ottava) si in questa come in le due sequente e necessario la linea .b. n.
esser piu potente della linea .n. e. in el quadrato d'una linea a se lo communicas-
sile in lunghezza, come le altre cose etia come per avanti.

Il Traduttore.

Questa & la precedente si fanno della figura della nonagesima settima &
nonagesima ottava cioe che nel diuerso se scrisse a quella, il medesimo fa-
te a tre doui seguenti.

Theorema.lxxvii. Propositione.c.

Se a una linea rationale sia aggiunta una superficie eguale al qua-
drato della linea con rationale costituente mediale lo lato secondo
di quella se ra residuo quinto.

Inuolmente quel pone la linea .d. e. esser quella che gioua con rationale co-
stipone el tutto mediale, & quale linea b.c. esser la .d. f. & la .f. e. amodale
la settagesima settima & considerasi senza alcun impedimento la linea .b. c. e.
se residuo quinto se in seguirasi le necessarie dimostrazioni liane per avanti

Theorema.lxxviii. propositione.c.

Se a una linea rationale sia aggiunto una superficie eguale al qua-
drato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di
quella se ra residuo sesto.

Hor in ultimo la linea .d. e. concien esser quella la quale gioua con mediale
componere el tutto mediale, alla qual gioua la linea .f. & la .f. e. la quale sia quella

per il tagliamento della qual la linea .d.e. era stata quella che se propone & qual linee biogni esser la .d.f.g.h. e. tu lo intenderai dalla settagesima ottava & la prima argomentazione firmamente tenerai senza oppositione, similmente poterai concludere la linea .b.c. esser residuo scito, & se per sorte te occorresse dargli re in cosa alcuna del quadrato .g.h. confutatio con la supetide, & a lui eguale & così se manifesterà el proposito nostro.

Theorema.lxxviii. propositione.ciii.

Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella intermi-
to,pe,& ordine e el medesimo residuo.

Vello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello quella .xv. & le quattro che seguitano proponono esser el vero del residuo & delle tre cinque compagne che hanno dato opera a quelle per sua che le habbia ben in memoria non potrà ignorare queste, veramente ogni cosa che e detto in quelle de communicante in longhezza, & solamente in potentia il medesimo biogna intendere anchora in quide, perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, ouero solamente in potentia, ella anchora e residuo & se quella communica in longhezza, non solamente quella e residuo, ma etiam e residuo de quella medesima specie, verbi gratia la linea communicante in longhezza al residuo primo e residuo primo, & quella che e communicante al secondo residuo, & così anchora degli altri ma quando la linea communica a uno residuo solamente in potentia quella anchora e necessario esser residuo ma non della medesima specie, anzi e impossibile che una linea communicante solamente in potentia a un residuo primo, ouer secondo, ouer terzo, ouer quarto, ouer quinto caschi insieme di quello sono la medesima specie ma ben e necessario che ambe cadano insieme sono alle tre prime specie ouer ambe insieme sono alle tre ultime. e per tanto sia la linea .a. residuo alla qual communici la linea .b. in longhezza, dico che la linea .b. sera residuo de quella medesima specie con la .a. sia aggiunta la linea .a. alla linea .a. & sia questa per la additione della quale la linea .a. a. residuo & alla .b. ne sia aggiunta un'altra, la quale sia la .d. alla quale così già sia la .b. come la .a. & con la composta della .a. & .c. sia la .e. & la composta della .b. & .d. sia la .f. & per la premessa proportionalita) la .a. alla .b. sera si come la .c. alla .d. & per la terza decima del quinto) la .e. alla .f. sera si come la .a. alla .b. ouer si come la .c. alla .d. concludo adonque che la .a. communici con la .b. (per la decima quarta) la .c. sera communicante con la .d. & anchora sera communicante con la .d. perche anchora e necessario (per la premessa proportionalita) delle .e. alla .f. esser si come della .a. alla .d. seguita (per la sedicesima) che se la .e. era più potente del la .c. nel quadrato duna linea a se communicante in longhezza, ouero se la ruse per assecurare incommensurabile, sera similmente la .f. più potente della .d. ma perche ogni linea communicante in longhezza a una linea rationale, quella si antepone rationale, similmente dico, perche ambedue setanno rationale in longhezza, ouer ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la .b. sia residuo della medesima specie che e .a. ma se la .b. communica con .a. solamente in potentia ella anchora sera residuo tamen necessariamente non sera de quella medesima specie, ma sera si come e detto la demonstratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio e da esser raccolta.

Theorema.lxxx. propositione.ciiii.

Ogni linea communicata a qual si voglia residuo mediale e residuo
mediale

te due la superficie. K. se piglia per la superficie della. e. in la. b. e. se per la superficie. se intende per la superficie della. f. nella. d. & similmente per il secondo modo se arguile sopra la seconda figura della precedente idea a durre.

Theorema. lxxxii. Proposizione. cvi.

101 Ogni linea comunicante alla linea con rationale e cōpouente me
106 diale, e con rationale componente mediale.

Ancora questa non e difficile approuare al predetto modo pda vi e ouer sia linea della comunicanda la lunghezza, ouer della cōmunicante in potenza solamente, ma quanto al primo modo li doi quadrati delle due linee, f. & d. solti insieme seranno mediale (per la vigesima quinta) si come sono li doi quadrati delle due linee. e. & f. et solti insieme (per la settuagesima settima) tale quale esse comunicano & la superficie. A. sera rationale (per la diffinitione) si come e la superficie. K. (per la settuagesima settima) cōmunicante con quella. ad que (per la. 77.) la. b. e con rationale cōpouente mediale, quanto al secondo modo la. d. e. sera residuo quisto (per la. 74.) e pero etiam la. e. g. (per la. 105.) e la qualcosi la. b. e con rationale componente mediale (per la nonagesima quinta)

Il Traduttore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedenti propositione el secondo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della antica alla precedente.

Theorema. lxxxiii. Proposizione. cvii.

101 Ogni linea commensurabile alla linea con mediale costituente
107 mediale e con mediale costituente mediale.

Ancora in questa suppone alcuna linea cōmunicare con quella che e mediale cōpone mediale indifferente in lunghezza ouer solamente in potenza come uorai. & con due argumentationi al primo modo senza difficulta concluderai anchor quella esset cō mediale cōpouente mediale, quanto al primo modo la superficie. A. sera anchora mediale si come etia li. x. & anchora li doi quadrati delle due linee. f. & d. solti insieme seranno mediale si come etiam li doi quadrati delle due linee. e. & f. & perche anchora li doi delle due linee. e. & f. la. K. si come li doi delle due. f. & d. dalla. L. & poioia che li doi primi non comunicano con el doppio della. k. (per la settuagesima octaua) ne li doi secondi comunicano cō el doppio della. l. (per la. 14.) ad q. (per la. 78.) la. b. e cō mediale cōpouente mediale, ma quisto al secondo modo la. d. e. sera residuo quisto (per la. 105.) e pero & etia la. e. g. (per la. 105.) per la qual cosa la. b. e con mediale cōpouente mediale (per la nonagesima sesta).

Il Traduttore.

Similment questa si come le altre due passate se ferma nel arguire sopra le figure della propositione. 104. & della. 105. & po a q. la reccorri pmo esempio.

Theorema. lxxxiiii. Proposizione. cviii.

103 Se da una superficie rationale sera tagliata una superficie, mediale,
108 la linea potente in la superficie restante, sera l'una delle due linee rationale ouero residuo, ouero minore.

Si a tutta la superficie composta dalla. a. & b. rationale, dalla quale sia dritta la. b. la quale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante e cōme residuo

residuo ouero linea minore, sia adunque la linea *c, d*, rationale & la superficie *c, e*, ouero quella aggiunta sia tanto quanto la *a, b*, & la *f, g*, tanto come la *b, d*, & ouero la *c, g*, si come tutta la *a, b*, & la *c, g*, sera rationale e pero etiam la linea *d, g*, (per la vigesima propositione) sera rationale in lunghezza & la *a, g*, sera me diata le e pero (per la vigesima quarta propositione) etiam la *e, g*, sera rationale scilicet, mentre la potentia adunque la linea *d, e*, (per la diffinitione) e residuo primo, ouero quarto adunque (per la nonagesima prima de c. o. seguita quarta) la linea potentia la ragione, e ouero pero etiam in la superficie *a, c*, (a quella equale) e residuo ouero linea minore, e che e il proposito.

Theorema, lxxv. Propositione, cix.

¹⁰⁴ Se de una superficie mediale sera detratta una superficie rationale
¹⁰⁵ la linea potente in la superficie restante sera l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale.

A Nchora quella si appressa si come la precedente perche se tutta la *a, b*, ser a mediale, & la *b, d*, rationale, dico che la linea potente in la restante superficie adunque e residuo mediale primo, ouero con ratio tale componente mediale, perche che concorda che la *c, g*, sia equale alla *a, b*, (per la vigesima quarta) & la linea *d, g*, sera rationale in potenza, & concorda che la *f, g*, sia equale alla *b, d*, per (la vigesima) & la linea *c, g*, sera rationale in lunghezza, adunque (per la diffinitione) la linea *d, e*, sera el residuo secondo, ouero el quinto per qualunque (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) o lato rettangolo della superficie, & e et o etiam della superficie, & e residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che e il proposito nostro.

Il Traduttore.

Q Vetta insieme con la sequente nel arguire se riferiscono alla figura della precedente.

Theorema, lxxvi. Propositione, cx.

¹⁰⁶ Se una superficie mediale sera detratta da una superficie mediale,
¹⁰⁷ & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante sera l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo mediale secondo, ouero la con mediale componente mediale.

S E in noue dell'ora dalla dimostrazione delle due precedenti senza difficulta si concluderai el proposito, har sia tutta la *a, b, d, c*, & la *b, d*, mediale & sia la restante, & incommensurabile al tutto, perche essendo alaramente la *a, b*, sera mediale (per la vigesima quinta) & lo lato sera pouso di quella sera mediale (per la vigesima terza) al presente dico che la linea potente in la *a, e* residuo mediale secondo ouero la con mediale componente mediale, perche che concorda che la *a, c, g*, sia equale alla *a, b*, (per la vigesima quarta) & la linea *d, g*, sera rationale solamente in potenza anchora (per la medesima) concorda che la *f, g*, sia equale alla *b, d*, etia la *c, g*, sera rationale solamente in potenza, & concorda che la *a, b*, sia incommensurabile a tutta la *a, b, d, c, f, g*, sera incommensurabile alla *c, g*, e pero (per la prima del sero) & per la decima quarta de questo libro sera etiam incommensurabile alla *d, g*, adunque (per la diffinitione) la linea *d, e*, sera residuo terzo ouero



setto, per la qual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima settima) lo lato
 tetragonale della superficie $a.c.e$ e pero della superficie $a.c$ e residuo mediale secun-
 do, ouero con mediale componente mediale.

Theorema. lxxxvii. Propositione. cxi.

¹⁰⁶
¹¹⁷ Delle linee irrationale le quale sono, el residuo & quelle che segui-
 ra dapoi quella, e impossibile alcuna star sotto all'altra in termine
 e ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non e possi-
 bile conseguire al residuo.



A Nchora per questa, si u. el uole che'l residuo & le altre cinque linee che
 seggittano quella siano differente fra loro in specie & in definitione & sia
 na linea vna puol esser sotto a due ouero a piu specie de quelle sei linee irrationa-
 le, le quale sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le spete
 del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne e possibile aua la
 nes esser insieme residuo e binomio, de qualunque specie de residuo, ouero bi-
 nomio, la prima parte in quello modo e manifesta, perche le superficie eguale
 alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne, quando siano aggiunte
 a vna linea rationale hanno il secondo lati necessariamente diversi fra loro (per
 la nonagesima settima propositione & le cinque sequente quella) & li secondi la-
 ti sono el residuo primo & lo secondo & da qui in drio fina al setto, la seconda par-
 te e manifesta in quello modo, se una medesima linea puol esser insieme residuo
 e binomio sia, a. al quadrato della quale alla linea rationale, b. c. sia aggiunta
 vna superficie eguale & sia la b.d. & (per la quingagesima nona propositione)
 la linea c.d. sera binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) re-
 siduo primo adonque in quanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial per-
 tioni al punto e & sia la e. & la sua maggiore portione la quale sera rationale in
 lunghezza (per la definitione) ma in quanto che e residuo primo sia aggiunto a
 quello la d. g. per la incisione della quale quel sera residuo primo & (per la dissi-
 misione) etiam la e. g. sera rationale in lunghezza. concluda adonque che l'una e
 l'altra delle due linee c.g. & c.e. sia rationale in lunghezza etiam la linea, e. g.
 (per la duodecima propositione) sera rationale in lunghezza, una perche la su-
 perficie e. g. e rationale in potenza solamente, concluda che quella (per el presuppo-
 sito) sia la minore portione del binomio primo, la linea, d. g. (per la settagesima
 terza propositione) sera residuo e & perche quella era rationale solamente in po-
 tentia concluda che per la incisione di quella la linea, c.d. fusse stato residuo pri-
 mo seguita lo impossibile (per la settagesima terza propositione) la qual cosa ac-
 cioche piu chiaro appara sia aggiunta alla linea, b. c. rationale la superficie b.d.
 eguale al quadrato della linea, d. g. concluda adonque che la linea, d. g. sia rati-
 onale solamente in potenza (per la vigesima propositione) la linea, c.d. sera rati-
 onale in lunghezza, & concluda anchora che la linea, d. g. sia residuo (per la non-
 agesima settima propositione) la linea, c.d. sera residuo primo la qual cosa non
 puol essere concluda che la linea la quale e detta residuo e irrationale (per la ses-
 tuagesima terza propositione).

Theorema. lxxxviii. Propositione. cxii.

¹⁰⁷ La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono
 da poi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sot-
 to al terminc

to al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che se
guicano drio al binomio, & concioſa che l'ordine delle linee irration
uale ſia poſſibile eſſer prodotto in infinito non e poſſibile alcuna di
quelle conuenire in termine & ordine coa quella che precedera.

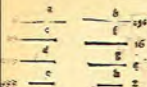
El vole per quella propoſitione che le tredeſe linee irrationale dirir quale
in queſto decimo e itao dimoſtrato de queſe ſono la linea mediale, el quor
mo, & le ſue cinque compagne, el reſiduo de le cinque compagne di queſto ſia
no ſra loro differente a una per una in ſpecie, & che niuna linea, vna poſſi eſſere
inferiore ſotto a due, ouero a piu ſpecie di queſe, & che le ſpecie delle linee irra
tionale poſſino eſſer prodante in infinito dellequale niuna conueni con l'altra
in definitione e ordine, & che queſe tredeſe linee (cioe la mediale, el bino nio de
le cinque compagne di queſo, el reſiduo de le cinque compagne di queſo) ſia
irrationale ancorate che eſſe ſiano dimoſtrato de ſopra della mediale la ſua
geſima terza de del binomio, & delle cinque compagne di queſo in la trigefima
quinta & in le cinque che ſeguitano quella, & del reſiduo de delle ſue cinque compagne
in la ſuota geſima terza de in le cinque che ſeguitano quella, ma che niſa di que
ſe tredeſe linee irrationale poſſi conuenire in ſpecie con alcuna delle altre linee
in queſto modo ſe ſapprende, ſentamo che a una undecima linea rationale in la
gherza, ſiano aggiunte le ſuperficie eguale alli quadrati delle predite tredeſe
linee irrationale ſecondo che ſeguitano ſra loro per ordine & per la vigefima
quarta, lo laſo ſecondo della prima di queſe tredeſe ſuperficie ſera rationale ſo
lamente in potenza, & la ſeconda ſua della ſeconda de queſe tredeſe ſuperficie de
delle cinque che ſeguitano quella, ſeranno tutte le ſpecie di binomiali per ordine
cioe el primo, ſecondo & da li in drio per ſua al ſeſto de queſe le bna te
aricorſiſe dimoſtrato in la quinquageſima nona & in le cinque che ſeguitano
drio a queſa, & la ſecondi ſua della terza ſuperficie de delle cinque che ſeguita
no quella, ſono le ſpecie di reſidui per ordine, cioe el reſiduo primo, & lo reſiduo
ſecondo, & da li in drio per ſua al ſeſto la qualeſo lo hancio (dalla nona geſima
ſeſtima de dalle cinque che ſeguitano quella) concioſa adunque che detta linea
rationale ſolamente in potenza non conueni con alcuna ſpecie di binomiali
ouero con alcuna di reſidui, perche ogni binomio (per la trigefima quinta) & os
gni reſiduo (per la ſettuagefima terza) ſe linea irrationale e in long, & tra e in po
tentia, & concioſa che niuna ſpecie di reſidui conueni con alcuna ſpecie de bi
nomi per la ſeconda parte della precedente) ſeguita che tutti li ſecondi ſua de
queſe tredeſe ſuperficie ſiano ſra loro diuerſe e pero (per la prima del liſto) ſia
am queſe tredeſe ſuperficie ſono diuerſe concioſa che la altezza de ognuna di
queſe ſia vna medesima per la qualeſo etiam eſſe tredeſe linee irrationale per
poſſe ſono a vna per vna diuerſe, ma le ſpecie di queſe tredeſe linee irrationale
le poſſino eſſer prodante in infinito, perche le ſpecie delle linee mediale ſono ſra
finite, anchora infinite queſe di binomiali, & con de grado in grado la qualeſo ſi
ma diſta in queſo modo ſia la linea a mediale & na toita la vna & qual ſi qu
gla numeri primi come, 3, 5, 7, & ſiano attante le linee, b, c, d, e, quano ſono li
numeri primi toiti & ſiano a quadrati de queſe linee, b, c, d, e, al quadrato della a,
ſi come li numeri primi alla vna & per la vigefima quinta ſe linee b, c, d, e, ſer
no mediale, perche eſſe comunicano in potenza con la linea a mediale, ma re
te ſeranno diuerſe dalla a, in longhezza etiam ſra loro (per la vltima parte de
la nena) perche la proportion de none de queſi numeri alla vna, & de al
to de queſi all' altro, per la decima ſettima & ottava & per el corollio della ſe
conda del ottavo & per lo predicte preſuppoſitiuo) ſi come de numero quadra
to a numero quanteſo, adunque la a, & c, & d, & e, a quella comunicante in lon
ghezza ſera ſotto la prima ſpecie delle linee mediale, & la, b, & c, & d, & e, tutte le comunican
te ſeranno diuerſe dalla a, in longhezza ſera ſotto alla ſeconda, & la, c, & d, & e, tutte le comunican
te ſeranno diuerſe dalla a, in longhezza ſera ſotto alla terza, & anchora la, d, & e, tut
te que che ſono a la comunicante in longhezza ſera ſotto alla ſua, & poſſe ſua



meri punti sono infiniti (che p. la 21. del 3. fu dimostrato) et necessario le specie delle linee mediale esser infinite, et illo che edotto della linea mediale istante del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue cinque Perche si dice: o gual linea o in la linea mediale, e mediale ouero come muniti a quella in lunghezza ouer in potenza come e pronouo in la vigesima quinta) non etiam ogni linea comunicante al binomio ouero ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in lunghezza ouer in potenza e sono la medesima specie con sego (come se pronouo in la sexagesima quinta & in le quattro che seguita dico a quella & in la 107. & in le quattro che seguitano quella, adouque le specie di quelle tredecie linee irrationale sono infinite delle quale nuna conuenie con la percedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un altro modo le specie delle linee irrationale differentemente conuenengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato e irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) conuenie adouque che tali numeri siano infiniti anchora le specie di quelle linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, puo auenire la seconda parte da questa conclusion e esser ipota così come se noi digamo da ciascuna linea rationale detta ouer nominata da uno numero non quadrato (come seria a dir da dieci) & lo lato tetragonico de quella sia irrationale in lunghezza, perche quello e incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione dico adouque che el lato de questo lato & finalmente lo lato del secondo lato, & vn'altra volta el lato di questo terzo lato, & così in infinito sono linee irrationale si la lunghezza come in potenza, & che nuna di quelle conuenie in diffinitione ouer in specie con alcuna che habbia preceduto quella in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie la quale sera detta da uno numero non quadrato e si come radicale principio de tutte le altre, & quella si voglia de quelle principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale vengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diuerse in lunghezza, & in potenza da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie, & questo dico quando la proportion de quelle superficie non sera si come de numero quadrato & numero quadrato, & accioche di questa possiamo rendere la ferma demonstratione el libro gna mandare auanti a quella etio antecederente & sia questo.

Se alcuna quantita sia prodotta da due quantita durre l'una in l'altro, li lati tetragonici delle dette due quantita datti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo punto.

Verbi gratia possiamo che dal a. in b. sia prodotto a. & che. c. & d. siano li lati tetragonici de a. & b. & dal c. in d. sia fatto e. & da nuovo f. g. siano li lati tetragonici de e. & d. & dal f. in g. sia fatto h. dico che. h. e el lato tetragonico de e. & similmente e el lato tetragonico de f. perche concesso che a. & b. siano fatti dal c. in se medesimo et in g. era dal c. al h. si come dal c. al g. et così dal h. al d. si come dal f. al g. imperoche dal g. in f. & in c. medesimo vien fatto h. et adouque c. h. d. sono continuamente proportionali, adouque tanto el prodotto del h. in se medesimo quanto quello del c. in d. periaquel cosa h. e el lato tetragonico de e. anchora per la medesima ragione concesso che dal c. in se medesimo sia fatto a. et in d. sia fatto e. et dal d. in se sia fatto b. letiamo etiam



drato della quale al quadrato della prima non sia sì come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora così si manifesta, siano a. b. c. d. rationali, & situate in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proporcione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedono per quella yta dalla a. siano d. e. & quelle che procedono dalla b. siano f. g. h. dico che nuna delle linee c. d. e. communica in longhezza ouer in potentia con alcuna delle linee f. g. h. perche con cio sia che c. d. e. sian li lati tetragonici de a. b. c. d. & g. sian li lati tetragonici de e. f. g. h. & c. & h. sian li lati tetragonici de d. e. g. h. non e possibile che alcuna de queste c. d. e. comunichi con la sua comparata delle f. g. h. ouer in longhezza, ouer in potentia, perche posso che, e. comunichi con l'uno o l'altro modo con h. seguita che d. comunichi con g. & c. con f. per la qual cosa & etiam a. con b. in longhezza che contra al presupposito & e uisier sialmente uero dire qual se voglia de queste esser incommensurabile in l'uno e l'altro modo a quella si voglia de queste, imperoche dato che d. comunichi con h. etiam in potentia solamente, seguita che anchora c. comunichi con g. & a. con f. la qual cosa non e possibile, ma bisogna aduertire che quando dico d. l'ato del lato non intendo altro che el lato d'una superficie denominata dal primo lato ouero lo lato tetragonico della linea a. chiamo quella linea che poñta la superficie detta ouer denominata dalla linea a. & tal superficie & quella la quale e contenuta dalla linea a. & da vna linea rationale in longhezza detta ouero denominata da uno adunque se ti pare de trouare el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea a. della quale voglio trouare el lato tetragonico & sia b. vna linea rationale in longhezza denominata dalla unita & quella e la minima de tutte le linee rationale numerate da interghi, & la c. sia nel medio loco proportionale fra quelle adunque c. (per la tridodecima del 1. libro) e el lato tetragonico de a. perche dal a. in b. & dal a. in c. vien fatto vna medesima superficie & la superficie fatta dal a. in b. e detta d. a. perche ciascuna quantita la quale la produca da qual sia quella quantita detta l'uno e denominata da quella che moltiplica vno & nota che quando c. osera el lato tetragonico della linea a. in differentemente la linea c. accade esser maggiore & minore della linea a. sì come sera etiam, & maggiore ouer minore.

Il Traduttore.

Quella sopra scritta proposizione in la prima tractatione e la vltima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in vltimo de questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamente in la seconda tractatione anchora bisogna notare che lo ipsoicore sopra la seconda parte di parole assai oscuramente il primo il suo con certo ma in sostanza non volente al tro falso che se sera vna linea rationale solamente in potentia (che da praxid se chiamano radice se de) poniamo a. la qual sia radice quadra di duodeci pici di superficiali & di questa a. essendo trouato il lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea a. & di vn'altra linea longa vn pic) la qual superficie vera a esser par la radice di duodeci cioe torna vn'altra volta la radice qua sia b. el qual b. (parlando praticalmente) sera la radice della radice di duodeci equal vera a esser vna linea mediale incommensurabile alla a. in longhezza & in potentia & diuersa da quella in diffinitione, berto l'ouero vn'altra volta l'ouero d. il b. (per il detto modo) qual sia c. el qual sera detto 1992 duodeci & questo c. osera differente in diffinitione dal a. & dal b. & così procedendo cioe tolendo la 19 del c. qual sia d. & così se potra procedere in infinito il medesimo legando tolendo la a. vna delle 3. linee irrationale e procedere come di sopra e detto.

Theorema. lxxxix. propositione. cxiii.

Questa una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella

di quella sera un residuo, li nomi del quale seranno commensurabili
 ali nomi di quel binomio & in una medesima proportionione, & oltre
 di questo quello che uien prodotto dal detto residuo hauera un me
 demo ordine, a quello che uien prodotto dal detto binomio.



Si la la linea, a, rationale & la, b, e, sia vno binomio, el nome maggiore
 dell quale sia, d, c, & lo rettangolo che se contiene sono delle due linee, a, e, f
 sia eguale al quadrato della, a, hoc dico che la detta, e, f, e vno residuo li nomi
 del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alla detta, d, c, & d, b, &
 in vna medesima proportionione, & oltre di questo la, e, f, ha vna medesima pro
 portionione alla detta, b, c, per diuoluar questo sia vn'altra volta quello che e con
 tenuto sotto della, b, d, c, della, g, eguale al quadrato della, a, adonque quello che
 contenuto sotto delle, b, e, & e, f, e eguale a quello che contenuto sotto delle, b, d,
 & c, adonque (per la seconda parte della sedicesima del libro) si come e la, e, b,
 alla, b, d, così e la, g, alla, e, f, & la, c, b, e maggior della, b, d, adonque (per la deci
 ma quarta del quinto) & la, g, e maggior della, e, f, sia la, h, eguale alla, g, adon
 que (per la settima & vnderima del quinto) si come e la, e, b, alla, b, d, così e la, h,
 e, alla, e, f, adonque per la decima settima del quinto & manifestò che si come la
 e, d, alla, d, b, così e la, h, f, alla, f, e, & si come la, h, f, alla, f, e, così sia fatta la, i, k, alla
 k, e, adonque tutta la, h, k, & per la tredicesima del quinto) a tutta la, k, e, si co
 me la, f, k, alla, k, e, perche si come uno de antecedenti a vno di consequenti, così
 e tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la vnderima del quinto) si co
 me la, f, k, alla, k, e, così e la, e, d, alla, d, b, adonque per la decima vnderima del quin
 to) & si come la, h, k, alla, k, e, così e la, e, d, alla, d, b, & lo quadrato della, e, d, e com
 mensurabile a quello della, b, d, adonque (per la decima quarta de questo) & lo
 quadrato della, h, k, e commensurabile a quello della, k, e, & (per la decima ottava
 del libro) si come e lo quadrato della, h, k, a quello della, k, e, così e la, h, k, alla,
 k, e, perche quelle tre linee, h, k, & f, k, e, sono continuamente proportionale,
 adonque (per la decima quarta de questo) la, h, k, e commensurabile in longi
 tudine alla, k, e, per laqual cosa (per la duodecima di questo) & la, h, e, e commensu
 rabi alla, e, k, in longhezza, & perche (dal presupposito) lo quadrato de a, e es
 quale a quello che contenuto sotto delle due linee, a, b, d, & lo quadrato de a, e
 rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee, e, b, d, e
 rationale & e posta sopra a quella, b, d, rationale, adonque etiam la, e, h, e rationa
 le & commensurabile in longhezza alla detta, b, d, per laqual cosa la, e, k, & la, k,
 la commensurabile) e rationale e commensurabile alla medesima, b, d, in long
 hezza, adonque perche si come e la, e, d, alla, d, b, così e la, e, k, alla, k, e, & le dette
 e, d, & d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette, e,
 k, & k, e, (per la decima quarta de questo) sono commensurabili solamente in po
 tencia, etiam la, k, e, e rationale & commensurabile in longhezza alla, b, d, adon
 que la, b, f, e rationale & alla, e, d, commensurabile in longhezza, adonque le due, f, k,
 k, e, sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima qua
 ta di questo) adonque la, f, e vno residuo & e certo che la, e, d, e più potente del
 a, d, & hoc er finel qu'adraz d'una linea a se commensurabile ouero a se incommen
 surabile, certamente se la, e, d, po più della, d, b, nel quadrato d'una linea, a se co
 mensurabile etiam la, f, k, (per la sedicesima de questo) po più della, k, e, ine
 quadrato d'una linea a se commensurabile, & se la, e, d, era commensurabile al
 vna posta rationale in longhezza etiam la, e, k, & se la, d, b, etiam la, k, e, & se
 ne l'una ne l'altra delle dette, e, d, & d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle dette, f, k,
 k, e, ma se la, e, d, po più de ella, b, d, nel quadrato d'una linea a se incommen
 surabile, etiam la, f, k, po più de ella, k, e, nel quadrato d'una linea a se incommen
 surabile & se la, e, d, e commensurabile in longhezza a vna propolla rationale &
 finil mente la, f, k, & se la, b, d, & la, k, e, & se ne l'una ne l'altra delle, e, d, & d, b,
 cū ne l'una ne l'altra delle, f, k, & e per laqual cosa la detta, f, e, residuo della quale
 linee, f, k, & k, e, sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe

prima al quadrato della seconda adunque (per la undecima del quinto) & si come la K , alla f , h , & la h , alla f , cioè è il quadrato della K , al quadrato della f , h , & lo quadrato della K , è commensurabile al quadrato della f , h , perché le dette K , & f , h , sono commensurabili in potenza adunque (per la decima quarta de questo) la K , è commensurabile alla f , & in lunghezza a più qualche etiam la K , (per la duodecima di questo) è commensurabile in lunghezza alla f , & (per la decima di questo) la K , è rationale & commensurabile in lunghezza alla f , & h , perché si come la b , c , alla c , d , così è la K , alla f , h , anchora premessamente (per la settima decima del quinto) si come è la b , c , alla c , d , così è la d , e , alla f , h , & la b , c , è commensurabile alla d , e , adunque etiam la f , h , è commensurabile alla c , d , & e , f , h , c , d , sono rationale commensurabili solamente in potenza, adunque etiam esse K , f , h , sono rationale commensurabili solamente in potenza, adunque la b , c , è vno binomio adunque (per la settima decima di questo) le la b , c , è più potente della b , d , nel quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la K , f , h , più potente della f , h , nel quadrato d'una linea a se commensurabile & se la b , c , è commensurabile in lunghezza a vna posta rationale & la f , h , anchora, ma se nell'una ne l'altra delle due b , c , & c , d , etiam ne l'una ne l'altra delle due K , f , h , & f , h , ma se la b , c , è più potente della c , d , nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, similmente la K , f , h , più potente della f , h , nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la b , c , è commensurabile in lunghezza a vna posta rationale, similmente etiam la K , f , & se la c , d , etiam la f , h , & se ne l'una ne l'altra delle due b , c , & c , d , similmente ne l'una ne l'altra delle due K , f , h , adunque la f , h , è vno binomio del quale li nomi K , f , h , sono commensurabili alle due b , c , & c , d , nomi del detto residuo & in una medesima proportion & oltre di questo la K , alla b , c , ha tra vn medesimo ordine che era da mostrar.

Il Traduttore.

Doue che di sopra d'io (p la undecima del quinto) & si come la K , alla f , h , & la f , h , alla f , h , & così è il quadrato della K , al quadrato della f , h , vol intendere che quelle due proportioni che giacciono tra quelle tre linee continue proportionale in somma sono quanto che quella sola proportion che è del quadrato della K , al quadrato della f , h , (per la undecima del quinto) anchora doue che di sopra conchiude che (per la decima di questo) la K , è rationale & commensurabile alla b , c , in lunghezza tal conclusione se verifica in questo modo, p che di sopra fu dimostrato che la b , c , era rationale (per esser eguale alla g), & commensurabile alla b , c , in lunghezza & la K , f , vien a esser commensurabile alla medesima K , f , (per la duodecima di questo) adunque (per la decima di questo) le due linee b , c , & K , f , vengono a esser commensurabili & perché la b , c , è rationale (largo modo) etiam la K , f , sera rationale (per largo modo) cioè in lunghezza, ouer solamente in potenza.

Anchora bisogna notare che a voler trovare la f , h , alla f , h , si come la b , c , alla b , c , bisogna (per la terza decima del sesto) far della b , c , due tal parti proportionali come è anchora la h , i , al la e , i , qual se pone che la h , i , le e , i , & la f , h , alla f , h , sera si come la h , i , alla b , c , poite in longo iona dirino all'altro.

Anchora bisogna notare che pare che la ipositione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si conenga a quella seconda parte della ipositione (come in detto anchora nella precedente) cioè doue che li dice che quello che vien generado, ouer prodotto dal binomio, ordene vno medesimo ordine a quello che vien generado, ouer prodotto dal residuo laquale cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perché l'uno di tal prodotti è denominato secondo la denominazione e ordine del binomio primo & l'altra secondo la denominazione & ordine del residuo primo. li quali ordini sono simili idco, &c.

mensurabile alla f, g, h si come la a, c, d alla f, g, c e la linea e alla f, h adunque
 la e, f e commensurabile alla f, h in lunghezza & la c, d (per la centesima di que-
 sto) & residuo quindagesimoquinto della f, h e residuo quarto (per la sexagesima quinta
 di questo) & la f, c e razionale & se una area sia coper- ta sotto a una linea razionale,
 & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area e linea minore (per la no-
 nagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area f, g e la linea h, d
 que h, b, e linea minore che era da dimostrare.

Il Traduttore.

A volere mettere sopra la linea c, d la superficie c, e eguale al quadrato del-
 la a, a e problema non se può eleggere (per la vigesima ottava del libro) pe-
 me dire lo dipositoro anzi alle due linee c, d & a, b bisogna (per la decima del se-
 sto) procurarsi una terza in continua proporzionalita quale sia la c, e , onde la su-
 perficie c, e sara eguale al detto quadrato della a .

Theorema. xciii. Propositione. cxviii.

Ogni linea commensurabile con la linea giunta con razionale com-
 ponente el tutto mediale e linea giunta con razionale componen-
 te el tutto mediale.



Sia a, a la linea, giunta con razionale componente el tutto mediale & la b, b sia
 commensurabile a quella dico che la b, b e una linea giunta con razionale com-
 ponente el tutto mediale, sia diposta la linea c, d razionale & sopra la detta c, d
 sia messa la superficie c, e eguale al quadrato della a, a che faccia la larghezza ad
 adunque la c, e (per la octava di questo) e residuo quinto, & sopra la c, e sia messa la
 figura e, f eguale al quadrato della b, b (per la vigesima ottava del libro) che faccia la lar-
 ghezza f, h adunque perche la a, a e commensurabile alla b, b adunque lo quadrato
 di a, a e commensurabile al quadrato di b, b & al quadrato della a, a la superficie c, e
 e e eguale & al quadrato della b, b e eguale la f, g adunque la superficie c, e e co-
 mensurabile alla superficie f, g perche la linea c, d e o nomenfurabile in longhe-
 zza alla f, h & la c, e e residuo quinto adunque & la f, g e residuo quinto & la a, a
 e razionale & se una area sia coper- ta sotto a una linea razionale & a uno mi-
 nore quinto la linea potente in quella area e la linea giunta con razionale com-
 ponente el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) & la linea h, d e
 potente in la detta superficie f, g adunque & la linea giunta con razionale com-
 ponente el tutto mediale che era da dimostrare.

Il Traduttore.

Medefimamente quello che in questa lo dipositoro volle che se eleggesse per
 la vigesima ottava del libro bisogna somigliare della decima del sesto come
 fu detto sopra la precedente perche la detta vigesima ottava propositione no-
 e a proposito.

Theorema. xcv. Propositione. cxix.

Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate el
 diametro e incommensurabile in lunghezza al lato.

Sia el quadrato a, b, c, d & lo diametro di quella sia a, d dico che lo diametro
 e incommensurabile in lunghezza al lato a, b perche se egli possibile &
 l'adversario che sia commensurabile, dico che aduentra che numero pari
 lottipare

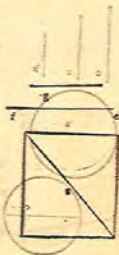
lo di sopra faranno un medesimo, certamente egli manifestò (per la penultima del primo) che el quadrato del a, e, e doppio al quadrato del a, b , & perche tale, a, e è commensurabile alla a, b , adunque la a, e alla a, b , ha proportion e come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quelli che ha lo numero, e, f , al numero, g, x siano e, f , & g, x minimi numeri che habbano la medesima proportion e di quelli adunque e, f , non e la vnità perche se e, f e la vnità & ha la proportion al g , che ha la a, e alla a, b , & la a, e e maggiore della a, b , adunque la vnità, e, f e maggiore del numero, g , che e impossibile, adunque e, f non e la vnità, adunque e numero, & perche e si come la a, e alla a, b , così e e, f al g , adunque per la vndecima del quinto si come lo quadrato del e, a , al quadrato del a, b , così e el quadrato del e, e al quadrato de g, x lo quadrato de a, e e doppio al quadrato de a, b , adunque etiam lo quadrato de e, e e doppio al quadrato de g, x adunque al quadrato de e, e e numero parò per la qual cosa etiam e, f , e parò perche se fusse disparò el suo quadrato seria disparò per la vigesima nona del nono perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la medesima sia dispari, etiam el tutto sera dispari, adunque e, f e parò sia legato (per la decima del primo), e, f in due parti equali in posto, h, x perche li doi numeri e, f, g, x sono li minimi de quelli che habbano la medesima proportion e per la vigesima terza del decimo sono fra loro primi, & lo, e, f e parò adunque, g, e disparò, perche se fusse parò lo numero binario misuraria tanti duole, f, g, x , & che el numero parò ha le parti medesime el primi fra loro la qual cosa e impossibile, adunque g, e non e numero parò & perche e, e e doppio de e, h , adunque el quadrato de e, e e quadruplo al quadrato de e, h , & lo quadrato de e, e , e doppio al quadrato de g, x adunque el quadrato de g, e doppio al quadrato de h, e , adunque el quadrato de g, e parò, adunque per le cole dette el, g, e parò & disparò la qual cosa e impossibile e per tanto lo diametro, a, n non e commensurabile tale in lunghezza alla a, b , adunque egli incommeasurabile.

A dimostrare il medesimo altramente

Altramente e da esser dimostrato che el diametro del quadrato e incommeasurabile al lato, per el diametro sia a, n , & per el lato sia a, b , dico che a, e e incommeasurabile in lunghezza al b , perche se possibile e (per l'aduersario) sia commensurabile & sia tanto vnitata volta si come a, a, b , così sia el numero, e, f al numero, g, x siano li doi numeri e, f gli minimi di quelli che hanno la medesima proportion e, adunque li doi numeri e, f, g, x sono primi fra loro, prima mente di co che g, e non e la vnità perche se fusse possibile, sia la vnità & perche si come a, a così e, e al g, x , adunque (per la vndecima del quinto) etiam si come el quadrato del a, a al quadrato de b, b , così e el quadrato de e, e al quadrato de g, x lo quadrato de a, e doppio al quadrato de a, b , adunque & lo quadrato de e, e , e doppio al quadrato de g, x , & la vnità adunque el numero binario e numero quadrato la qual cosa e impossibile e per tanto, g, e non e la vnità adunque e numero & perche e si come el quadrato de a, a al quadrato de b, b , così e el quadrato de e, e , al quadrato de g, x , vnitata volta si come el quadrato de b, a al quadrato de a, a , così e el quadrato de g, a al quadrato de e, e , & lo quadrato de b, a misura el quadrato de g, a , & per esser supposto l'aduersario che il lato del quadrato de b, c cioe b, a sia commensurabile al lato del quadrato de a, c cioe a, a , più qualche etiam lo lato del medesimo, g , misura lo lato de e, f , etiam g, e misura se medesimo, adunque g , misura ambidui, e, f , & li quali son pri fra loro la qual cosa e impossibile e per tanto a, n non e commensurabile al a, b , adunque e incommeasurabile, che bisogna dimostrare.

Il Traduttore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona la qual nona e la stessa in la prima traducta ue.



Le infrascripte sono alcune possib. ouer l'ipianazioni sopra la precedente.



Si a el quadrato a, b, c, d, & lo diametro di quello sia a, c, & e manifesto che lo triangolo a, b, c, d, e solido cioe che quello ha lo lato d, a, eguale al lato d, c, & e manifestamente lo triangolo a, b, c, e solido, sia adunque el lato d, a, de quanto vult, ouer de quattro piedi, & sia etiam c, d, quanto, per la qual cosa e manifesto che el quadrato de, d, a, e a 6, vult ouer 16, piedi & così etiam el quadrato de, d, c, e sedici vult ouer piedi ma perche el quadrato de, a, c, e eguale a quelli due quadrati de, d, a, & de, d, c, come e stato dimostrato in la penultima del primo & e manifesto che el quadrato de, a, c, e doppio al quadrato de, d, a, & lo quadrato de, d, a, e de sedici vult adoung el quadrato del diametro sera trenta due ouer sedici doppio, ma perche le linee commensurabile in lunghezza sono quelle che alcuna quantita li misura li quadrati delle quale hanno la proportion come come to quadrato a numero quadrato, ma facendo 32, alcuna quantita non lo misura per il lato ne etiam li quadrati di quelle hanno proportion come numero quadrato a numero quadrato, perche non numero quadrato e doppio d'uno altro, adoung el diametro e uno incommensurable in lunghezza, alato: perche quello che fa trenta due el lato de v, vult e de minuti, ouer de cinque vult e di minuti trenta noue e quattro non hanno alcuna commun a misura per la qual cosa trenta due a sedici e come detto non ha proportion come de numero quadrato a numero quadrato.

Il Traduttore.

La sopra scritta dimostrazione e assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta due & cinque vult e 32, minuti, loquale cinque vult & cinquante noue minuti & quattro vult non hanno alcuna commun a misura lo laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non lo doue la troua che el lato del quadrato di trenta due sia cinque vult, e trenta noue minuti & se per suoi capi (laqual cosa non e) el detto lato de cinque vult & trenta noue minuti sera commensurable alle quattro vult & la communa lor misura sera uno minuto laqual cosa e fora del proposito adoung.

Al presente delle trouate tre linee, a, b, incommensurable in lunghezza ouer altre forme quantita ouer grandezze per le due distictione vengono mostrate, cioe delle superuie incommensurable fra loro, perche se trouaressimo la media proportionale fra le due rettilinee a, b, adoung si come e la, z, a, a, b, così e qualunque specie de superuie, ouer altre figure recte, siue simili, puero etiam tra sopra la, c, o, ouo quadrati, ouer altre figure recte, siue simili, puero etiam tra chli attorno ali diametri, a, c, & x, perche certamente li cerchi tra loro sono come li quadrati della loro diametri, adoung sono trouate superuie plane fra loro incommensurable.

Il Traduttore.

Anchora in questa altra sopra scritta suppositione tal commentatore presuppone alquanto l'ordine di l'authorit. massime in quella parte doue dice che li cerchi fra loro sono si come li quadrati della lor diametri, laqual cosa per le trouate & dimostrare per fin a questo luogo non habbiamo notitia alcuna di tal cosa, ouer che noi adoung notitia seconda propositione del duodecimo le manifesti, ma non e bacio a parlar in questo luogo di quelle cose che non sene ha habbiamo notitia ne a via di quello che propone il testo.

E per tanto per le dimostrations differencie di due distictioni delle superuie incommensurabili, dimostreremo quelle speculationi che sono possibili, & qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabili, perche si sopra



si sopra quelli qua diti de. a. & b. costituiamo solidi de superficie equidistanti de equal altitudo ouero pyramide, ouer prismi, seranno li detti corpi continui, & eor-
me le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno in-
commensurabili etiam loco seranno incommensurabili & se delli duoi proposti
cerchi descriveremo così ouero cylindri de equal altitudo, seranno tra loro li
come le base, cioè li come li cerchi a. b. & se essi cerchi sono commensurabili, si-
milmente de essi cono e cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchi so-
no incommensurabili, anchora li cono e cylindri seranno incommensurabi-
li: & noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in li superficie sono
commensurabili & incommensurabili, ma questo se ritroua anchora in le figu-
re solide.

Il Traduttore.

Similmente le sopra scritte cose sono scia de ordine, cioè a voler parlar de cor-
pi, cono, cylindri, & della diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscopo
nel seguente libro.

Fine del libro decimo de Euclide.

INCOMINTIA

LO VNDECIMO LIBRO D'EVCLIDE

DI CORPI IN GENERE DA NICOLÒ TARTAGLIA

tales Belfiano reintegrato secondo le due traduzioni,
& per communia utilità dal latin in volgare tra-
doto con tipositioni chiare sopra a
tutte le diffinitioni & altri
passi oscuri.

Diffinitione prima.

1 El corpo e quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini
di di quale sono superficie.

Il Traduttore.

Questa prima diffinitione per esser da se chiara altrimenti non la spongo.

Diffinitione, ii.

2 La linea eretta sopra una superficie e quella che fa li angoli retti, co-
caduna delle linee a se conueniente che se spandano in quella su-
perficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sop a a quella
superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.

Si si tressa in la linea a b. & si tressa sopra el piano ramente che li pontua, si-
manigato in aere & b. lo piano & dal pontu. b. Ran dater più li se ve-
z



medesimo piano, come la *b.c.d.e.f.d.* & quante altre si voglia, & dunque se sarà così che la linea *a.b.* con la linea *b.c.d.e.* & con la linea *b.d.e.* & con qualunque altra linea proiettata dal punto *b.* in quel piano contenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in la quale sono proiettate quelle linee cioè *b.c.d.e.f.d.* & altre con le quali quella è posta contenere angolo retto.

Diffinitione. iiii.

¹ Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo punto della linea che è comun terminè di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolari contenente continenti angolo retto lequale siano sitè in quelle superficie.

Vedi graia sia l'una ginata la superficie *a.b.c.d.* elevata in arte & la superficie *e.d.f.g.* giacere in piano & intendendo la linea *c.d.* esser el comun terminè de ambedue, per tanto in quella sia uguano el po. no. *g.* dal quale sia tirate due line perpendicolari alla linea *c.d.* & in la superficie *c.d.e.f.* la qual sia la *g.h.* & in la superficie *a.b.c.d.* la qual sia la *g.i.* & adunque l'angolo che contien quelle due linee perpendicolari cioè *g.h.d.g.i.* sarà semilia superficie *a.b.c.d.* & detta ortogonalmente eretta sopra la superficie *e.d.f.g.*

Diffinitione. v.

² La inclinazione d'un piano a un piano è la comprehensione dell'angolo acuto sotto a quelle linee che sono sitte ad angoli retti sopra al comun segmento a uno medesimo punto in uno & l'altro di quelli piani.

Il Traduttore.

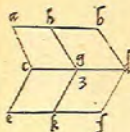
La sopra scritta diffinitione ne aduertilo per le cose che seguita che colà non sia dire, ouer che colà sia principabile, d'una superficie a una superficie la quale inclinazione non è altro che la comprehensione dell'angolo acuto sotto a quelle due linee *g.h.g.i.* della figura della precede, & dice se le dette due linee contenessero angolo retto la superficie *a.b.c.d.* è eretta sopra alla superficie *e.d.f.g.* come fu detto sopra una precedente: Ma quando se uolrà che quelle contenessero un angolo acuto, la superficie *a.b.c.d.* è detta esser inclinata sopra alla superficie *e.d.f.g.* & la detta inclinazione non è altro (come demo di sopra) che la comprehensione del detto angolo acuto & nota che questa diffinitione se ritrova solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. vi.

³ Vno piano è detto esser inclinato a uno piano sì come un altro, a un altro, quando li angoli delle predette inclinazioni saranno fra loro equali.

Il Traduttore.

Questa diffinitione ne dà a cognoscere le inclinazioni simili, ouer eguali delle superficie ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle inclinazioni, perche quando li detti angoli sono equali, le inclinazioni sono simili.



Il ouer e quali, & quando li detti angoli sono ineguali le dette inclinazioni sono dissimili, ouero ineguale &c. Anchora notasi che questa diffinitione si ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione.vi.

4 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte
 7 suoglia non concorrano, etiam se quelle siano produtte in infinito.

Q Vello che e stato detto ei se intende, tamen tu dei sapere che tutte le piani superficie, ouero ch elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno loco & se legeranno sopra vna retta li qua, ma in le linee rette quello non e necessario, cioe ouero essere equidistante, perche in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non son in vna medesima superficie, non sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorranno.

Diffinitione.vii.

5 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simi
 7 li de numero eguale.

Il Traduttore.

V Erbi graza del fuisse d'oi corpi lano contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambeduoi fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamen li detti corpi non seriano simili, perche bisogna che l'numero de le superficie che contin l'uno sia eguale al numero delle superficie che contin l'altro (dandosi esser simili) ma se ambeduoi fussero contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambeduoi sotto a otto e pero diore de numero eguale.

Diffinitione.viii.

6 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono si
 8 mili & de numero & quantita eguale.

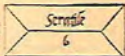
Il Traduttore.

D Voi corpi simili pono esser equali & ineguali perche quantunque ambeduoi fussero contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simili) li triangoli di l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e pero quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali in superficie a quelli de l'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & così si debbe intendere se fussero contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simili de numero & de quantita eguali.

Diffinitione.ix.

2 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre so
 4 no parallelogramme & due triangoli, e detto serati)e.

V No tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro parete equidistan
 12 te che la cumma de quei tetto sia una sola linea & sia eguale & equidistante



Il lato delle due superficie di sopra, ha la figura si milite alle del corpo seratile

Il Traduttore.

Questo corpo che di sopra e detto seratile, in la seconda traduzione e detto prima, vero e che qsto nome prima e più generale del seratile come già diminutione appare in la detta seconda traduzione la quale dice in quella forma.

Prima e vna figura solida compresa da superficie plane delle, quale le due che sono dai capi opposti eguale, sono simile & equidistante le altre loro parallelogramme.

Per il che seguita che non solamente il seratile se chiama prima, ma etiam ogni colonna laterale, onde seguita che ogni seratile e prima ma ogni prima non e seratile, perche prima e nome generale, e seratile e nome speciale.

Diffinitione.x.

¹⁰ La sphaera e il transito del arco della circonferentia del mezzo cer-
¹¹chio circondotto per fina a tanto che ritorni al suo centro doue deue principio a circo auoluerli (tante il diametro fermo e fisso)

Il Traduttore.



Ci oe fatto vn semicircchio sopra qual si voglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio se moua attorno alla detta linea per fin a tanto che quel se ritorni al suo centro doue si deuue principio a mouerlo, quella figura ouer corpo che vien compreso, ouer descritto, sotto a tal reuolutione se chiama sphaera, & questa diffinitione ha insegnato alli artefici il modo di formare le pale di pietra, o d'altra maniera, & che l'una il vero ei si fa che se uno artifice vol far vna pala di pietra che sia perfettamente al suo sonda lui forma prima vn mezzo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grande, ouer piccolo secondo la qualita della pala, ouer pale che dell' dera se mara, poi va scarpellando attorno attorno secondo l'ordine del detto vacuo di mezzo cerchio ouer giustando spesso quella forma secondo che va scarpellando & così pian piano la reduce a perfectione.

Diffinitione.xi.

¹² Assis della sphaera e la linea che sta ferma, attorno la quale ci si re-
¹³uoluto, el mezzo cerchio.

Il Traduttore.

Questa diffinitione se ricerca solamente in la seconda traduzione la quale se da ad intendere qualmente quella linea attorno della quale vien circo-
dotto el mezzo cerchio, nella descriptione della sphaera, se aduanda alla detta
detta sphaera lassu assis v'oe a essere el diametro del detto mezzo cerchio circo-

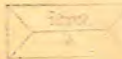
Diffinitione.xii.

¹⁴ El centro della sphaera e quello che e etia centro del mezzo cerchio

Il Traduttore.

Questa diffinitione se ricerca solamente in la seconda traduzione la qual per
esser da se chiara altramente non la spongo.

Il Traduttore.



Definizione. xiii.

Dimentente della sfera e una certa linea retta dritta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di ditta sfera

Il Tridomeo.

Questa definizione similmente si ritrova solamente in la seconda tradottione per qua definitione par faccia differenza fra assis de sphaera & diameter ouer diametro di sphaera, haamdo di sopra nella vn decima definitione definito assis della sphaera, & in questa dissolando lo dimentente ouer diametro perche tengo che la intentione di l'autore sia che dimentente di sphaera sia nome generale & assis de sphaera sia speciale cioe che ogni assis di sphaera e eni diametro, ouer dimentente di tal sphaera ma non e conuerso cioe che ogni dia-
metro, ouer dimentente di sphaera no e assis di tal sphaera ma solamente l'assis e quello sopra dal quale gira ouer si volta la detta sphaera, perche ha voluto distin-
guir assis differentemente dal diametro ouer dimentente.

Definizione. xiiii.

Piramide laterata e una figura corporea laquale le se spicie che la componen da una restante delle quale sono in suo eretto a uno ponto opposto.

In ogni pyramide laterata tutte le super fide che circondano quella dalla ba-
sa della detta pyramide sono incluse a vn punto equal e detto cono della py-
ramide, & tutte quelle super fide laterale sono triangole: & la basa se quenta
mente non e triangola.

Definizione. xv.

Piramide rotonda e una figura solida, & e el transito del triangolo
rettagolo (stante fermo e fisso l'uno di suoi lati continenti l'an-
golo retto) & circondatto il detto triangolo per fin a tanto che
quello ritorni al luoco doue comincio a esser mouello, & sel lato fi-
so sera equale al lato circondatto la figura sera rettagola: & sel se-
ra piu longo sera acutiangola, & sel sera piu corto sera obtusiango-
la, & l'assis de detta figura e il lato fisso, & la basa sua uno cerchio &
quella figura e detta pyramide della colonna rotonda.

Sia el triangolo a.b.c. elqual habbia vno angulo retto equal sia .b. & sia fixa-
do & fermato l'uno di duoi lati continenti l'angolo retto .b. & sia lo lato che
e ficado a.b. elqual siso sia circondatto el triangolo per fin a tanto che ritorni
al luoco doue comincio a mouerli la figura corporea laqual vien descripta dal
mouo de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, della quale sono tre dif-
ferentie, perche vna e rettagola vn'altra e acutiangola la terza obtusiangola,
& la prima e quando il lato .a.b. sera equale al lato .b.c. hoc sia come la linea .b.
c. quando dal retto triangolo perueni al sito della linea .b.d. talmente che el pon-
to .c. cada sopra el ponto .d. & sia fatto vna sol linea cioe come quella allhora sia
congiunta al sito dal quale comincio a mouerli secondo la retitudine, & sera la
linea in questo luoco come la .b.c.d. & perche (per la trigesima seconda del pri-
mo & per la quinta del medesimo) l'angolo .c.a.b. e la mita del retto e per l'an-
golo .c.a.d. sera retto perche questa pyramide e detta rettagola ma sel lato .a.
b. sia piu longo del lato .b.c. sera acutiangola perche allhora (per la trigesima



seconda del primo & per la decima nona del medesimo l'angolo *c.a.b.* fera una
parte della metà del retto e però tutto l'angolo *c.a.d.e.* quinot del retto cioè acuto
per appartenente alla pyramide acuta angola. Ma se siano *a. b.* fora più corto del
lato *b.c.* (era lo angolo *c.a.b.* maggiore della metà d'uno retto) per la trigesima
seconda del primo & per la decima nona del medesimo & tutto l'angolo *c.a.d.*
e' equal e doppio al detto *c.a.b.* maggiore del retto, adunque e' omulo & la py
ramide omentumite al presente se dice omisfigola & la linea *a.b.* detta vna
de questa pyramide & lo circolo che descirive la linea *c. b.* sopra el centro *b.* e
detto basa de quella, anchora quella e detta pyramide della colonna rotonda,
cioè di quella che desciriverà (dal moto suo) il parallelogrammo che pendere
dal lato *a.b.* & *b.c.* stante fermo & s'isoli lato *a.b.*

Il Traduttore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda traslazione e detta co
nona & non pyramide, & medesimamente da Apollonio pergo & di si
chieme Syracusano sono pur dette conil & non pyramide le specie di quicor
ni dal detto Apollonio pergo sono altrimenti distinte & lascio come nella
opera sua appare, & similmente da Archimede.

Definizione. xvi.

- 14 La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cer
chi piani in le estremita e crassitudine cioè le altezze e quale sia el
uestigio del parallelogrammo rettangolo fermato el lato che con
tiene l'angolo retto, & la detta superficie circondata per fin a tanto
che la torai al luogo suo & chiamare questa figura colonna rotonda
Onde della colonna rotonda & della sphaera & del cerchio sia uno
medesimo centro.



Si lo parallelogrammo rettangolo *a.b.c.d.* & sia fermato lo lato *a.b.* & quel
lo s'isoli sia circondata tutto lo parallelogrammo per fin a tanto che el
center rimoti al loco suo adunque la figura corporea descirita dal moto di questo
parallelogrammo seromina colonna le base della quale sono li duoi cerchi si
no di quale quello che descirive la linea *c. b.* nel moto suo el centro del quale e
il ponto *b.* & l'altro quello che descirive la linea *d. a.* nel moto suo el centro del
quale e il ponto *a.* & la linea *a.b.* (laqual rimane ferma nel moto del parallelo
grammo) vien detta asside di questa colonna, & quando hauremo immaginato
lo parallelogrammo *a.b.c.d.* quando quello sera peruenuto (nel suo giro) al fi
to *a.b.e.* & esser congiunto al sito (dal qual) comincio a mouerli secondo la con
tinuatione d'una superficie piana cioè che tutto sia lo parallelogrammo *d.a.e.* & che
in quello haueremo proteruto lo diametro *d.e.* fera anchora lo diametro *d.e.*
diámetro della colonna & perche el se dice esser uno medesimo el centro della
colonna & della sphaera & del circolo quello debbe esser li trio concordia che de
questa la linea diametrale e vna medesima, verbi gratia perche hauremo detto
che la *d.e.* e' necessario hauerne il medesimo con el centro della colonna, perche
concordia che la linea *d.e.* seghi la linea *a.b.* in ponto *g.* & *g.* sera el centro della
colonna, perche la dista de l'asse della colonna in due parti eguale & lo diametro
della colonna per in due parti eguali laqual cosa e manifesta (per la 26. del
primo) perche li angoli che sono al *g.* sono equali per la quindicesima del pri
mo & li angoli che sono ala *g.a.b.* sono retti dal preiupposito anchora la linea
a.d. e' equali alla linea *b.e.* adunque *g.e.* e' equali ala *g.d.* & *g.e.* e' equali al *g.b.*
perche la che il angolo *c. b. d.* sono retti se sopra el ponto *g.* sera descritto uno
cerchio

cerchio secondo il piano di g sopra la linea d , e quel transira (per lo concorso della prima parte della trigona del terzo) per li punti a, b, c , addosso al piano g , e centro del cerchio e diametro del quale e il diametro della colonna, e però e diametro etiam della sfera, per la quale e manifestato che il cerchio d e la sfera e d'ogni colonna e s'è fatta esser circonscritibili a ogni parallelogramo rettangolo e così e manifestato quello che uol quisto theorema.

Il Tradimento.

Q Vella figura colossale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradatione) in la seconda tradatione se chiama cyandro pero bi sopra notare che tanto voi dire vao cyandro quanto vna colo una torrada & finalmente da Archimede e pur detta cylindro vocabol preso.

Definizione. xvii.

o L'asse del cilindro e quella linea che sia ferma circa la quale se uol
19 sia lo parallelo grammo, & le base sono li cerchi deferenti dalli oppo-
siti lati circon dotti.

II. Trademark.

Questa diffinizione si ritrova solamente in la seconda traduzione.

Diffinitione xviii.

15 Lo angulo corporeo ouer solido e quello che compreheso sotto a pias
s de dno angulo piani costituido a uno medesimo ponto, liquali non
fanno lica in una medesima superficie.

Dei vasi angoli piani non possono esistere in un angolo solido, si come etiam due linee rette non possono chiudere la superficie, perchè li angoli piani con un solo vao angolo solido costringe che quora non siano finiti in una medesima superficie, ma in due serie si come due linee rette chiuderanno vao angoli piano a quelle non caucion d'esser applicate secondo il sito della retitudine.

Diffinitione. xix.

16 La figure corporee rotande o siano colonne ouero le piramide de
 17 toquati: oio simile quando che li alti di quelle alti da centri delle
 18 fac bafe sono proportionale.

Perche le due propofie pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, fero la proportion de l'axis d'una di quelle al diametro della fua bafe, li come l'axis de l'autra al diametro della fua bafe, quelle due colonne ouer pyramide fono dente effe fra loro fimile.

Definitione xx.

²⁰ El cubo e una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

I. Tredonore.

El dado con el qual se gioca e fabricato de figura cubica.

- o Lo otto base e una figura solida contenuta sotto di otto triangoli
 $\frac{1}{2}$ quali & equilateri.

Diffinitione. xxii.

- o El dodeci base e una figura solida, compresa sotto di dodeci quin-
 $\frac{1}{3}$ triangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. xxiii.

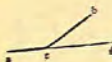
- o Lo uinti base e una figura solida compresa sotto di uinti triangoli,
 $\frac{1}{4}$ equali & equilateri.

Il Traduttore,

Queste quattro visme diffinitioni se ritrovano solamente nella seconda tra-
 ditione & bisogna notare che li per edetti corpi nel terzo de cino & quat-
 todecimo & quindodecimo libro molte volte si spresimono (per breuitate scien-
 za) secondo il termino greco cioè al uintobase se gli dice *icosedrum* al dodici ba-
 se *dodecedron*, ouer *dodecahedrum* al otto base, *octahedron* ouer *octaedron*
 al cubo, *exedron* ouer *exaedron* alla, *pyramide* di quattuor base o triangoli
equilatera, *tetrahedron* ouer *tetraedron* ouer *tetraedron* & pero bisogna in co-
 aduerire.

Theorema prima Propositione prima.

- $\frac{1}{1}$ D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto



Sia la linea retta. a.b. dico che non e possibile che parte di quella sia in più
 no & parte eleuata in suso, perche se fosse possibile sia la parte a.c. di quella li-
 ta in piano & parte di quella la qual e c.b. posta in alto & sia perora la a.c. di
 rettamente inel piano nel quale essa e sita per linea a.d. & sera che a una & a qua-
 la medesima linea la qual e la linea a.c. sian aggiunte due linee al tutto diuerse
 (sequali sono le linee c.b. & c.d.) la una medesima parte direttamente: la qual
 cosa e impossibile (per la trigesima del primo.)

Theorema. ii. Propositione. ii.

- $\frac{2}{2}$ Ogni due linee delle quale l'una sega l'altra sono sita in una super-
 ficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.

Siano le due linee rette. a. b. & c. d. segandole fra loro in ponto. e. dico quelle
 esser in vna superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in vna superficie, &
 per dimostrar questo sia signato il ponto. f. in la linea. c. d. & la ponto. g. in la li-
 nea. a. b. & sia dextra la linea. e. g. La causa adonque eoe perche el sia impossibile
 che del triangolo. e. f. g. esserne parte in piano & parte in alto, & quella parte
 anchora l'una ouer piu delle sue linee terminale e similmente parte ne seria in
 piano & parte similmente in alto, & concluda che delle linee rette questo si e
 possibile per la precedente anchora sera impossibile del triangolo, adonque me-
 to el triangolo. e. f. g. e in vna superficie, & per tanto da questa seconda parte, &
 dalla prima e manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theorema. iii. Propositione. iii.

- $\frac{3}{3}$ La communa sectione d'ogni due superficie plane fra lor leghante
 e una linea retta.

Siano adonque le due superficie plane. a. b. & c. d. lequale se sega fra loro,
 Dico che la communa sectione de esse fra vna linea retta, hoc sia li doi p.
 g. e. & f. li termini della communa sectione de quelle siquali sian ordinati per
 vna retta la qual sia. p. f. & adonque la linea. e. f. e la linea. e. f. delle due su-
 perficie



perche a.b, c.d, e manifestò el proposito, ma le a, b, e in l'una, c, d, in l'altra, e or
che la a, b, in l'una o l'altra di quelle, sono cosa che ambidui li ponti e, c, f, fanno
in l'una e l'altra delle superficie a, b, c, d, in que lla superficie in la quale ella nò
fera, fà proenza vna linea, retta laqual fà b, c, e, f, adonq, seranno due linee
tutte e, f, c, e, b, h, filogalea hanno di termini comuni che è impossibile, perche
essendo così due linee ete inclineriano superficie laqualcosa e contra alla vi
tina petizione del primo libro.

Theorema.iii. Propositione.iii.

4 Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante, sera ereta
4 una linea orthogonalmente quella sera perpendicolare alla medesima
superficie.

[illegible]

Theorema.v. Propositione.v.

Se alcuna linea retta stara erecta orthogonalmente sopra tre linee rette dale ommuni terminie di quelle, quelle medesime tre linee serano poste in una superficie.

¹⁴⁴ La linea ab $\perp$ ac $\perp$ ad $\perp$ ae $\perp$ af $\perp$ ag $\perp$ ah $\perp$ ai $\perp$ aj $\perp$ ak $\perp$ al $\perp$ am $\perp$ an $\perp$ ao $\perp$ ap $\perp$ aq $\perp$ ar $\perp$ as $\perp$ at $\perp$ au $\perp$ av $\perp$ aw $\perp$ ax $\perp$ ay $\perp$ az $\perp$ ba $\perp$ ca $\perp$ da $\perp$ ea $\perp$ fa $\perp$ ga $\perp$ ha $\perp$ ia $\perp$ ja $\perp$ ka $\perp$ la $\perp$ ma $\perp$ na $\perp$ oa $\perp$ pa $\perp$ qa $\perp$ ra $\perp$ sa $\perp$ ta $\perp$ ua $\perp$ va $\perp$ wa $\perp$ xa $\perp$ ya $\perp$ za $\perp$ ab $\perp$ bc $\perp$ cd $\perp$ de $\perp$ ef $\perp$ fg $\perp$ gh $\perp$ hi $\perp$ ij $\perp$ jk $\perp$ kl $\perp$ lm $\perp$ mn $\perp$ no $\perp$ op $\perp$ pq $\perp$ qr $\perp$ rs $\perp$ st $\perp$ tu $\perp$ uv $\perp$ vw $\perp$ wx $\perp$ xy $\perp$ yz $\perp$ ab $\perp$ ba $\perp$ bc $\perp$ cb $\perp$ cd $\perp$ dc $\perp$ de $\perp$ ed $\perp$ ef $\perp$ fe $\perp$ fg $\perp$ gf $\perp$ gh $\perp$ hg $\perp$ hi $\perp$ ih $\perp$ ij $\perp$ ji $\perp$ jk $\perp$ kj $\perp$ kl $\perp$ lk $\perp$ lm $\perp$ ml $\perp$ mn $\perp$ nm $\perp$ no $\perp$ on $\perp$ op $\perp$ po $\perp$ pq $\perp$ qp $\perp$ qr $\perp$ rq $\perp$ rs $\perp$ sr $\perp$ st $\perp$ ts $\perp$ tu $\perp$ ut $\perp$ uv $\perp$ vu $\perp$ vw $\perp$ wv $\perp$ wx $\perp$ xw $\perp$ xy $\perp$ yx $\perp$ yz $\perp$ zy $\perp$ ab $\perp$ ac $\perp$ ad $\perp$ ae $\perp$ af $\perp$ ag $\perp$ ah $\perp$ ai $\perp$ aj $\perp$ ak $\perp$ al $\perp$ am $\perp$ an $\perp$ ao $\perp$ ap $\perp$ aq $\perp$ ar $\perp$ as $\perp$ at $\perp$ au $\perp$ av $\perp$ aw $\perp$ ax $\perp$ ay $\perp$ az $\perp$ ba $\perp$ ca $\perp$ da $\perp$ ea $\perp$ fa $\perp$ ga $\perp$ ha $\perp$ ia $\perp$ ja $\perp$ ka $\perp$ la $\perp$ ma $\perp$ na $\perp$ oa $\perp$ pa $\perp$ qa $\perp$ ra $\perp$ sa $\perp$ ta $\perp$ ua $\perp$ va $\perp$ wa $\perp$ xa $\perp$ ya $\perp$ za $\perp$ ab $\perp$ bc $\perp$ cd $\perp$ de $\perp$ ef $\perp$ fg $\perp$ gh $\perp$ hi $\perp$ ij $\perp$ jk $\perp$ kl $\perp$ lm $\perp$ mn $\perp$ no $\perp$ op $\perp$ pq $\perp$ qr $\perp$ rs $\perp$ st $\perp$ tu $\perp$ uv $\perp$ vw $\perp$ wx $\perp$ xy $\perp$ yz $\perp$ ab $\perp$ ba $\perp$ bc $\perp$ cb $\perp$ cd $\perp$ dc $\perp$ de $\perp$ ed $\perp$ ef $\perp$ fe $\perp$ fg $\perp$ gf $\perp$ gh $\perp$ hg $\perp$ hi $\perp$ ih $\perp$ ij $\perp$ ji $\perp$ jk $\perp$ kj $\perp$ kl $\perp$ lk $\perp$ lm $\perp$ ml $\perp$ mn $\perp$ nm $\perp$ no $\perp$ on $\perp$ op $\perp$ po $\perp$ pq $\perp$ qp $\perp$ qr $\perp$ rq $\perp$ rs $\perp$ sr $\perp$ st $\perp$ ts $\perp$ tu $\perp$ ut $\perp$ uv $\perp$ vu $\perp$ vw $\perp$ wv $\perp$ wx $\perp$ xw $\perp$ xy $\perp$ yx $\perp$ yz $\perp$ zy $\perp$

Theorema.vi. Propositione.vi.

6 Se faranno due linee perpendicolare sopra una superficie e necessa-
7 rio quelle esser equidistanti.



Siano le due linee a.b.&c.d. perpendicolari a una superficie, dico quelle & ser equidistanti, perché essendo protratta la linea b.d. (per la definizione) li duei angoli a.b.d.&c.d.b. saranno retti adunque se le due linee a.b.&c.d. sono in una superficie quelle sono equidistanti (per la seconda parte della vigesima, ottava del primo) & così se apprende quelle esser in una superficie dal pontar sopra la linea b.d. nel piano al quale stanno perpendicolarmente. a.b. & c.d. protrahe orthogonalmente la linea b.f. & dalla linea d.e. tirasi d.e. eguale alla b.f. & protrahe le linee e.b.&c.f. & d.f. & si conque li duei lati e.d. & d.b. del triangolo e.d.b. saranno eguali alli duei lati b.b. & c.d. del triangolo d.b.b. & l'angolo e.d.b. eguale all'angolo f.b.d. (concludasi che l'uno e l'altro sia retto) adunque per la quarta del primo la linea b.e. eguale alla linea d.f. anchora concludasi che li doi lati e.b. & c.b. del triangolo e.b.c. siano eguali alli doi lati d.f. & d.e. del triangolo f.d.e. & la base e.c. commona (per la ottava del primo) l'angolo e.b.f. sera eguale all'angolo f.d.e. concludasi che l'uno e l'altro sia retto perché adunque l'angolo f.d.e. retto (per la definizione) etiam l'angolo e.b.d. sera retto, adunque la linea e.b. sera perpendicolarmente e retta sopra el comune termine delle tre linee b.a.b.d. b.e. congiungente fra loro angularmente in punto b. giugualcosa (per la precedente) quelle sono in una superficie adunque concludasi che per la prima parte della seconda di questo la linea c.d. sia in la medesima superficie co' luna e l'altra delle linee e.b. & c.b. d. seguita le due linee a.b. & c.d. esser in una superficie adunque e manifesto el proposito.

Theorema.vii. Propositione.vii.

Z Se da doi ponti signati in due linee equidistanti sia ditta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente di ser costituita anchora lei in la medesima superficie in laquale sono costituite quelle due linee.

Siano le due linee a.b. & c.d. equidistanti delle quale e manifesto (per la definizione) che esse sono in una superficie, sia signato in quelle li doi ponti e. & f. & sia prodotta la linea retta e.f. Dico adunque la linea e.f. esser posta osero sia in la superficie delle due linee a.b. & c.d. & essendo altrimenti (per l'aduersario) sia e.f. in una altra superficie che dependi di sopra laqual superficie e la sera protratta necessariamente seguita la superficie in laquale sono sitae le due linee b. & c. d. f. per la terza di questo la comune sezione di quelle sera una linea retta terminata alli medesimi ponti, laquale e impossibile perché essendo così due linee rette concluderiano superficie.

Theorema.viii. Propositione.viii.

Se seranno due linee rette, equidistanti, & una di quelle sia perpendicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conueni essere perpendicolare al medesimo piano.

Q Vesta e quasi el contrario della sesta, hor siano le due linee a.b. & c.d. equidistanti & sia una di quelle pontiamo la c.d. perpendicolarmente sopra a qual si voglia superficie. Dico che l'altra di quelle laqual e a.b. esser perpendicolare alla medesima superficie, perché essendo fatto in tutto la medesima disposizione che inella sesta, & sera (come in quella) che uno e l'altro di duei angoli e.d. b. & c.b. e, sia retto, el primo per la posizione & lo secondo per la ottava del primo per laquale cosa (per la quarta de questo) la linea e. b. e perpendicolarmente

erretta sopra la superficie in laquale sono le due linee b, d & b, e ossolui che per la precedente le due linee a, b & a, c siano in la medesima superficie con le due linee b, d & b, e . seguita la linea f, g esser perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale e la linea b, a (per la diffinitione) adunque sera l'angolo b, a, c retto & etiam l'angolo d, b, a retto (per la prima parte della vigesima nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea a, b esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee b, d & b, e per laqual cosa e manifesto il proposito.

Theorema .ix. Proposizione .ix.

⁹ Se due linee seranno equidistanti a una medesima linea & non in una superficie anchora quelle e necessario esser fra loro equidistanti

Sia l'una e l'altra delle due linee a, b & a, c equidistanti alla linea a, f, n siano nome in una superficie dico che le medesime anchora fra loro insieme sono equidistanti de quelle che sono tutte in una superficie egle siano appronto per la trigesima del primo) hoc in questo loco ci resta ad approuar de quelle che non sono in una superficie come in quelle che la a, e, f interseca de l'uso eretta in alto & adunque sia signato in quella el ponto g dal qual sian dritte le due perpendicolari alle due linee a, b & a, c lequale siano g, b & g, c (per la quarta di questo) la linea a, f sera perpendicolare alla superficie (cioe a quella in laquale sono finite le due linee g, b & g, c) adunque (per la precedente tola due volte) sera e l'altra de quelle due linee a, b & a, c e perpendicolare alla medesima superficie cioe a quella in laquale sono finite le dette due linee g, b & g, c (per la sesta proposizione di questo) adunque quelle sono fra loro equidistanti che e il proposito.

Theorema .x. Proposizione .x.

¹⁰ Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidistanti ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposte, & non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se producano fra loro esser equali.

Siano le due linee a, b & a, c che si tocchino fra loro angularmente in ponto a equidistanti a altre due lequale siano d, e & d, f fra loro anchora si tocchino in ponto d e sian con quelle in una superficie. Dico l'angolo a esser e quale all'angolo d hoc sia fatta la linea d, e eguale alla linea a, b alla quale e posta esser equidistante & la d, f lequale alla a, c allaquale etiam e posta equidistante da quella & sian dritte le linee d, a & e, b & f, c (per la trigesima terza del primo) pigliata due volte l'una e l'altra delle due linee b, e & c, f eguale & equidistante alla linea a, d (adunque per la concorrenza & per la precedente) le medesime sono fra loro eguale & equidistanti adunque (per la trigesima terza del primo de nouo repetita) & le due linee b, c & e, f s'anno etiam eguale & equidistanti, adunque (per la cetima del primo e manifesto il proposito)

problema primo. Proposizione .xi.

¹¹ Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condurre una perpendicolare a una data superficie,

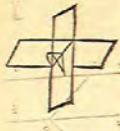




Si a el ponto a. di sopra in aere del quale volemo con durre vna perpendicolare alla subgiacente superficie: & douque in quello piano sia dotta la linea b. c. (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto a. sia dotta la perpendicolare. d. secondo la dottrina della 1. del primo, & vualtra volta dal ponto d. in quello piano: al quale e da esser dotta la perpendicolare dal ponto a. sia tirata la linea e. la quale sia ppendicolare alla linea b. c. (che insegna la 1. del primo) Anchora a quella linea d. sia dotta vualtra linea perpendicolare dal ponto a. la qual sia a. i. questa dico esser quella li quale intendemo, & per dimostrar questo sia tirata la linea f. g. equidistante alla linea b. c. & che perche l'uno e l'altro di dno angoli b. d. a. & c. b. d. f. e retto (per la quarta de questo) la linea b. c. sara perpendicolare alla superficie in la quale e el triangolo a. d. f. e pero etiam (per la ottava de questo) la linea g. f. sara perpendicolare alla medesima superficie: adde que per la diffinitione l'angolo g. f. a. sara retto, & conosciu anchora che l'angolo d. f. a. sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea a. d. esser perpendicolare alla superficie in la quale sono le due linee d. f. & g. che e il proposito.

Problema.ii. propositione.xii.

¹² Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotmo
¹² da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da vn ponto signato in vna proposta superficie desiderari di esser durre vna perpendicolare, da vn altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurrai vna perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, la quale se la calchiarai nel ponto assignato lei sara quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto da quello medesimo assignato ponto tu ducrai vna equidistante alla condotta perpendicolare, & quella (per la prima de questo) tu appropinqua i esser quella che tu cerchi.

Theorema.xi. Propositione.xiii.

¹³ Egli e impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonal
¹³ mente a una superficie.



Perche se gli e possibile (per l'aduersario) che due linee rette a vna medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra vn ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser prodotta per fina a tanto che le gli la superficie alla quale le dette linee stiano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la comune sezione di quelle sara vna linea retta, & perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la comune sezione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa e impossibile, & si come che di sopra haueuo dimostrado esser impossibile da vno medesimo ponto che sia dentro duna superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie: cosi anchora dimostreremo esser impossibile, da vno medesimo ponto fora duna superficie signato poter esser due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistanti (per la setta propositione de questo) laqual cosa e impossibile (per la diffinitione delle linee equidistanti) douque da questa e manifesto che se alcuna superficie plana segura vna altra superficie plana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dotta vna perpendicolare alla superficie segata quella e necessaria ouer in la comune sezione de quelle, altrimenti dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta vna perpendicolare alla comune sezione de due con
insegna

Insegna la dodicesima del primo, & dal punto inel qual taglia con la comune sezione vn'altra perpendicolare sia ditta alla medesima comune sezione in la superficie seghata come insegna la vndecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie creta orthogonalmente sopra vn'altra, l'angolo che contengono quelle due linee perpendicolare, e retto, per la qual cosa (per la quarta di questo) la prima de quelle due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie seghata, adonque da vno punto sono prostrate due linee perpendicolari a vna medesima superficie laqual cosa e impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Traduttore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mai si può dare a questa intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol con parole se depinge sicche non e difficile.

Theorema.xii. Propositione.xiii.

¹⁴ Se una linea stia orthogonalmente sopra due assignate superficie
¹⁴ Anchora se quelle due superficie seranno prostrate in qualunque parte in infinito mai concorrano.

Si posta vna linea stare a due superficie orthogonalmente, hoc se posside e (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la comune sezione de quelle laquale (per la terza di questo) sera una linea retta, & sia signato vno punto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano prostrate due linee in quelle due superficie a quella linea laquale superita perpendicolarmente sopra a quelle & sera costituito vno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno e l'altro di duci angoli del detto triangolo (che li sta nno sopra la perpendicolare) e retto come per la diffinitione della linea stiano perpendicolarmente sopra vna superficie, & questo e impossibile (per la trigesima seconda del primo).

El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti cala una linea retta laqual sia perpendicolare a una di quelle anchora quella sera perpendicolare all'altra.

Si inteso che superficie posti equidistanti vna linea retta penetrante ambe due quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sta perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrarlo tal cosa sia insera vna superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la comune sezione de quella superficie segante & dell'una delle segate cioe de quelle alla quale la linea penetrante e posta stare perpendicolarmente contenera angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendicolare ad una superficie, adonque se l'altra comune sezione de detta superficie segante, & dell'altra delle due se gate in la medesima linea penetrante non osterera angolo retto (per la vicina perditione del peso) seguita che ille due comune sezioni in vna parte prostrate necessariamente concorreranno per la qual cosa etiam le superficie che sono state poste equidistanti necessariamente concorreranno & perche questo e impossibile le seguita che quel angolo e retto, & per lo medesimo seguita de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistanti sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, & per quella decima quarta e manifesto essere il vero quello haucmo detto.





15 Se faranno due linee che fra loro si tocchino angularmente equidistanti a altre due che pur si tocchino angularmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo prodotte quanto si uoglia in una parte potran concorrere.

Siano le due linee $a.b.c.a.c$ lequale se tocchano angularmente in punto $a.c$ equidistanti alle due linee $d.e.f.d.f$ che si tocchano angularmente in punto $d.f$ non siano in una superficie: dico le superficie di quelle la qualinque parte prodotte & quanto si voglia e necessario che mai concorrano, & per dimostrarlo questo sia protratta dal punto d (come in figura la quinta de quello) una linea perpendicolare alla superficie delle due linee $a.b.c.a.c$ & sia la $d.g$ & dal punto g sia dritto $g.h$ equidistante alla $a.b.c$ & la $g.k$ equidistante alla $a.c.d.f$ (per la distinzione) l'uno e l'altro di due angoli $d.g.h$ & $d.g.k$ sarà retto & (per la nona) la linea $d.f$ sarà equidistante alla linea $g.k$ & la linea $d.e$ sarà equidistante alla linea $g.h$ (per la quale) per la stessa parte della vigesima nona del primo libro e l'altro di due angoli $e.d.g$ & $f.d.g$ sarà retto e però (p la quarta di questo libro) la linea $d.g$ sarà perpendicolare alla superficie delle due linee $d.e.f.d.f$ & concorre che quella sia ancora (per di preposizione) perpendicolare alla superficie delle due linee $a.b.c.a.c$ adunque per la precedente è manifesta, che è il proposto.

Theorema.xiiii. proposizione.xvi.

16 Se una superficie segara due superficie equidistanti le comune sezioni saranno equidistanti.



È manifesto (per la terza) che una superficie segante qualunque due superficie equidistanti le comune sezioni de qu'elle siano due linee rette lequale concorre che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non saranno equidistanti (per l'aduersario) sia supposto concorrere a quel si uoglia punto adunque sarà che uno medesimo punto sia in l'una e l'altra delle due comune sezioni, concorre che una di quelle comune sezioni e in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, segata adunque quelle superficie (che sono supposte esser equidistanti) concorrere & questo è impossibile adunque le comune sezioni de quelle sono equidistanti che è il proposto. Da questa & dalla precedente si può formare una conclusione simile alla trigesima del primo libro cioè questa se faranno due superficie a una equidistanti quelle medesime ancora faranno fra loro equidistanti, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario qu'elle saranno equidistanti fra loro, hor siano segnate tutte tre quelle superficie da due linee fra loro seghante, & per questa lista decima le comune sezioni delle due estreme superficie faranno equidistanti alle sezioni della media, per la quale cosa per la trigesima del primo quelle sezioni delle due estreme superficie faranno equidistanti fra loro, & perche quelle se toccano in la commona sezione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente evidentemente te è manifesto quello che habbiamo detto.

Theorema.xv. Proposizione.xviii.

17 Se due linee rette che si tocchino fra loro ouero che siano equidistanti

stare leghino tre ouer più superficie equidistanti, le porzioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

Siano insieme due linee rette penetrante a qualunque modo si voglia, are superficie equidistanti ouer etiam più di tre, adunque dico le due porzioni di quei le linee tolte fra qual due superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre intere come da quelle superficie equidistanti. si per dimostrare questo siano congiunte le due estremità di quelle due linee, ditta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale sera con l'una e l'altra di quelle due penetrante superficie propoite in vna superficie legante quelle superfici propoite equidistanti, adunque se con la mente tu penetrarai le comune sezioni di queste superficie, lequali per la precedente saranno equidistanti (per la prima parte della seconda del libro) sera manifesto il propoito.

Theorema.xvi. Proposizione.xvii.

13 Se una linea stia orthogonalmente in una assegnata superficie, ogni

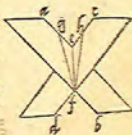
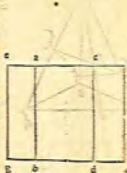
14 superficie ditta da quella linea: per qual uerso ne parte, sera orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assegnata.

Sia la linea a.b. eretta perpendicolarmente sopra alla segnata superficie, & dalla linea a. sia prodotta vna superficie per qual uerso si voglia, hoc sia la c.d. inquit dico esser perpendicolarmente eretta sopra la assegnata superficie perche connota che si tagli la superficie assegnata la comune sezione de quelle sera una linea retta (per la terza di quinto) & sia la e.g. adunque segnato qual si voglia punto in quella comune sezione, qual sia d. & da quello sia tirato in la superficie che e prodotta dalla linea a.b. vna perpendicolare alla linea e.g. laqual sia d.c. & per la seconda parte della vigesima octaua del primo sia linea c.d. sera equidistante alla linea a.b. & pero per la octaua di questo sia linea c.d. etiam perpendicolare alla superficie propoita, adunque perche per questo modo qual si voglia linea protratta orthogonalmente da qual si voglia punto della linea a.b. ditta essa linea b.d. in esse superficie e che e prodotta per la linea a.b. & perpendicolare alla propoita superficie (per la diffinitione della superficie e sera orthogonalmente sopra a vna superficie e manifesto esser el vero quello che e propoito.

Theorema.xvii. Proposizione.xix.

15 Se due superficie che fra loro se leghino seranno erette orthogonalmente sopra a una superficie la comune sezione di quelle sera perpendicolare alla medesima superficie.

Siano le due superficie a.b. & c.d. che insieme si leghino e rette orthogonalmente sopra vna assegnata superficie, & sia la comune sezione di quelle la linea retta e.g. hoc quia e.g. dico esser perpendicolare alla assegnata superficie essendo extraneo per l'aduersario) dal punto f. in quale e comun termino delle due superficie insieme leganti, & della terza superficie fecta, sia prodotta vna linea retta in la logice a.b. (laqual sia f.g.) perpendicolare alla assegnata superficie finitamente dal medesimo punto sia ditta v'altra perpendicolare alla medesima superficie che sia finita in la superficie c.d. & quella sia f.h. & le due linee f.g. & c.d. n. seranno insieme orthogonalmente alla superficie assegnata sopra vn poco & cito e impossibile per la 3. di questo & non bisogna da



biter che l'no possi esser ptane tal linee dal pto. In l'ua e l'altra delle due superficie a.b.&c.e.d. quido che e.f. non fosse ppendicolare alla assignata superficie sia tra la linea f.b. & la sezione della superficie a.b.&c. della superficie assignata, & la linea f.d. della superficie c.d.&e. della superficie assignata, adunque le linee e.f. & f.b. sara ppendicolare all'una e l'altra delle due linee f.b.&c. & f.d. quella anchora sara ppendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non sara ppendicolare all'una ne l'altra (per l'aduersario) sia la l.g. ppendicolare alla f.b. & la f.h. ppendicolare alla f.d. & poi dal ponto g. protraa in la superficie assignata, vna linea ppendicolare alla linea f.b. la quale per la definizione della superficie creta orthogonalmente sopra vna lra, conuenra angolo retto con la linea f.g. adunque (per la quarta di questo) la linea f.g. sara ppendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protraa vna lra dal ponto f. in la superficie assignata la quale sia ppendicolare alla linea f.d. seguita (per la definizione predita & per la quarta di questo) la linea f.h. esser ppendicolare alla superficie assignata la quale o si e impossibile (per la terza de clm. de questo) ma se l'a diuersario confessa la linea e.f. esser ppendicolare alla linea f.b. ma non alla linea f.d. seguita per similitudine la linea e.f. & f.h. esser ppendicolare alla superficie assignata che alente di manco e impossibile.

Theorema. xviii. Proposizione. xx.

20 Se tre angoli superficiali contengano un angolo solido, ciascuno d'oro di quelli tolti insieme sono maggiori dill'altro.



Si anole tre linee a.b. a.c. & a.d. pyramidalmente eretz sopra alla superficie b.c.d. continerete tre angoli superficiali delle quale vien compilo l'angolo solido co in ponto a. ritoi quali doi angoli si voglia de quelli angoli superficiali conueni l'angolo solido in ponto a. tolti insieme esser maggiori del terzo, perche se questi tre angoli superficiali seranno fra loro equali, ouerle doi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno e l'altro di doi equali e manifesto p communa scienda esser il vero quello che saro de c. e, ma se vno de quelli sara maggiore di qual si uoglia dell' altri doi restanti, o siano posti equali, ouero no equali al presente e manifesto quel maggiore con quel si uoglia dell' altri doi restanti tolti insieme esser maggiore del terzo, ma de quelli doi minori tolti insieme così se appende esser maggiori di quello terzo che sia supposto esser maggiore di qual si voglia dell' altri doi. sia che dell' tre proposti angoli superficiali l'angolo e a.d. sia maggiore di qual si voglia dell' altri doi rimanenti a.b. & c. que tagliato de quello e a.c. d. equale all'angolo b.a.d. protraa la linea a.e. & e.g. giungendo da questa linea a.e. la linea a.g. & dalla linea a.b. la linea a.h. la quale po nero ouero laro equale & protraa dal ponto g. vna linea in la superficie delle doi linee a.c. & a.d. calcante come si voglia per fina a tanto che quella seguita o in ponto h. & a.d. in ponto k. & quella sia la h.g. & x. & protraa le linee f.b. & f.h. & k. & concluda adunque che a.f. sia equal alla g. post a.a. & commune per la quarta dill' primo) la f.k. sara equal alla h.g. & x. perche (per la vigesima del primo) le due linee h.f. & f.k. sono maggiori della linea h.k. (per la quarta conuentione) la h.f. sara maggiore della h.g. & e pero (per la vigesima quinta del primo conu.) sia che la linea a.f. sia equa e alla linea a.g. sara l'angolo f.a.h. maggiore dell'angolo h.a.g. adunque (per la conuentione) se manifesto il doi angoli a.f. & a. k. tolti insieme esser maggiori del l'angolo b.a.d. laqual cosa era da dimostrare.

Theorema. xix. Proposizione. xxi.

21 Ogni angolo solido e se ap pua esser minore de quattro angoli retti.
1 a quarta

LA quantità dell'angolo solido se determina dalla quantità dell'angoli superficiali che contengono quelangolo solido. Adunque questa vigesima prima proporzionalmente propone anchora che quai si voglia angoli superficiali che contenghino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori di quattro angoli retti, hor siano li triangoli della pyramide a.b.c.d. della quale conosciu che l'angolo supremo possi esser qual si voglia di suoi angoli insieme in questo loco sia a. Del qual dico che li tre angoli superficiali che contengono il detto angolo a. sono minori de quattro retti perche egli manifestò per la trigesima seconda proposizione del primo li noue angoli de tre triangoli circoscritti a questa pyramide (& questi sono a.b.c.a.e.d.a.d.b.) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che e il triangolo b.c.d. e manifestò anchora (per la medesima) che quelli sono equali a due angoli retti, conosciu adunque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale disottimo del supremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolti tre oster siano maggiori di tre angoli del triangolo della basa, seguita adunque quelli sei angoli esser maggiori de due angoli retti adunque levando via dalli noue angoli di tre triangoli circondanti la pyramide, questi sei angoli li tre restanti saranno minori de quattro retti, & quelli sono quelli che costituiscono l'angolo a. solido, ma se l'angolo a. suppremo in la tola pyramide sera contenuto de più che tre angoli superficiali laqual cosa sera secondo la moltitudine dell'angoli della sua basa, conosciu adunque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalment et (per la trigesima seconda proposizione del primo) siano equali a tanti angoli retti quanto e el numero delli angoli della sua basa duplicato: imperche tanti e necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto saranno li angoli della sua basa, & conosciu che tutti li angoli della sua basa siano a tanti angoli retti equali, quanto e el numero duplicato delli suoi angoli e da quelli tramoue quattro) come in la trigesima seconda proposizione del primo e stato dimostrandò) conosciu, adunque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalment insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come euidentemente e manifestò (per la precedente) repetita tante volte quanti angoli hauera la basa, hor seguita necessariamente (per comune scientia) li angoli superficiali contengono l'angolo a. solido tolti equalment insieme essere minor, de quattro angoli retti, dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinatamente sopra di lati della basa della pyramide eccedono tutti li angoli della basa tolti equalment insieme.

Il Traduttore.

Questa presente proposizione nella seconda traduzione dice in questa forma videlicet.

Theorema.xix. Propositione.xx.

Ogni angolo solido e compreheso sotto men de quattro angoli piani.

LA qual proposizione parla più correttamente di l'altra perche in oter l'angolo solido non e comparabile a angoli piani pero non possiamo dire (senza reprehensione) che uno angolo solido sia minore ne maggior ne esse a quattro.



Theorema. xx. Propositione. xxii.

- 22 Se seranno tre angoli superficiali di quali ciascuno di doi tolti insieme
 23 sian maggiori del terzo, & tutti fra loro sian contenuti de linee e
 quales delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (dalli ter-
 mini di dette linee eguale) eglie possibile a essere costituito uno
 triangolo.

Siano li tre angoli superficiali b, a, c, e, d, f, g, k come se propone cioè tali
 che ciascuno di doi di quistiano maggiori del terzo, & siano li sei lati poimend
 quelli equali, liquali siano $a, b, a, c, d, e, d, f, g, h, g, k, k$ sian protratte di sotto a
 quelli le tre base loquale siano b, c, e, f, h, k . Dico adunque che da quelle tre base
 pol' esser costituito vn triangolo hor sia fatto l'angolo b, a, l eguale all'angolo d
 & la linea a, l alla linea d, e , & sian protratte le b, l, e, k (per la quarta del primo
 la linea a, l sara eguale alla linea a, f , & dal presupposto) e manifestò lo total an-
 golo a esser maggiore dell'angolo g , perche, ciascuno di doi (delli tre) angoli $b, a,$
 c, d, k, g seranno maggiori del terzo adunque (per la vigesima quarta del primo
 la linea a, l e maggiore della linea h, k & concidia che per la vigesima del
 primo) le due linee b, h, a, b, e sian maggiori della linea a, l, e seguita le due linee
 l, b, e, e esser molto piu forte maggiore della linea h, k adunque perche l, b, e
 e quale alla a, f, e le due linee a, c, e, e seranno maggiori della linea h, k , adonq
 per questo modo e manifestò ciascuna due linee delle tre linee b, c, e, f, h, k esser
 piu lunghe della terza adunque (per la vigesima seconda del primo) e manifestò
 esser il vero, quello che e stato dimostrato solamente aggiuntosi questo che se li doi
 angoli b, a, c, e, d, f tolti insieme siano equali a doi retti, le due linee a, d, e, a, c (p
 la decima quarta del primo) seranno vna sol linea la quale concidia che la sia
 eguale (dal presupposto) alle due linee $g, h, & g, k$ lequale (per la vigesima del
 primo) sono piu longe della linea h, k & concidia che (per la medesima) le due
 linee $l, b, & l, e$ siano piu longe della linea a, c seguita come prima b, a, c, e, f tol-
 te insieme esser piu longe della h, k , ma se li doi predetti angoli siao maggiori
 de doi retti (per la vigesima prima del primo) le due linee a, l, e, a, c, e pero de
 le due $g, h, & g, k$ seranno piu corte delle due lequali sono $l, b, & l, e$ per la qual
 cosa come prima b, a, c, e, f tolti insieme sono piu longe della linea h, k .

Problema. iiii. Propositione. xxiii.

- 24 Proposti tre angoli superficiali di quali qualunque doi tolti insieme
 25 sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme sian minori di quat-
 tro angoli retti, con altri tre che sian a quelli equali puoemo co-
 stituire uno angolo solido.

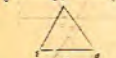
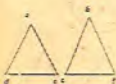
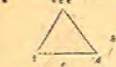
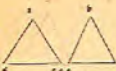
Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano a, b, c con tre altri a quelli
 equali volemo costituire vno angolo solido, & bisogna adunque (per la vi-
 gesima propositione di questo) che qualunque doi de quistoi insieme siano
 maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo) che tutti
 tre tolti insieme sian minori di quattro angoli retti adunque sian tutte quiste
 cose in questi, & li lati continenti quelli sian tutti fra loro equali, & a quelli
 sian sotto tendute tre base & quiste sian $d, e, f, & d, e, f$ (per la precedente) de
 tre linee eguale a quelle base sara possibile essere costituito uno triangolo.

Sia adunque

Sia adunque da queste (secondo la dottrina della vigesima seconda del primo) costruito lo triangolo, d.e.f. il quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circoscritto lo circolo, d.e.f. sopra il centro, g. & siano protraite le, g.d. & g.e. lequale concioncia che quelle siano fra loro eguale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre propoiti angoli) sono etiam eguali (dal presupposito) eglie necessario che ciascuna di quelle sia minore di cadanno di quelli lati, & e impossibile esser eguale ouer maggiore, perche se la linea che vien dal centro, g. alla circonferentia del cerchio, d.e. fosse eguale ad alcuno di lati, a.d. & e.b. & c.d. & e.f. seguitaria (per la octava del primo) li tre angoli propoiti, b.a.c. esser e quali alli tre angoli, d.g.e. & o.g.f. & g.d.e. concioncia che quelli tre angoli siano eguali a quattro angoli retti (come facilmente e manifesto dalla tredicesima del primo) protraeta per un pochetto una delle linee che esseno dal centro alla circonferentia in continuo & diretto seriano etiam li tre angoli, a.b.c. anchora eguali a quattro angoli retti che e contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son, a.b.c. sopra alli tre triangoli che distico e il triangolo d.e.f. cioè ciascun de quelli sopra quello con el quale comunica in basatalmente che le base eguale siano poste sopra alle base equas le & li angoli, a.b.c. cadano alla parte del pocto, g. seguitaria (per la vigesima prima del primo) li tre angoli, a.b.c. esser maggiori dell' tre liquali son, d.g.e. & g.f. & g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che e molto piu contras rio dalle cose suppoite, adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tres propoiti angoli esser maggiore della linea che vien dal centro, g. alla circonferentia d.e. & e pero e piu potente, sia adunque piu potente nel quadrato della linea, g.h. laquale (secondo la duodecima di questo) se orthogonalmente creta sopra la superficie del triangolo ouer del cerchio, d.e.f. & siano protraite le tre promissie, h.d. & h.e. & h.f. laquale dico contenere tre angoli superficiali e quali alli tres propoiti, sufficiunt lo angolo solidoin pocto, h. perche concioncia che el quadrato della linea, d.f. sia eguale alli doi quadrati delle due linee, d. & g. & e. g. h. dal presupposito & lo quadrato della linea, d.h. sia eguale alla medesima (per la penultima del primo) e necessario la linea, a.d. esser eguale alla linea, d. h. e lo medesimo modo etiam la linea, a.e. alla linea, e. h. adonque (per la octava del primo) concioncia che le base siano etiam eguale, l'angolo, a.f. era eguale all'angolo, d. h. e. similmente anchora l'angolo, b.f. era eguale all'angolo, e. h. f. & l'angolo, c.e. eguale all'angolo, f. h. d. per la qual cose e manifesto esser fatto quello che habuemo disposto di fare.

Ma se per caso el centro del cerchio sera in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato, e.d. & che sia, g. & sia tirata la linea, f.g. dico naltara uolta che lo lato, a.d. e maggiore di, f.g. & se non e maggiore ouer che el detto, a.d. e eguale al detto, f.g. ouer che eglie minore hor poniamo (se eglie possibile) che prima sia eguale adonque le due linee ouer lati, a.d. & e. (che sono quanto che, b.e. & h. f. ouero c.f. & e.d.) sono eguali alle due linee, e.g. & g.f. che e come tutta la, e.g.d. ma la detta, e.g.d. e supposta eguale alla base, d.e. (del triangolo, a.d.e.) adonque li doi lati, a.d. & a.e. del triangolo, a.d.e. sono e qual alla base, d.e. laqual cosa e impossibile, adonque lo lato, a.d. non e eguale alla, g.f. similmente anchora se potra dimostrare che non e minore, adonque la detta, a.d. e maggiore della, g.f. hora similmente se la, a.d. e maggiore della, g.f. lei sera anchora piu potente, hor sia anchora rapiu potente nel quadrato della linea, g.h. laquale sia posta perpen dicolare alla superficie del cerchio in pocto, g. & protraite medesima mente le tre Y potissime, h.f. & h.e. & h.d. & sera costituito il problema.





Che il lato $a.d.$ non possa essere minore della $g.f.$ se verifica in questo modo perche supposto che sia minore per l'adversario significa che la base $d.e.$ sia maggiore delle due lat $a.d.$ & $e.f.$ & aqualcosa e impossibile per la vigesima proposizione del primo.

Ma se per fare il centro del cerchio sera fuori del triangolo, $f.e.d.$ poniammo anchora nel punto $g.f.$ & si tirata la $g.f.d.$ similmente lo $e.g.$ & $d.g.$. Duo anchora che la $a.d.e.$ maggiore della $g.f.$ & se la non e maggiore per l'adversario quer che la e uguale quer che la e minore, hor sia prima mente uguale, adonque le due linee $a.d.a.$ & $e.f.$ & $d.g.$ sono eguale alle due $e.g.g.f.$ (cioe luna all'una e l'altra all'altra) & la base $e.f.$ del triangolo $b.e.f.$ (dal presupposto) e uguale alla base $e.f.$ del triangolo $e.g.f.$ adonque l'angolo che so modo $e.b.f.$ (per la ottava del primo) e uguale all'angolo che sono $d.e.g.f.$ per le medesime ragioni & quello che e sono $d.f.d.e.$ e uguale a quello che sono $d.f.e.d.$ addi que tutto l'angolo sotto di $e.g.d.$ e uguale a quelli due sotto di $e.b.f.$ & $f.d.e.$ & $f.d.e.$ & $d.g.f.$ che sono sotto di $e.b.f.$ & $d.g.f.$ sono maggiori di quello che sono $d.e.d.a.$ adonque quello che sono $d.e.g.d.$ e maggiore di quello che e sono $d.f.d.e.$ & perche le due $a.d.$ & $e.f.$ sono anchora eguale alle due $e.g.d.g.f.$ la base $d.e.$ del triangolo $a.d.e.$ (dal presupposto) e uguale alla base $e.f.$ del triangolo $e.g.f.$ adonque l'angolo che sono alle $e.g.d.$ (per la ottava del primo) e uguale a quello che sono alle $d.a.e.f.$ & manifestato che e anchor maggiore che e una cosa adonque da adonque la $a.d.$ non e uguale alla $f.g.$ anchora dimostreremo che la non e minore, adonque lei sera maggiore etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea $g.f.$ la quale sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in punto $g.f.$ sia concluso il problema.

Ho dico come disopra e demo che la $a.d.$ non e minore della $f.g.$ & le que ho e possibile per l'adversario anchora la $b.e.$ e la eguale sera pur minore della medesima $f.g.$ hor sia posto oner fatta la $g.f.$ & eguale alla $b.e.$ & la $g.f.$ eguale alla $b.f.$ & si tirata la $b.f.d.$ perche la $b.e.$ e uguale alla $b.f.$ la $g.f.$ sera eguale alla $g.f.$ per laqualcosa e il restante $K.f.$ sera eguale al restante $L.e.$ adonque la $L.e.$ (per la vigesima ottava del primo) e parallela alla $b.f.$ perche il triangolo $L.e.g.$ e equiangolo al triangolo $g.f.b.f.$ adonque (per la sesta del sesto) si come e lo $g.f.a.f.$ con lo $g.f.a.f.$ & $K.f.$ & $L.e.$ & $L.e.$ & $g.f.$ e maggiore della detta $g.f.$ adonque la $L.e.$ e maggiore della $L.e.$ & la base $L.e.$ e uguale alla base $f.e.$ del triangolo $b.e.f.$ adonque & la base $L.e.$ e maggiore della $K.f.$ (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due $b.e.$ & $b.f.$ sono eguale alle due $K.g.f.$ (cioe luna a luna e l'altra all'altra) & la base $L.e.$ e maggiore della base $K.f.$ adonque l'angolo che sono delle $e.b.f.$ (per la vigesima quinta del primo) e maggiore dell'angolo che sono delle $d.a.f.$ similmente anchora se pigliamo la $g.m.$ eguale alla $g.f.$ & l'altra delle due $g.f.$ & $L.f.$ tirata la $L.f.$ dimostreremo che l'angolo che sono le $f.e.d.$ e maggiore di quello che sono di $K.g.m.$ sia adonque concluso per la vigesima terza proposizione del primo) alla linea retta $f.g.$ nel punto $g.f.$ l'angolo $g.f.g.$ e uguale all'angolo $e.b.f.$ & l'angolo $L.f.g.$ e uguale all'angolo $e.b.f.$ & si tira luna c'altre delle due $g.m.$ & $g.f.$ (per la terza del primo) & per la $g.m.$ & $K.f.$ si tirate le linee $K.m.$ & $g.m.$ & $K.f.$ perche le due linee $b.e.$ & $b.f.$ sono eguale alle due $K.g.f.$ & l'angolo che sono delle $e.b.f.$ e uguale all'angolo che sono delle $K.g.m.$ adonque la base $L.f.$ (per la 4 del primo) e uguale alla $K.m.$ & per le medesime ragioni etiam la $L.f.$ e uguale alla $K.m.$ & perche le due $f.e.$ & $d.f.$ sono eguale alle due $K.m.$ & l'angolo sotto di $e.f.d.$ (del cerchio) e maggiore di quello che sono di $K.m.$ adonque la base $e.f.$ (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della base $K.m.$ & la detta $L.f.$ e uguale alla base $e.f.$ del triangolo $L.f.d.$

adunque è manifesto il secondo proposito scilicet per la triginta quinta proposi-
tione del primo è manifesto tutti i lati opposti di quelle tre superficie essere eguali.
Adunque li due lati opposti l'angolo piano di ciascuna di quelle tre superficie equali
alli due lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposta, anchora
li angoli continenti da quelli due lati a due lati per la decima di quello seranno
equali adunque per lo concorso della penultima a ciascuna sententia posta nel
libro è necessario ch'esse ne due superficie opposte inel solido a. b. essere fra loro
tonale che è il proposito.

Theorema. xxi. Propositione. xxi.

²⁵
₂₅ Se alcuna superficie segbara alcuno solido parallelogrammo e
quidistantemente alle due superficie opposte di esso solido, li doi
corpi pariali (iquali sono copolati a quella superficie seghante co
me a comun termine) Sono proportionali alle sue base.

Sia il corpo a.b. solido parallelogrammo, & la superficie, c. d. sopra quello eg
dilatatamente alle due superficie opposte di quello lequale sono a. e. & f. b. & f.
sia la superficie d. b. & b. f. del detto solido a. b. della quale e manifestò per la pre.
cedente esser de lati equidistanti & la commune sectione delle due superficie c. d.
& g. h. i. sia la linea b. d. della quale e manifestò per la terza di quello che que-
la e come linea retta & per la decima metà di quello che quella e equidistante al
la g. e. & pero le due superficie g. d. & h. i. sono de lati equidistanti & quelle son
bale di doi corpi parziali in lequali la superficie c. d. divide el solido a. b. adongue
dicò che la proportion del solido a. d. al solido b. c. e. fi come della b. a. f. g. alla
b. a. h. i. & hoc per dimostrar quello siano procure (quanto te pare) dall'una e
l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie c. d. sopra li suoi angoli &
quelle sono a. b. & e. b. con le altre due a quelle equidistanti & si manifestò da tutte
quelle le perenni dalla parte del ponto b. quante tre pare, lequale siano poste a
vna per vna eguale alla linea b. d. & dalla parte del ponto c. similmente quan-
te tre pare, lequale siano poste eguale alla linea a. d. sopra lequale dall'una e
l'altra banda siano costrutti li solidi parallelogrammi secondo la lunghezza del-
le sue & siano dalla parte del ponto b. li solidi k. k. & l. m. & dalla parte del pon-
to c. li solidi a. n. & q. p. & f. per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno
di solidi k. k. & l. m. e eguale al solido a. b. & cadauno de li solidi a. n. & q. p. & f.
quale a. l. a. & adongue sia fatto l'arguimento fi come in la prima del letopreter
el solido a. m. e così moltiplice al solido b. c. come la b. a. h. i. alla b. a. h. i. & lo
solido g. e. c. così moltiplice al solido a. d. fi come la b. a. g. h. alla b. a. g. h. & fi
la b. a. h. i. m. e eguale alla b. a. g. h. lo solido c. m. e eguale al solido g. c. (per la
diffinitione di corpi equali & simili) & fi la b. a. e minore della b. a. & lo solido
e minore del solido a. f. e maggiore la qualesa e manifestò per la use
defina di simile) & se g. b. dalla maggiore b. a. alla equalita della minore &
desiderio sopra a quella el solido parallelogrammo adongue per la diffinitione
della incontinua proportionalita la proportion del solido a. d. al solido a. b. e fi
come la b. a. g. d. alla b. a. h. i. & e il propoito & se la soma superficie leghata
el corpo ferale equidistantemente alle due opposite superficie triangolare di que-
li doi corpi parziali in lequali sono coperti a quella superficie leghata (come a
commen termine) seranno proportionali alle sue b. a. h. i. & b. a. g. h. del corpo ferale
le del quale le due trigonal superficie siano a. b. & f. & e adongue manifestò (p
la diffinitione del ferale) cadauna di quelle tre superficie lequale sono a. b. & f.
b. c. & a. c. di el fer parallelogrammo adongue la superficie g. h. & f. sopra quello
ferale equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale so-
no a. b. & c. d. e. f. Dico adongue che la p. p. o. p. o. r. o. n. e del ferale a. k. l. l. o. l. l. e-
tate, g. i. & fi come la b. a. a. k. alla b. a. g. i. la qualesa se prova fi come
del solido



del solido parallelogrammo, perche protraite in l'una e l'altra parte le linee *a, d, b, e, c, f, x* fatti intra quelle dalla parte del ponto *e* li serali equali al serale *g, f, &* dalla parte del ponto *b*, altri equali al serale *a, k, d*, che numero voi dall'una e l'altra banda se con la mente vigilante procederai per la diffinitione della inconfonza proportionalita non te sara difficile concludere quello che haueremo detto.

Operatione. llii. Propositione. xxi.

- 26 Sopra uno dato ponto de una data linea rehta puoemo costituire
27 uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido *a*, che sia contenuto dalle tre linee *a, b, c*, & *d*, (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) alquale sopra el ponto *e* della proposta linea *e, f*, (laquale sia come pare al perponente, cioe distesa in piano ouero diuata in filo) desideremo de costituire vno angolo solido equale. Sia el fine della linea *e, f*, come ti uoglia & del ponto *g*, signato doue tu uorai produrre la linea *g, h, x* (per la scelta di que llo se due linee *e, f, g, h* seranno in una superficie, adunque in questa superficie sopra el dato ponto *e*, in la signata linea (secondo el modo della vigesima terza propositione del primo) continuerai vno angolo equale all'angolo *b, a, c*, & quel fia *e, g, d*, poi dalla linea *a, d* taglia la linea *a, h*, li come tu uorai & dal ponto *h*, producerai la perpendicolare *h, k*, alla superficie in laquale sono le due linee *a, b, c, a, d*, laquale come se debbia fare el te lo insegna la vndecima di questo) adunque a ti non bisogna pigliar cura dal ponto *k*, perche el ponto imponi o che la perpendicolare *h, k*, (co adusa alla superficie in laquale sono le due linee *a, b, c, a, d*) caschi fra esse linee ouer di fora via, ouer in vna di quelle concluderai solamente la linea *a, k, x* ponerai el ponto *l*, in la linea *a, b* doue uorai & producerai la linea *k, l, x, h, x*, & metti l'angolo *e, g, d*, in la superficie delle due linee *e, f, g, h*, equale all'angolo *b, a, c*, & la linea *e, m*, equale alla linea *a, k, x* dal ponto *m*, condotti la linea *e, n*, perpendicolare alla superficie in laquale sono due linee *e, f, g, h, x*, & pose quella equale alla *h, k, x* tira le linee *e, n, n, p, x, p, m*, dico adunque le tre linee *e, n, g, e, n*, conteranno vno angolo solido in ponto *e*, equale al proposto angolo *a*, laquale dimostra in questo modo concioia che (dal prelapso) li due triangoli *k, d, x, h, d* del triangolo *a, k, h*, siano equali alli doi triangoli *e, m, x, m, n*, del triangolo *e, m, n, x* li angoli che sono al *k, x, h* & al *e, m, n* sono vnti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente etetta sopra vna superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee *a, h, x, e, n*, equali anchora (per la medesima) le due linee *k, d, x, e, n*, peranno equali & pero etiam (per la medesima) *h, d, x, n, p, m*, non equali concioia che *h, d, x, k, l* siano equali alle *m, n, x, m, p, l* li angoli *h, k, l, e, n, p*, peranno (per la ottaua del primo) adunque l'angolo *n, e, p*, sera equale all'angolo *h, a, d* anchora per simil modo tu appropierai l'angolo *g, e, n*, essere equale all'angolo *a, d, a* adunque e manifestato non hauer fatto quello che volemo. Ouidio lettore se ponerai ben cura a questo che habemo operato di sopra da te senza impedimento potrai costituire il proposto angolar *a*, (che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.

Il Traduttore.

Doue che sopra il commentatore dice che dal ponto *g*, signato doue uorai produrre la linea *g, h, x*, & c, & c, me non pare che il detto ponto *g*, si possa ter doue ne pare antical parlar al pare fora di proposito & superfluo: perche istata solamente a dire che si debbia sopra el ponto *e*, costituire (per la vigesima terza del primo) l'angolo *e, g, h*, equale all'angolo *b, a, c*, & seguire poi come sopra.

- 27 Sopra a una assegnata linea puotemo costituire uno solido simile a
 27 uno dato solido de superficie equidistante.



Sia la assegnata linea $a.b$ del sito del quale over giaccia in piano, over sia in alto eleuata el non importa niente, & sia lo corpo. $c.d$ lo solido parallelo grammo assegnato al quale sopra la linea $a.b$ desideremo fabricare uno solido simile, siano adunque le tre linee continente li angoli superficiali delli quali vi e composto l'angolo. c solido delle infirme linee $a.e.c.f.g$ & (secondo li precetti della precedente) sopra el punto a della linea $a.b$ sia costituito uno angolo solido eguale $a.e.f$ sia contenuto dalle tre linee $a.h.a.k$ & con lo oggetto (della vndecima del sito) sia la proportion e della c a $a.k$ $a.b$ & della c a f la $a.h$ & della c a g alla $a.k$ una medesima proportion e dapoi dalli tre punti $b.h$ k sia protraite li linee cioe $h.l$ equidistante alla linea $a.b$ & $h.m$ equidistante alla linea $a.k$ anchor $b.l$ equidistante alla linea a $a.h$ & $b.n$ equidistante alla linea $a.k$ anchor sia tirata la linea $i.n$ equidistante alla $a.b$ & $i.m$ equidistante alla $a.h$ & gliu siano protraite $m.p$ equidistante al $h.l$ & $p.l$ equidistante al $h.m$ anchor sia protraite la linea $p.n$ & sera composto el solido parallelogrammo $a.p$ el qual dico esser simile al solido $c.d$ & questo (per la diffinitione) d'esse superficie simile & (per la diffinitione di corpi simili) facilmene tu concluderai le tre condizioni de quelle.

Theorema.xxviii. Propositione.xxviii.

- 28 Se alcuna superficie segara uno solido parallelogrammo sopra qua
 28 le due opposte superficie terminale di quello si voglia & sopra li doi diametri di quelle, quella medesima superficie e necessario tagliare quel corpo in due parti eguale.

Sia el corpo $a.b$ solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie $a.b$ ed $c.d$ seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposte terminante esso solido, lequale siano $a.d$ & $c.b$. Dico che la detta superficie divide esso solido ppoito in due parti equali poe e egli manifesto che ella divide quel solido in doi tronchi di quali le due e due superficie quadrante comparte, fra la loro secondo che esse sono li lati opposti del proposto solido (per la vigesima quarta de questo) e manifesto esser eguale, concluda che el solido del qual parlo non e poito esser parallelogrammo anchora (per la medesima & per la quadragesima prima del primo) e manifesto le superficie triatre di dui tronchi essere eguale adunque (per la diffinitione di solidi equali) e manifesto il proposto.

Theorema.xxviii. Propositione.xxix.

- 29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una
 29 medesima basa, & costituiti sopra una linea se prouano esser equali.



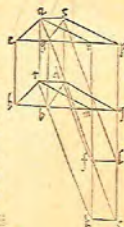
Vtro e che li solidi de lati equidistanti equalmente alti costitui di fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa & costituisce linee equidistanti come in la trigesima quinta del primo e stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser costituiti sopra una linea & questi tali son quelli, di quali li doi lati opposti delle supreme superficie prouano secondo la retitudine sono una sol linea & de quali tali quella vigeesima nona propone de dui altre e tutti que si esse e

li esser eguali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono detti esser costituiti sopra vna linea & sono quelli di quali qualuoghe di essi lati oppositi delle supreme superficie che siano tolti secondo la retitudine poteran non faro una sol linea, & de tali la seguente propone da dimostrare tutti questi anchora esser fra loro eguali. Stano adonque li doi solidi parallelogrammi egualmente alti ouer costituiti fra superficie equidistanti a. b. c. d. in sopra vna base laqual sia a. c. di quali le supreme superficie (quando siano protracti secondo la retitudine) vna linea, & quelli siano e. m. & f. n. Dico adonque che li solidi a. b. c. d. & f. n. sono eguali & quello se fabricarà la figura de quello secondo che bisogna in atto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di serarli come in quel luogo di triangoli tu poterai facilmente concludere, & la medesima diuerfina te occorre in questo luogo in li soli, che hai visto esser occorri in li superficie.

Theorema. xxy. Propositione. xxx.

30 Tutti li solidi de superficie equidistanti egualmente alti che serano costituiti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere eguali.

Sia al presente doi solidi parallelogrammi egualmente alti ouer in superficie equidistanti & siano sopra vna medesima basa, ma non costituiti sopra vna linea denoto: Dico gli esser eguali hor siano li doi solidi parallelogrammi a. b. c. d. & e. f. g. h. egualmente alti ouer sopra superficie equidistanti costituiti sopra vna basa laqual sia a. c. ma non sopra vna linea & siano le supreme superficie de questi e. b. & f. c. delle quali li lati oppositi poteran secondo la retitudine non serano vna linea & conceda che esse siano (dal presupposito) in vna superficie impero che li proposti solidi sono fra superficie equidistanti, e necessario che li doi lati de vna di quelle poteran secondo la retitudine, seghino li doi lati dell'altra de quelle poteran secondo la retitudine, adonque siano protracti li doi lati oppositi delle superficie e. b. liquali siano e. g. & c. h. b. & li doi oppositi della superficie c. d. & f. g. liquali siano f. c. & e. h. & seghino sopra li quattro ponti m. n. p. q. & la superficie m. n. p. q. sera delati equidistanti, eguale a ciascuna delle tre superficie delle quale vna e la comune basa deli proposti solidi & quella e. a. d. & le altre due restanti sono le supreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono e. b. & c. d. adonque dunque le linee del quattro ponti m. n. p. q. alle quattro angoli della basa a. c. diuersi secondo la diretta conuenientia lequale siano n. a. m. n. p. q. d. sera vno per tutto solido parallelogrammo a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di doi punti e egualmente alto & sopra vna linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si voglia di doi proposti solidi liquali sono a. b. c. d. & e. f. g. h. e eguale al solido a. q. adonque (per la conuentione) del solido a. b. e eguale al solido a. c. per la qual cosa e manifesto el proposito, parendoti tu poi anchora pteuer el consenso di questa & della precedente, dauendo al impossibile, perche ponendo qual si voglia doi soli di parallelogrammi esser eguali & costituiti sopra vna medesima basa & tu dimostrarti quelli esser egualmente alte & quella & la precedente seranno el tutto della tua demonstratione, & lo impossibile al qual tu docerai, sera la parte esser eguale al suo tutto, laquale e evidentemente appare, se de quel solido (eigualmente mentisse l'aduerfario esser piu alto) conceda che ambo siano possi eguali, & costituiti sopra vna medesima basa ne tagliarai vno solido parallelogrammo egualmente alto al piu basso & questo taglia tu tu conuenienti (per quella & per la precedente) esser eguale al piu basso e, pero (per conuenientia sententia) etiam a quel tutto del quale tu hauerai tagliato quello.



Li solidi de superficie equidistanti costituiti in base eguale, se saranno egualmente alti, & le linee angulari de quelli staranno orthogonalmente sopra le base, saranno equali.

Et questo anchora e vero che tutti li solidi parallelogramali costituiti in base eguale & intra superficie equidistanti oser egualmente alti sono fra loro equali si come in la trigesima sesta del primo e stato prouato delle superficie de equidistanti lati costituiti sopra equal base & intra linee equidistanti, ma de tai solidi alcuni sono delle quale le linee angulari sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de quelli tali questa trigesima prima propone de dimostrare quelli esser equali, ma poi egliene sono duna altra sorte delli quali le linee angulari non sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & di quelli altri calta sequente propone de dimostrare delli medesimamente esser equali, adunque siano intere sopra le due base $a.b$ & $c.d$, & questi siano equali & de equidistanti lati, ma tenem non siano duna medesima creazione, ma sia $a.b$ tetragono longo & $c.d$ un simile holsi ma ym li doi solidi de equidistanti lati costituiti egualmente alti & siano le linee erette sopra li angoli delle proposte base perpendicolare a quella dico questi doi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li doi lati della base $a.b$ & $c.d$ & siano quelli che contien l'angolo b . per fina al $d.e$ & f sia l'angolo b & c & siano equali all'angolo c della base $c.d$ & siano tolte le due linee $b.f$ & $c.g$ & queste alla doi lati della base $c.d$ & le quali contien l'angolo c & sia completa la superficie de lati equidistanti $b.b.h$ la quale sara eguale de simile alla base $c.d$ & de poi sia protratta la g & equidistante alla $b.f$ & la h & equidistante alla $b.c$ & la superficie quadrilatera $b.b.h$ de lati equidistanti sara eguale alla $b.b$. (per la trigesima quinta del primo) & conosciuta che $b.b$ ha eguale al $c.d$ (per la conessione) & $b.b$ ha eguale alla $a.b$, adunque sia completa la superficie de lati equidistanti. Protratta la linea $k.f$ per fina a tanto che quella concorra in punto loco uno di lai condouendo l'angolo a , adunque sia che sopra le tre superficie de lati equidistanti (lequale sono $b.b.h$ & $k.b.l$ & $c.d$) siano costituiti li solidi egualmente alti al solidi costituiti sopra la base $a.b$ & siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi costituiti sopra quelle chia, ma di de medesimi nomi, adunque e manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li doi solidi $b.b.h$ & $c.d$ sono equali & similissimi delli solidi $b.b$ & $c.d$ & manifeste (per la vigesima nona che questi sono equali per che sono equali menue alti, & costituiti sopra una medesima base, & questa sara la superficie eretta sopra la linea $b.f$ & sopra una linea h (per la vigesima quinta) la proporezione del solidi $a.b$ al solidi $b.b$ e si come la base $a.b$ alla base $b.b$ & (per la medesima del solidi $b.b$ al solidi $b.l$), vera e come della base $b.b$ alla base $b.l$ & conosciuta che dell'una e dell'altra delle due base $a.b$ & $b.l$ alla base $b.l$ sia una medesima proporezione (per la prima parte della similitudine del quinto) dell'uno & dell'altro di doi solidi $a.b$ & $b.l$ al solidi $b.b$ sara una medesima proporezione, adunque (per la prima parte della nona del quinto) li doi solidi $a.b$ & $b.l$ saranno equali, & per che di solidi $b.b$ e eguale al solidi $b.b$ & lo solidi $b.b$ al solidi $c.d$ seguita (per communata similitudine) el solidi $a.b$ esser eguale al solidi $c.d$ che e el proposui.

Theorema. xxyii. Propositione. xxxii.

Se li solidi de superficie equidistanti costituiti in base eguale, saranno egualmente alti, & le linee angulari non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli e necessario esser equali.

Fabricati doi corpi come se proponedoe che siano de tottali equidistanti, & equalmente alti & sopra base eguale, ma non erenti sopra le sue base per perpendicolarmente, ma ambo doi inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli siano date le perpendicolari alla superficie doue sono site le sue base lequale (per la setta) cadauna di quelle acadauna de lle altre sera equidistante, & etiam per el preiupposito cadauna acadauna eguale, perche quelle diffinifcono la altezza di proposti solidi, & le intra quelle san fatti solidi de equidistanti lati, sera manifesta (per la precedente) quelli doi solidi viciuamente costituiti esser fra loro equali, & concludia che delli doi primi & delli doi vicini siano in medesima base, cioè le superficie supreme de quelli manifesta (per la vigesima nona ouer trigesima) & per questa commune sententia quelle cose che sono eguale a cose eguale fra loro insieme sono eguale esser el vero quello che liato proposto. per questi medesimi mezzi si te pare tu poi dimostrare li conuersi di que sta & della precedente, ducendo quele indistintamente per lo medesimo modo & al medesimo inconueniente si come in li conuersi delle due antecedente, perche se tu poni li doi solidi parallelogrammi esser equali & sopra equal base, & tu conuenierai quelle esser equaliter alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conuenierai quelli essere lo pra base eguale.

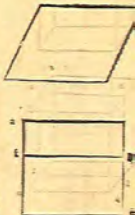
Il Traduttore.

Le due precedente proposizioni inella seconda tradotione se dimostraran no in vna sola propositione cioa in la trigesima prima.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxiii.

Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

Si ano doi solidi de superficie equidistanti equalmente alti costituiti sopra le due base a.b. & c.d. Dico che la proportion de l'uno all'altro di quelli doi solidi se si come la proportion de le due base (lequale sono a.b. & c.d.) dell'una all'altre, ortamente e manifesto (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due base esser de lati equidistanti adouque li doi lati oppositi & equidistanti in la superfi de a.b. siano perentri & fra quelli sia fatta vna superficie de lati equidistanti laqual sia f.e. equalle alla c.d. di poi sopra la superficie. f.e. sia compita vno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che e costituido sopra la base a.b. & sia common termine di ambo doi, quella superficie che e elliusa sopra la linea b.f. & questi solidi & le sue base siano chiamati de medesimi nomi perche adouque la base f.e. e eguale alla base c.d. (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) lo solido f.e. sera eguale al solido c.d. ma perche la superficie che se elliusa sopra la linea b.f. sega el total solido a.e. equidistantemente alli doi lati oppositi (per la vigesima quinta) la proportion de li doi solidi f.e. al solido a.b. sera si come la base f.e. alla base a.b. & concludia che si le base come li solidi c.d. & f.e. siano equali le base per el preiupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto tolti due volte, vna per le base & vna per li solidi) che la proportion de li solidi a.b. & c.d. de le base f.e. a.b. & c.d. sia vna medesima che voleuemo dimostrare, anchora lo conuerso di questa non e difficile de dimostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo doi solidi parallelogrammi esser proportionali all'e sue base, & tu conuenierai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario potesse esser piu alto vno solido parallelogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliato & l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) & concludia che



erente orthogonalmente sopra le bafe, più correttamente ftarà a dire, & le linee laterale che in alto fe eleuano ftiano erente orthogonalmente fopra alle fue bafe, perche le linee che determinano l'altezza di folidi femper fono perpendicolarre alla bafe di tai folidi (per la quarta definitione del fetto) ouer alla fuperficie doue fono fite le dette bafe & quelle tai linee della altezza non femper fono equae alle linee laterale che in alto fe leuano di tai folidi il medefimo fi debbe intendere nel commento di quella, etiam della fequente propofitione.

Theorema. xxx. Propofitione. xxxv.

³⁵
³⁴ Se doi folidi de termini equidiftanti faranno equali le bafe di quelli alle altezze di medefimi faranno mutue, & fe qualunque doi corpi de fuperficie equidiftanti, le fue bafe alle fue altezze faranno mutue fe potranno effer equali.

Quello che propofe la precedente di folidi parallelogrammi di quali le linee delle fue altezze fe eleuano orthogonalmente fopra le fue bafe, quella trigefima quinta propofe indiftintamente de tutti, ma conueniente demoftrare quella per la precedente, fi come habbiamo demoftrato in la trigefima feconda & 33. perche fabricati doi folidi che ftiano de equidiftanti lati fe le linee delle altezze alle fue bafe faranno erente orthogonalmente: e manifefto effer il vero quello che e detto per la precedente, ma felle non faranno orthogonalmente erente dalli quattro ponti angolari delle fuperficie fupprime in l'uno e l'altro folido fua prima quattro linee perpendicolarmente alle bafe, ouer dai ponti angolari delle infime fuperficie ne ftia erigiro quattro, interale quale compofcano doi folidi parallelogrammi egualmente alti alli folidi primi, & per la 29. & trigefima) quefti doi folidi faranno equali alli doi primi folidi, conche adooq che de quefti e de quelli ftiano le medefime bafe, & le medefime altezze, & (che per la precedente) ftia el vero quello che propofe qfta trigefima quinta di quefti fatti in vna ftia, il medefimo feta il vero etiam di primi.

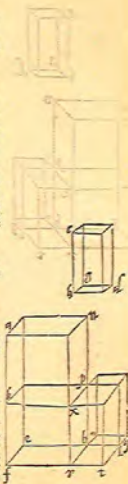
Il Traduttore.

Quar due precedenti propofitione in la feconda tradotione fe demoftra no in vna fola cioe in la trigefima quarta.

Theorema. xxxi. Propofitione. xxxvi.

³⁶
³⁵ Se doi folidi de fuperficie equidiftanti faranno fimili, la proportione di l'uno all'altro feta fi come la proportione triplicata, di quale fi voglia lato di l'uno al fuo relativo lato di l'altro.

Stiano li doi folidi a. b. & c. d. parallelogrammi & fimili, dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e fi come la proportione triplicata di l'uno di lai di quello all'uno di lai dell'altro a l'ui relativo fi come che la proportione de due fuperficie fimile, e fi come la proportione duplicata di foci lai relativi come fu demoftrato in la decima nona dell'itro perche li folidi a. b. & c. d. faranno equali conche ftia che fono ftia petti fimili (per la definitione di corpi fimili, & delle fuperficie fimile) tutti li lai di uno faranno equali alli doi relativi dell'altro, e per oqfta la che proportione triplicata, de due quantita equali ouer, folta quante ouer fi voglia quella non fa lauto che proportione de equa;



lia, adonq in questo caso e manifesto esser el vero quello che se propone, ma se
 seranno inequali sia $a.b$ maggiore del quale la lunghezza sia $b.c$ & la larghezza
 e d la altezza $a.f$ la base $e.r$ & la suprema superficie $a.c.d$ del solido $e.d$ la len
 ghezza sia $d.g$ la larghezza $g.h$ la stessa $b.c$ adonq e manifesto per la di
 finitione di corpi simili & p la diffinitione delle figure simili, & per lo s^{mo}te
 supposito che la proportion della $a.f$ alla $e.r$ & della $e.c$ al $h.g$ & della $b.c$ al $d.g$ &
 sia vna medesima adonq sia tolto dalla linea $a.f$ (laquale e manifesto esser
 maggiore della $e.c$) la linea f & uguale alla $h.c$ & le altre tre (determinate la
 stessa del solido $a.b$) siano ridotte alla equalita de quella & fra quelle sia com
 pito el solido parallelogrammo $f.b$ egualmente alto al solido $e.d$ & siano perse
 te le due linee della base $e.b$ & per fine $a.l$ & $n.b$ per fine $a.m$ & $f.a$ & $b.l$ & $e.g$ &
 $g.d$ & $b.m$ & uguale al $h.g$ & sia compito la superficie $m.l$ de lati equidistanti
 cha quale sera uguale & finale alla $h.d$ adonq sopra di quella sia eriguto lo soli
 do $p.q$ parallelogrammo secondo la predia altezza del solido $e.d$ & $h.p$ & q se
 ra uguale & simile al solido $e.d$ vn'altra volta fra le linee $a.h$ & $b.l$ sia compita
 la superficie $h.r$ & de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia eriguto lo solido
 parallelogrammo $r.l$ egualmente alto all'uno e l'altro di duoi solidi $h.p$ & $p.q$
 riempiendo l'uno e l'altro ei due angoli che sono dentro quella, & concluda che
 li duoi solidi $h.p$ & $p.q$ siano simili inperche ambedui siano posti simili al solido
 $e.d$ & li corpi simili a vno medesimo corpo in se loro sono simili, come e manife
 sto per la diffinitione di corpi simili, & per la vigesima del s^{to}, & e manifesto
 per la vigesima quinta tola tre m^{te} che fra li duoi solidi $h.p$ & $p.q$ secondo
 la contina proportionalita cadeno necessariamente li duoi solidi h & p & q
 adonq collatura ouer collatura la figura, & con la memoria ferma alli l^{ndi} di
 prop^ossimil per la prima del s^{to} facilmente concluderai il proposito, s^{to}for
 ne el corpo & ancoe diligentemente & separa per la vigesima quinta de que
 sto la proportion del solido $a.b$ al solido K & h & h si come della superfi
 cie $a.r$ alla superficie $K.r$ & pero per la prima del s^{to} si come della linea $a.f$ alla linea
 $h.f$ & la proportion del solido K al solido $r.l$ si come della superficie $K.r$ alla
 superficie $r.l$ & pero si come della linea f alla linea r & la proportion del
 solido $r.l$ al solido $p.q$ si come della superficie $r.l$ alla superficie $p.q$ & tanto e si come
 della linea r alla linea h & per il supposito e chiaro che la proportion della
 linea f alla linea r & della linea r alla linea h & si come della linea $a.f$ alla
 linea $h.f$ & per tanto per la diffinitione della proportion triplicata posta in
 tel prechiodo del c e manifesto che la proportion del solido $a.b$ al solido $p.q$ & po
 etiam al solido $e.d$ si come della linea $a.f$ alla linea K (triplicata, & perche la
 linea K e posta uguale alla linea $e.c$ & e manifesto esser el vero quello che determi
 na bisogna s^{to}re che cio che e stato dimostrarato di solidi parallelogrammi (per
 questa trigesima s^{ta} & per le sette contina precedenti a questa) il medesimo
 anchora se verifia nelli seranti di quali le base comunemente sono trigone ouer
 comunemente tetragone, & questo sera manifesto allo ingegnojo di quante
 la vigesima ottava & per questa trigesima s^{ta} & per la sette a quella continua
 mente precedentep^oche se serano qual si voglia seranti egualmente alti sop
 ra vna medesima base ouer sopra base eguale tamen comunemente trigone
 ouer comunemente tetragone, concluda che quelli siano la mita di solidi pa
 rallelogrammi delle sue alture (per la vigesima ottava quelli seranno eguali p
 la vigesima nona & per le tre che seguitano quella: perche di queste e ma
 nifesto li solidi parallelogrammi esser eguali al doppio de essi seranti. Simond
 et anchora se serano due seranti sopra base comunemente trigone, ouer co
 munemente tetragone egualmente alti quelli saranno proportionali alle sue ba
 se (per la trigesima terza) & se ha di solidi parallelogrammi perche que
 li (per la vigesima ottava) sono la mita di solidi parallelogrammi di sua altezza
 & di solidi parallelogrammi della sua altezza & delle base de quelli e vna mede
 sima proportion (per la trigesima terza) concluda adonq che la proportion
 di solidi parallelogrammi sia si come quella de seranti perche si come el lem
 ma

pio al sembro così e el doppio al doppio (per la quinta decima del quinto) & la
 proportion delle base di solidi parallelogrammi, si come delle base di serati-
 li, perche ouer che seranno le base di serati li quelle medesime di solidi parallelo-
 grammi, & questo sera quando le base di serati li seranno tetragoniche, perche ali-
 ra seranno da esser compidi li solidi parallelogrammi dalli serati sopra le mede-
 me base, ouer le base di serati li seranno son disole alle base di solidi parallelogra-
 mi, & d'ito sera d'ito le base de li serati li seranno comunam. con triango. ne, che al-
 iborali solidi parallelogrammi seranno da esser compidi dalli serati li, aggonno alle
 base di serati li, le superio. triango. ne accioche le base de serati con li triango. ag-
 giou. siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportio-
 ne di serati sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li serati li se-
 ranno equali, & siano comunam. sopra base triangulare ouer communa-
 ment. sopra le base quadrangulare, le base de quelli serati li mouno alle altezze
 de quelli, ma se le base de quelli serati li mouno alle altezze de quelli, essi serati li
 seranno equali si come proponono la trigesima quarta e trigesima quinta di so-
 lidi parallelogrammi, & questo facilmente e manifesto per quelle cose che sono
 dette in la trigesima quinta, ma se li serati li seranno fra loro simili, la proportio-
 ne dell'uno all'altro, e si come la proportion del lato de uno al suo relativo lato
 dell'altro doppiata si come di solidi parallelogrammi (propono la trigesima
 sesta) che per la medesima trigesima (sta) facilmente a te li manifestara dalli pa-
 rallelogrammi compidi dalli serati li simili quelli solidi prouari esser simili la
 qual cosa e facile esser negoziata (per la diuisione di corpi simili & delle super-
 ficie simili, per questo che li serati li sono posti simili fra loro.

Correlario.

Dico che da questo e manifesto, che se seranno quattro rette linee
 proportionale, si come sera la prima alla quarta così sera el solido de
 superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & simil-
 mente descritto dalla seconda impercioche la prima alla quarta ha
 treppia proportion che alla seconda.

Il Traduttore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradotione el quale
 per esser da se chiaro alitramente non lo spongo, aduertendod solamente
 che li detti solidi d' serati sopra alla prima & seconda el non lascia che quelli
 siano similissima bisogna etiam che siano similmente posti ouer d' serati cioe che
 le base descritte dalle dette due linee doue essi corpi se riposano siano simile &
 relative de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla vigesima del sesto delle
 superficie simili.

Theorema. xxxii. Propositione. xxxvii.

Se seranno duoi angoli piani equali sopra li quali siano stande in
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100
 101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247
 248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290
 291
 292
 293
 294
 295
 296
 297
 298
 299
 300
 301
 302
 303
 304
 305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312
 313
 314
 315
 316
 317
 318
 319
 320
 321
 322
 323
 324
 325
 326
 327
 328
 329
 330
 331
 332
 333
 334
 335
 336
 337
 338
 339
 340
 341
 342
 343
 344
 345
 346
 347
 348
 349
 350
 351
 352
 353
 354
 355
 356
 357
 358
 359
 360
 361
 362
 363
 364
 365
 366
 367
 368
 369
 370
 371
 372
 373
 374
 375
 376
 377
 378
 379
 380
 381
 382
 383
 384
 385
 386
 387
 388
 389
 390
 391
 392
 393
 394
 395
 396
 397
 398
 399
 400
 401
 402
 403
 404
 405
 406
 407
 408
 409
 410
 411
 412
 413
 414
 415
 416
 417
 418
 419
 420
 421
 422
 423
 424
 425
 426
 427
 428
 429
 430
 431
 432
 433
 434
 435
 436
 437
 438
 439
 440
 441
 442
 443
 444
 445
 446
 447
 448
 449
 450
 451
 452
 453
 454
 455
 456
 457
 458
 459
 460
 461
 462
 463
 464
 465
 466
 467
 468
 469
 470
 471
 472
 473
 474
 475
 476
 477
 478
 479
 480
 481
 482
 483
 484
 485
 486
 487
 488
 489
 490
 491
 492
 493
 494
 495
 496
 497
 498
 499
 500
 501
 502
 503
 504
 505
 506
 507
 508
 509
 510
 511
 512
 513
 514
 515
 516
 517
 518
 519
 520
 521
 522
 523
 524
 525
 526
 527
 528
 529
 530
 531
 532
 533
 534
 535
 536
 537
 538
 539
 540
 541
 542
 543
 544
 545
 546
 547
 548
 549
 550
 551
 552
 553
 554
 555
 556
 557
 558
 559
 560
 561
 562
 563
 564
 565
 566
 567
 568
 569
 570
 571
 572
 573
 574
 575
 576
 577
 578
 579
 580
 581
 582
 583
 584
 585
 586
 587
 588
 589
 590
 591
 592
 593
 594
 595
 596
 597
 598
 599
 600
 601
 602
 603
 604
 605
 606
 607
 608
 609
 610
 611
 612
 613
 614
 615
 616
 617
 618
 619
 620
 621
 622
 623
 624
 625
 626
 627
 628
 629
 630
 631
 632
 633
 634
 635
 636
 637
 638
 639
 640
 641
 642
 643
 644
 645
 646
 647
 648
 649
 650
 651
 652
 653
 654
 655
 656
 657
 658
 659
 660
 661
 662
 663
 664
 665
 666
 667
 668
 669
 670
 671
 672
 673
 674
 675
 676
 677
 678
 679
 680
 681
 682
 683
 684
 685
 686
 687
 688
 689
 690
 691
 692
 693
 694
 695
 696
 697
 698
 699
 700
 701
 702
 703
 704
 705
 706
 707
 708
 709
 710
 711
 712
 713
 714
 715
 716
 717
 718
 719
 720
 721
 722
 723
 724
 725
 726
 727
 728
 729
 730
 731
 732
 733
 734
 735
 736
 737
 738
 739
 740
 741
 742
 743
 744
 745
 746
 747
 748
 749
 750
 751
 752
 753
 754
 755
 756
 757
 758
 759
 760
 761
 762
 763
 764
 765
 766
 767
 768
 769
 770
 771
 772
 773
 774
 775
 776
 777
 778
 779
 780
 781
 782
 783
 784
 785
 786
 787
 788
 789
 790
 791
 792
 793
 794
 795
 796
 797
 798
 799
 800
 801
 802
 803
 804
 805
 806
 807
 808
 809
 810
 811
 812
 813
 814
 815
 816
 817
 818
 819
 820
 821
 822
 823
 824
 825
 826
 827
 828
 829
 830
 831
 832
 833
 834
 835
 836
 837
 838
 839
 840
 841
 842
 843
 844
 845
 846
 847
 848
 849
 850
 851
 852
 853
 854
 855
 856
 857
 858
 859
 860
 861
 862
 863
 864
 865
 866
 867
 868
 869
 870
 871
 872
 873
 874
 875
 876
 877
 878
 879
 880
 881
 882
 883
 884
 885
 886
 887
 888
 889
 890
 891
 892
 893
 894
 895
 896
 897
 898
 899
 900
 901
 902
 903
 904
 905
 906
 907
 908
 909
 910
 911
 912
 913
 914
 915
 916
 917
 918
 919
 920
 921
 922
 923
 924
 925
 926
 927
 928
 929
 930
 931
 932
 933
 934
 935
 936
 937
 938
 939
 940
 941
 942
 943
 944
 945
 946
 947
 948
 949
 950
 951
 952
 953
 954
 955
 956
 957
 958
 959
 960
 961
 962
 963
 964
 965
 966
 967
 968
 969
 970
 971
 972
 973
 974
 975
 976
 977
 978
 979
 980
 981
 982
 983
 984
 985
 986
 987
 988
 989
 990
 991
 992
 993
 994
 995
 996
 997
 998
 999
 1000

sia in le quale sono posti li angoli in principio sono fra loro eguale.

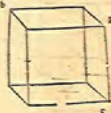
Il Traduttore.

Questo corollario se ritorna solamente in la scelsa traduzione di qual corollario dice che per le cose demonstrate nella sopra scritta propositione che esse manifestò che se faranno due angoli piani di linee rette (si come li due angoli sopra scritti a. & b.) continenti da linee rette eguale, quale siano per le linee a. a. & b. & c. d. & e. f. sopra li loro termini a. & d. siano le due linee a. p. & d. l. eguale & continente equali angoli con luna e l'altra de quelle prime p. o. l. d. l. e. che le p. o. d. c. l. a. e. d. siano da quelle alle superficie in le q. e sono posti li detti angoli sono fra loro eguale le quale perpendiculari in questo caso sono le p. q. & d. l. a. d. qual cosa per le cose demonstrate di sopra e manifesta.

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxviii.

Sefaranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto da quelle tre linee, fara eguale al solido de superficie equidistante equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equi angolo al predetto.

Siano adunque le tre linee a. b. b. c. c. & e. d. continue proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si uoglia, & sia compito el solido de lati equidistanti del quale la linea a. b. sia la lunghezza & la b. c. d. altezza, & la c. d. la larghezza & questo solido sia detto a. d. anchora sia tolta un'altra linea eguale alla b. c. la quale sia etiam chiamata b. c. & sopra la sua estremità di quella (la quale e. b.) sia continuato un angolo solido equale al angolo solido a. secondo che insegna la trigesima sesta & tutte le altre linee continente l'angolo solido b. siano relegate alla equalità della linea b. c. & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la lunghezza & larghezza, & altezza sia la linea b. c. & quello sia detto b. c. Dico adunque li due solidi a. d. & b. c. esser equali. Perche egli e manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relative superficie di l'altra laqual cosa puo sustentare (per la trigesima quarta propositione del primo libro) Et con ciò sia che l'angolo solido b. sia posto eguale al solido l'angolo a. & necessario che l'angolo di qua si uoglia delle superficie del solido a. d. sia eguale a l'angolo della superficie a se etiam del solido b. c. Adunque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi, faranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascuna delle superficie quadrilateri sono equali a qua tro angoli resti (per la trigesima seconda propositione del primo libro) egli e necessario che li due rimanenti di luno siano equali alli due rimanenti di l'altro a se relativi. Et con ciò sia che essi due rimanenti in quale si uoglia (di det te superficie) siano etiam fra loro equali, el se conuenne necessariamente che ciascuna delle superficie del solido a. d. sia equiangola alla sua relativa in el solido b. c. Per la qual cosa (per la seconda parte della decimasextima propositione del sexto libro) le base di duei proposti solidi faranno equali. Perche sono equiangole & de lati tutti, adunque se le linee delle altezze, stanno orthogonalmente sopra le base de quelli e manifesto (per la trigesima prima propositione) quelli esser equali. Perche con ciò sia che queste linee siano eguale, & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi faranno egualmente alti. Ma se le linee delle altezze de quegli non stanno orthogonalmente alle sue base, proiettate le perpendiculari dalle summite di quelle alle base. Queste perpendiculari (per la precedente) faranno fra loro eguale, perche quelle faranno le come erano in la figura della demonstratione della precedente se due linee p. q. & l. n. le quale dimostrassimo) bisognar esser equali. Perche adunque la altezza



di simili solidi se distinguo per le perpendicolare descendente dalle sommità di quelli alle sue basi li due solidi $a.d.b.c$ (per la trigesima seconda) faranno eguali, anchora possiamo dimostrare (parendone) lo conuerſo di questa per lo modo contrario come ſei corpo parallelogrammo $a.d$ ſia eguale, & equiangolo al corpo parallelogrammo $b.c$, & lo corpo $b.c$ ſia conſtrutto dalla media de le tre linee contenute el corpo $a.d$, le tre linee contenute el corpo $a.b$, faranno continue proportionale. Perche conuenſa che li due solidi parallelogrammi $a.d$, & $b.c$ ſiano eguali, & equalmenter alti (dal perſuppouito) ſi faranno ſopra baſe eguale (per li conuerſi della trigefima prima & trigefima ſeconda) & perche quelle baſe de quelli ſono equiangole, ſequita per la prima parte della decima ſettima del ſeſto che quelle ſiano de lei manni, adunque la proportion de $a.a.b.b$ alla $b.b.c.c$ ſi come della $b.c$ alla $a.d$ per la qual coſa e manifeſto il propoſito.

Il Traduttore.

Il teſto della ſopraſcritta propoſitione lo hauemo ſcelto dalla ſeconda traduzione per eſſer piu corretto.

Theorema xxxiii. Propoſitione xxxix.

Se faranno quante ſe uogliam linee proportionale, li ſuoi solidi de ³⁶ ſuperficie equidistanti e ſimili di ciaſcuna creatione faranno ancho ³⁶ proportionali, & ſe li solidi de ſuperficie equidistanti ſimili di ciaſcuna creatione faranno proportionali, le linee anchora dalle quali ſono contenuti: li detti solidi faranno proportionale. El ſimile la trigefima ſeconda del ſeſto propone delle ſuperficie.

Hor ſiano le quattro linee $a.b$, & $c.d$ proportionale & ſopra quelle ſiano fabricati quattro solidi parallelogrammi (daſti modelini noni nouiſſimi) li quali ſiano expreſſamente ſimili. Perche daſſi duei a noſtro piacer fabricati ſopra le due linee $a.b$, & $c.d$ li altri faranno da eſſer ſimili ſecondo li preceſſi della trigefima ſeſtima. Dico queſti quattro solidi eſſer proportionali, & conuerſo, & per demonſtrar queſto ſiano ſono aggiunti alle due linee $a.b$, in continua proportionality la due (le quale ſiano $e.f$ ſi come ſi ſegna la decima del ſeſto, & alle due linee $c.d$, altre due le quale ſiano $g.h$, & $i.k$, adunque e manifeſto (per la trigefima ſeſta & per la diſtinctione della proportion triplicita, la quale e poſta nel principio del quinto & per queſti perſuppouiti) che li solidi $a.b$, & $c.d$, & li solidi $e.f$, & $g.h$, fra loro inſieme ſono expreſſamente ſimili, che la proportion del ſolido a , al ſolido b ſi come la proportion della linea a , alla linea b . Anchora del ſolido c , al ſolido d , e ſi come della linea c , alla linea d , & perche (per la trigefima ſeconda del quinto) la proportion della linea a , alla linea f e ſi come della linea c , alla linea h , (per la undecima del quinto) el ſolido a , al ſolido b , e ſi come el ſolido c , al ſolido d , adunque e manifeſta la prima parte. La ſeconda ſe dimostra in queſto modo. Siano li due solidi $a.b$, ſimili fra loro & li due li quali ſiano $c.d$, & $e.f$, fra loro expreſſamente ſimili, & ſiano tutti parallelogrammi, & ſiano poſti proportionali. Dico che le linee $a.b$, & $c.d$, (ſopra le quale ſono continui) ſono proportionale & per demonſtrar queſto ſi (per la decima

del ſetto) ſi come la linea .a. alla linea .b. coſi ſia la linea .c. alla linea .d. & ſia fatto (ſecondo la uigeſima ſettima de queſto) ſopra la linea .K. un ſolido ſpecificamente ſimile al ſolido .d. el quale ſia etiam detto .K. & (per le diſtinzioni di corpiſimile & delle ſuperficie ſimile & per la uigeſima del ſetto) el corpo .K. ſara ſpecificamente ſimile al corpo .c. & pero (per la prima parte de queſta trigefima nona gia poſta per auanti) la proportion de ſolido .a. al ſolido .b. ſara ſi come del ſolido .c. al ſolido .K. Et perche la medefima era del ſolido .c. al ſolido .d. (per la ſeconda parte della nona del quinto) lo ſolido .K. ſara eguale al ſolido .d. Et concio ſia che queſti ſian ſpecificamente ſimili, ſeguita la linea .K. eſſer eguale alla linea .d. Perche la equalita non e prodotta da alcuna proportion triplicata (oner tolti quante volte ſi uoglia) ſe non dalla eguale. A queſto modo adon que (per la ſeconda parte della ſettima del quinto) e manifeſto la ſeconda parte. Ma non penſare che el ſia neceſſario ciaſcun di detti quatro ſolidi .a. b. c. d. eſſer ſimile a qual ſpoglia dell'altri, perche tu te ingannareſti. Ma li duoi ſolidi .a. & b. e ben neceſſario eſſer ſimili fra loro & ſimilmente, li duoi .c. & d. Ma li ſolidi .c. & d. egli e accedente eſſer ſimili alli duoi ſolidi .a. & b. ma el non e neceſſario. Il medefimo (per queſta trigefimanona) poterai concludere facilmente di ſeratiſſi.

Il Traduttore.

LA ſopraſcritta propoſitione pateria oppoſitione perche ſopra alla linea .b. ſe poterai deſcriuere un ſolido ſimile al ſolido .a. & ſimilmente enaltro ſopra alla linea .d. ſimile al .c. & tamen li detti ſolidi non fariano proportionali (quantunque le date quatro linee ſoſieno proportionale) & pero il teſto della ſeconda traditione e piu corretto alui el qual parla in queſta forma.

Se faranno quatro rette linee proportionale, anchora li ſolidi de ſuperficie equidistanti ſimili & ſimilmente deſcrittiſi queſti ſaranno proportionale. Et ſe li ſolidi de ſuperficie equidistanti ſimili & ſimilmente deſcritti da quatro linee rette, ſaranno proportionali & queſte rette linee farino anchora proportionale.

Si che el non ſatifa che li detti ſolidi ſiano ſimili, ma biſogna che ſiano etiam ſimilmente deſcritti ſi come (delle ſuperficie) ſu detto ſopra alla uigeſima ſeconda del ſetto altramente la propoſitione pateria op poſitione Ideo &c.

Theorema. xxv. Propoſitione. xl.

Se un piano ſara retto a un piano, & da uno ponto (ſtante in uno de detti piani) ſara dotta una perpendicolare in laltro piano, eſſa perpendicolare cadera in la commun ſeccion de queſti medefimi piani.

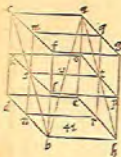


Hor ſia el piano .c. d. retto al piano .a. b. & la commune ſeccion de queſti ſia d. & ſia tolto a caſo el ponto e. in eſto piano .c. d. Dico che una perpendicolare dotta da eſto ponto .e. in el piano .a. b. quella cadera in eſſa ſeccion .d. &c. Perche ſel fuſſe poſſibile (per lauerſario) poniamo che quella cada ſuora ſi come la .e. f. & quella calchi in el detto piano .a. b. in ponto .d. & da queſto ponto .f. ſia protraſſa la .f. g. in el piano .a. b. perpendicolare alla detta ſeccion d. & (per la undecima del undecimo) la quale ſara ad angoli retti al detto piano .c. d. & ſia protraſſa la .e. g. Adonque perche la .f. g. e ad angoli retti al detto piano .c. d. & la .e. g. (ſtante in el piano .c. d.) tocca quella. Adonque l'angolo conuenuto ſono .e. g. e. recto. Ma etiam la .e. f. eſto piano .a.

he ad angoli retti adonche l'angolo che sottrae $e.f.g.$ è retto. Per laqual cosa douo angoli de quel triangolo $e.f.g.$ sono equali a doi angoli retti la qual cosa è impossibile per la decima settima del primo. Adonque la perpendicolare ditta dal punto e in el piano $a.b.h.$ non cade fora di ella sezione $a.d.$ adonque cade in quella che era da dimostrare.

Theorema. xxxvi. Proposizione. xli.

Se li lati de due opposte superficie del cubo faranno tagliati in due parti equali, & dalla punti delle sezioni, usaranno due superficie segante el cubo etiam fra loro, la commune sezione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.



Simile un cubo al qual siano $a.b.$ del quale è manifestato per la distribuzione che sotto le linee che contiene sono equali due sue superficie rettangole, perche a un tal corpo d'istesso cubo $A.D.$ che la base di questo cubo sia la superficie $a.c.$ de $a.$ la superficie soprema di quello sia $b.f.g.h.$ la destra di quello sia $a.e.g.h.$ & la sinistra sia la superficie $c.b.f.e.$ & $d.$ Anchora quella de qua sia la $a.d.e.b.h.$ & quella di la $a.a.c.p.f.$ & lo diametro di quello sia la $a.b.$ adonche sian divisi tutti li lati de due quasi seoglian superficie opposte di quello in due parti equali & siano $h.o.g.$ (al percuote) le superficie delle quale li lati sian divisi la destra & la sinistra di co che siano divisi li quattro lati, della destra, sopra li quattro punti, li quali sono $o.p.q.r.$ & la sinistra sopra li quattro li quali sono $k.l.m.n.$ & siano congiunti li punti in queste superficie opposte dette li linee $o.p.$ & $q.r.$ lequale si segano fra loro in punto $t.$ Anchora dante le $k.l.m.n.$ lequale si segano fra loro in punto $s.$ & siano anchor congiunte le due superficie segante fra loro, etiam segante el cubo peronche le linee $o.k.$ & $p.l.$ & $q.m.$ & $r.n.$ & sia la commune sezione di queste due superficie la $s.t.$ Dico adonque che la linea $s.t.$ divide il diametro $a.b.$ & ella è divisa dal medesimo diametro in due parti equali la qual cosa è manifesta perche una è altra di quelle transite per il centro del cubo. Ma altrettanto debben dimostrare quello che è proposto. Hor sian prodotte le due linee $a.a.$ & $b.b.$ similmente le due $c.c.$ & $d.d.$ per la 4. del primo la $a.a.$ sarà equale alla $b.b.$ & la $c.c.$ equale alla $d.d.$ & manifestato per la prima parte della 2. del primo che l'angolo $p.a.q.$ è equale al angolo $a.q.t.$ & per la quantita del primo l'angolo $h.a.p.$ è equale al angolo $a.q.t.$ Adonque per la 22. del primo meno l'angolo $h.a.p.$ con l'angolo $q.a.t.$ nale per doi retti. Per laqual cosa per la 14. del primo la linea $a.b.$ sarà una sol linea. similmente anchora la linea $c.d.$ sarà una sol linea. & perche per la nona di questo la linea $a.c.$ è equidistante alla linea $b.d.$ & $b.$ & $h.$ perche l'una è altra e equidistante alla linea $c.d.$ & $c.$ & $f.$ & concluda che quelle siano equale perche sono lati del cubo, seguita per la 33. del primo le due linee $a.h.$ & $c.b.$ esser equali & equidistanti & pero per la conuersione le mita di quelle le qual sono $a.e.b.h.$ & $a.c.b.f.$ saranno equali & per la prima di questo è manifestato che la linea $s.t.$ in superficie delle due linee $a.h.$ & $c.b.$ & per la medesima la linea $a.b.$ la quale è il diametro del cubo è etiam diametro della superficie parallelogramma $a.c.b.h.$ Adonque la linea $s.t.$ sega lo diametro $a.b.$ Seghi adonque quella in pōto $u.$ Dico adonque la linea $u.s.$ esser equali alla linea $u.t.$ etiam la linea $a.s.$ alla linea $a.t.$ Siano itaq. li doi triangoli $a.t.s.$ & $u.s.t.$ di quali li angoli che sono $o.s.t.$ & $u.s.t.$ sono equali fra loro, similmente li angoli di medesi che sono $o.s.a.$ & $u.s.b.$ sono equali fra loro (per la prima parte della vigesima nona del primo) per quello che la linea $a.s.$ è equidistante alla linea $c.b.$ & perche anchora loro sono equali seguita per la vigesima sesta del primo il proposito. Il medesimo anchora è concludere per el medesimo modo se li solido $a.b.$ non sia cubo, ma solamente

corpo parallelogrammo, ouer contenuto da linee eguali, ouer non eguali; ouer anchora del sfera etteno orthogonalmēte sopra alla basa ouer anchora sopra quella inclinatio, onde di se applica la figuratio in quella quadrangula prima del cubo a tutte le figure solide parallelogramme.

Il Traduttore.

Quello che se propone nella soprascritta proposizione del cubo nella seconda tradouione se propone sopra vno solido de superficie equidistanti & se dimostra per li medesimi modici, cioe tal propositione e piu generale.

Theorem a. xxxvii. Propositione. xliii.

Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, & l'altro habbia la basa de lati equidistanti, doppia a quella triangolare, seranno equalmente alti, quelli dui corpi e necessario esser equali.

La la superficie a. b. c. d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera, e. f. g. & sopra queste due superficie siano fatti dui corpi seratili equalmente alti, & siano li seratili che e sopra la basa quadrangola a. b. c. d. h. k. la basa del quale e la superficie propofita de lati equidistanti a. b. c. d. l'altra superficie de la tri equidistanti de quella e la a. b. d. K. & la terza e b. c. h. e. k. & le due superficie triangulare di quello, l'una e il triangolo a. b. h. & l'altra il triangolo d. c. e. k. lo sfera tale che e sopra la basa triangola e. f. g. sia e. f. g. l. m. n. del quale l'una delle sue superficie triangulare e la predita basa el altra il triangolo l. m. n. & delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima e la e. f. l. m. e la seconda e g. h. n. & la terza la f. g. m. n. adonque dico questi dui seratili propofiti esser fra loro equali & per dimostrar questo sian compolti li dui solidi parallelogrammi aggiogendo all'uno e l'altro di dui propofiti seratili vnaltro seratile a se medesimo eguale, & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggiogno lo seratile a. p. q. d. q. K. del quale le due superficie trilatera sono a. p. h. d. q. & le tre quadrilatera, la prima e a. b. h. d. K. (laquale e terminata commune a se medesimo & a quella alla quale e stata aggiogno) & la seconda a. d. p. q. anchora la terza p. q. h. K. ma allo se condo seratile sia aggiogno vnaltro seratile a se medesimo eguale in questo modo: sia aggiogno al primo triangolo e. f. g. vnaltro triangolo a lui eguale elquale sia e. g. r. talmente che tutta la superficie e. f. g. r. sia de lati equidistanti, & sopra questo triangolo sia fatto el seratile e. g. r. l. n. s. elquale con quello alquale e aggiogno compolte vno corpo parallelogrammo, le due superficie trilatera di questo seratile aggiogno sono e. g. r. l. n. s. & le tre parallelogramme sono, la prima e l. r. s. la seconda e l. g. n. & quella e commun termine a se & a quella alla quale e aggiogno & la terza e g. r. n. s. adonque egli e manifesto per la diffinitione di soi lidi equali & simili, che li dui seratili componendo il solido parallelogrammo a. K. & similmente li dui componenti lo solido parallelogrammo e. n. tra loro in insieme sono equali & (per la trigesima prima & trigesima seconda de questo) li dui solidi a. f. g. e. n. sono equali fra loro, adonque perche le mita di questi soi lidi sono li seratili propofiti (per communa sententia) e manifesto quelli essere equali perche tutte le cose che seranno eguale le mita di quelli e necessario essere equali per tanto e manifesto quello che sta propofito.



INCOMINCIA

II DVODECIMO LIBRO DI EVCLIDE

MEGARENSE PHILOSOPHO PER

ispicadissimo, da Nicolo Tartalea, Br'isiano, re

affettato & integrato, secondo le due

traditioni per comun

na utilitate

del latino in volgar

retradutto &

reinte

grado & in mold

palli e'ceteri per el detto

con somma diligentia, delucidata.

Theorema prima: Proposizione prima.

De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dentro di doi cerchi, la proporzione di l'una all'altra, e' sì come la proporzione de li quadrati che peruencono dalla diametri di cerchi circoscriventi quelle.

Siano li doi cerchi $a.b.c.d.e.f.$ simili quali siano incriete due figure come si vo
gita de molti angoli, quali siano posti simili fra loro, & siano per al presente
inferior pentagone come insegna la vnderima del quarto, & quelle siano $a.b.$
 $g.h.k.l.$ altro pentagono, $d.e.l.m.n.$ anchora li diametri di cerchi siano $a.c.$ & $d.f.$
dico anchora che la proporzione del pentagono $a.b.g.h.k.l.$ al pentagono
 $d.e.l.m.n.$ e' sì come el quadrato del diametro $a.c.$ al quadrato del diametro $d.f.$
& p dimostrar q'ito sia permo due linee in lon e latro circosolida la linea mila dal
diametro alla c'irmita dell'un di lati del pentagono, non terminante con el
diametro intersecandosi fra loro dentro del detto pentagono in luno sia $h.a.g.$
& $e.b.o.$ in latro $d.l.x.f.e.k.$ per la sesta del sesto del triangolo. $a.b.g.$ s'era equi-
angolo al triangolo $d.e.l.$ perche concorda che li pentagoni siano fra poli si
mila fra loro per la diffinitione delle superficie simili, seranno l'angolo $h.a.g.$ equo
le all'angolo $e.b.o.$ & li lati continenti quelli proportionali, cioè la proporzione del
 $a.b.h.a.d.$ e' sì come de $h.g.a.l.e.l.$ & concordia che per la v'igesima prima del ter-
zo li doi angoli $d.e.l.$ siano fra loro equali & similmente li altri doi $e.b.o.$ & $g.e.s.$
quali fra loro i doi che sono $e.b.o.$ & $g.e.s.$ seranno fra loro equali per questa commu-
ne sententia quelle cose che son equali a cose equali anchora e necessario quel
le esser fra loro equali & perche per la prima parte della trigesima prima del
terzo sono e latro di doi angoli $a.b.e.d.e.f.$ resto seguita per la trigesima se-
conda del primo li doi triangoli $a.b.c.d.e.f.$ esser equiangoli per la qual cosa (p
la quarta del sesto) la proporzione del diametro $a.c.$ al diametro $d.f.$ e' sì come
del lato $a.b.$ al lato $d.e.$ per tanto concordia che per la seconda parte della ideo
emanata del sesto la proporzione di doi pentagoni sia sì come la proporzione
del quadrato del diametro $a.c.$ al quadrato del diametro $d.f.$ & si come la propor-
zione del diametro $a.c.$ al diametro $d.f.$ dupplicata per questa commu-
ne sententia quelle cose delle quale le loro mila sono equali & quelle anchora fra loro
sono equali, e manifestio quello che sia propoio.

Theorema

Theorema II. Propositione II.

De ogni doi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e si come la proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dell'altro.

Siano li doi circuli, a, b, c, d , di diametri di quali siano detti a, b, c, d , di a adunque che la proportione del circolo a, b , al circolo c, d , e si come del quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro c, d , perche e'gi manifestato per questa commune scientia, quanta e quali si voglia magnitudine ad alcuna loro distanza, e necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta che la proportione del quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro c, d , e si come del circolo a, b , ad alcuna superficie laqual sia, e , laqual sia po sta di qual figura oser forma si voglia, & quella e' impossibile esser maggiore oser minore del circolo a, b , perche se e'gi possibile quella esser minore del circolo c, d , sia adunque minore in la superficie e, f , per tanto il circolo c, d , se e'gi uguale alle due superficie e, f , solte insieme adouque e' manifestato (per la prima del decimo) che si e'gi dal circolo c, d , (de' suoi lati resti) sottrarre tante volte il pie della mita per fin a tanto che rimanga alcuna quantita minore de' e, f , adouque a quello inueniamo (come infergo la ista del quarto) lo quadrato c, d , g, h, del qual e' manifestato esser piu della mita del circolo, perche el quadrato che e' doppio a quello, quello che circonscritte il circolo come e' manifestato per la penultima del primo e' per la settima del quarto, adouque se le porzioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato solte equialitate insieme saranno minori della superficie e, f , b'asta, ma se esse non saranno minore: siano detti li quattro archi che stanno sopra li demi lati in due parti equali, & li punti diuidenti li demi archi siano continui per linee rette con le estremi di lati continenti, verti gratia, lo archi a, g , sia diuiso in due parti equali in punto k , & siano protratte le linee k, c, k, g , & così procedere in li altri, & ciascuno di triangoli delorini sopra li lati del quadrato sera maggiore della mita della porzione in laquale sia descritto, imperoche ogni triangolo v'loceio e la mita del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adouque le porzioni che stanno sopra li lati del onogono inferno volti insieme minori della superficie e, f , perche se ogni non fussero minori non cessaremmo di diuidere li archi (di quali li lati della figura della vicina delonione sono corde) in due parti equali & inferiori una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sottrarre da esse porzione del circolo maggiore della mita per fin a tanto che per la prima del decimo le porzioni che saranno sopra li lati de' alcuna tal figura inserita nel circolo solte insieme saranno minore della superficie e, f , adouque per el presente siano quelle che sono dette k, c , per la conuersione lo onogono c, d , sera maggiore della superficie e, f , adouque sia inferito in lo circolo a, b , per la medesima via un simile onogono, equal sia detto a, b , & così per la precedente la proportione del onogono a, b , al onogono c, d , e si come del quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro c, d , & e'gi per la vndecima del quinto) si come la proportione del circolo a, b , alla superficie e, f , adouque premutatamente del poligono a, b , al circolo a, b , b'asta si come del poligono c, d , alla superficie e, f , & conuolua che il poligono c, d , sia maggiore della superficie e, f , & el poligono a, b , maggiore del circolo a, b , laquale cosa e' impossibile, adouque la superficie e, f non minore del circolo a, b , ne etiam e' maggiore perche se quello potesse esser possibile, sia maggiore adouque conuolua, & e'gi la proportione del quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro c, d , sia si come del circolo a, b , alla superficie e, f , & sera al contrario del quadrato del diametro c, d , al quadrato del diametro a, b , & si come della superficie e, f , al circolo a, b , & e' manifestato (per la commune scientia) po sta nel principio di questa demonstratione che la medesima e' del circolo c, d , ad alcuna superficie (laqual sia f, g) & (per la decima quarta del quinto) la superficie



sera minore del circolo ad, adunque la proportione del quadrato del diametro $a.c.d.$ al quadrato del diametro $a.b.c.$ sarà sì come del circolo $a.c.d.$ alla superficie minore del circolo $a.b.c.$ ma per quello che habbiamo dimostrato poco uanti si troua legittimo lo impossibilitate lo poligono infimo in lo circolo esser maggiore del circolo adunque si come la superficie non può esser minore del circolo $a.c.d.$ et etiam maggiore necessariamente adunque sera eguale per qualche sia per la seconda parte della lemma del quemo et manifesto el proposito.

Theorema.iii. Propositione.iii.

$\frac{2}{3}$ Ogni piramide che habbia la basa triangolare, può esser diuisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide. & in duoi seranti, equali liquali ambidui tolti insieme e necessario esser maggiori della mita di tutta la piramide.

Si a la piramide $a.b.c.d.$ sopra la basa triangolare $b.c.d.$ & l'angolo solido de la vertice di quella sia, ad al quale siano donate le tre ypothemisse $a.b.a.c.a.d.$ altri tre angoli della basa, & siano diuisi tutti li lati della basa in due parti equali in li tre punti $e.f.g.$ & similmente anchora le tre ypothemisse siano diuisi in due parti equali in li tre punti $h.k.l.$ & siano protrahti in la basa le due linee $e.f.$ & $g.h.$ la basa di detta piramide sera diuisa in tre superficie delle quali due sono li duoi triangoli $b.e.g.$ & $c.g.d.$ liquali per la seconda parte della seconda del libro & per la diffinitione delle superficie simile) e manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la octaua del primo) la terza e quadrangola & parallelogramma de quella $e.e.f.g.$ li quale e manifesta esser doppia al triangolo $e.g.d.$ (per la quadragesima & quadragesima prima del primo) siano adunque vultati volti dal punto $h.$ protrahte le due ypothemisse $h.e.f.$ & $h.g.$ dal punto $h.$ la ypothemisse $h.g.$ & siano protrahte le linee $h.k.l.$ & $h.l.$ & adunque tutta la piramide $a.b.c.d.$ diuisa in due piramide che sono $h.b.e.f.$ & $h.c.g.d.$ in duoi seranti di quali l'uno e $e.b.f.g.$ & l'altro e sopra la basa quadrangola $e.e.f.g.$ & l'altro $e.g.d.h.k.l.$ & sopra la basa triangola $e.g.d.$ una delle due piramide $h.b.e.f.$ & $h.c.g.d.$ che quelle siano eguale & simile fra loro & a tutta la piramide $a.b.c.d.$ e manifesto per la diffinitione di corpi equali & simili & per la decima del vndecimo libro. & per la seconda parte della seconda del libro ma per li duoi seranti che quelli siano equali e manifesto per la vltima dello vndecimo ma che ambidui li seranti tolti insieme siano maggiori della mita di tutta la piramide da questo e manifesto che l'uno e l'altro di quelli e diuisibile in duoi piramide del le quale l'una e triangola eguale a vna delle due in le quale fu diuisa la total piramide con li detti duoi seranti, etiam l'altra quadrangola la qual e doppia alla restante, per la qual cosa e manifesto che ambidui li seranti tolti insieme, esser li tri quarti di tutta la total piramide diuisa, se tu desideri saper questa proposizione recorti alla sesta di questo duodecimo libro, ma in quanto al proposito a ti siauta a saper quelli duoi seranti tolti insieme, eccedere le due parti ale piramide (in lequale se diuisa la total piramide con li detti duoi seranti) tolti insieme in quanta li voglia.

Theorema.iiii. Propositione.iiii.

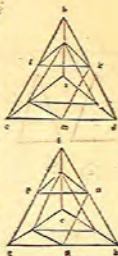
$\frac{4}{3}$ Se due piramide egualmente alte, le base delle quale siano triangolare, siano diuisi ciascuna in due piramide eguale & simile fra loro etiam alla totale, & in duoi seranti, equali, la proportione della basa dell'una alla basa dell'altra sera sì come la proportione della suoi duoi seranti, alli duoi seranti dell'altra, & sera manifesto che tutti li

seratili che seranno in quala si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in laltura piramide, haore la medesima proportion, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Stano due le piramide, le base delle quale sian triangolare et similiti, cioè luna la a.b.c.d. et el cono della quale sia el ponto a. & la basa el triangolo b.c.d. & le ypothenuse a.b. a.c. a.d. & laltura la e.f.g.h. et el cono della quale el ponto e. la basa il triangolo f.g.h. le ypothenuse e.f. e.g. e.h. & quare due pyramide siano diuise si come in la precedente cioè prostrate nella prima le linee diuident li lati di oia basa in due parti equali, lequale siano k.l. & k.m. & nell'altra prostrate similmente le linee n.p. n.q. Dico adouque che la proportion della basa b.c.d. alla basa f.g.h. e si come di doi seratili della pyramide a. tolti insieme alli doi seratili della pyramide e. tolti insieme, & e manifesto (per la seconda parte della decima octaua del sesto) che la proportion del triangolo b.c.d. al triangolo f.g.h. e si come della linea b.d. alla linea f.h. & per la medesima anchora la proportion del triangolo e.g.h. al triangolo n.q.h. e si come della linea e.h. alla linea n.h. & duplicata & concio sia che la linea b.d. alla linea f.h. sia si come la linea f.h. alla linea n.h. (perche di luna & di l'altra la proportion e doppia) lo triangolo b.c.d. al triangolo k.m.d. sera si come lo triangolo f.g.h. al triangolo n.q.h. & premutatamente lo triangolo b.c.d. al triangolo g.h. si come il triangolo k.m.d. al triangolo n.q.h. & lo triangolo k.m.d. al triangolo n.q.h. si come lo seratile che si riposa sopra esso medesimo, al seratile che si riposa sopra a quello (per la 77. del vndecimo) anchora di quello seratile a quello e si come di ambidui li seratili della pyramide a. tolti insieme ad ambidui li seratili della pyramide e. tolti insieme (per la quindicesima del quinto) perche e necessario che el doppio al doppio sia si come el semplice al semplice adouque (per la undecima del quinto) occludo quello che e sta proposto, ma se tu dubbi li seratili di una di queste pyramide esser egualmente alti alli seratili dell'altra pyramide tu non stai in errore, perche concio sia che le pyramide siano egualmente alte & sia ancho all'una e l'altra de quelle diuise in due pyramide eguale fra loro & a tutte la pyramide simile & in doi seratili & equali & siano le due partiali pyramide egualmente alte, impetoché sono simile & eguale laqual cosa facilmente sera manifesta, prostrate le perpendicolari dalle cimme delle partiali pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari per la trigesima settima del vndecimo) e manifesto esser eguale & concio sia che le altezze di queste partiali pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide diuisa, & ambidui li seratili siano egualmente alti a una delle partiali pyramide cioè a quella laquale e composta sopra lo partiali triangolo della basa della total pyramide non elicio diuizare li seratili di una di quelle pyramide esser egualmente alti alli seratili dell'altra, e per questo e manifesto lo correlario che similmente le base delle partiali pyramide, così sono fra loro insieme si come li doi seratili dell'una alli doi seratili dell'altra, & perche le base partiali così sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decima octaua del sesto) & per la permutata proportion & per la decima terza del quinto, e manifesto esser el vero quello che propone il correlario.

Il Traduttore.

Lo sopra scritto correlario vol inferire quello che per le ragion addotte egli manifesta che diuidendo anchora cadauna di quelle due pyramide partiali secondo il medesimo modo (cioè pur in due pyramide, & doi seratili) & da poi cadaun' di quelle quanto, & quanto pyramide diuider anchora le el predetto modo, & così andar procedendo in queste altre otto & otto pyramide



te, sempre tutti li serelli di qual si voglia di quelle due piramide totale (sia grande e piccolo) totali insieme a tutti li serelli dell'altra per fra grandi e piccoli totali insieme hauere la medesima proportionione che ha la basa di quella total piramide alla basa dell'altra total (sicche per l'adecima octaua del istesso) & per la decima terza del quinto se verificha.

Theorema.v. Proposicione.v.

Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangu-
lari, sono proportionale alle sue base.



Quello che propoite la trigesima terza del vndecimo, di solidi paralelogrammi & in fine della trigesima sesta del vndecimo habbiamo dimostrate il mes-
desimo effect di serelli questa quinta del duodecimo propone delle pyramide
che hanno le base triangolare perche siano in due le due pyramide equalmen-
te alte le base delle quale sono li due trianguli a.a.b.b. dico che la proportioni del
la pyramide a. alla pyramide b. si e de la basa a. alla basa b. la qual cosa se dimo-
stra per lo medesimo genere de demonstratione, oer argumentatione, con el qua-
le dimostraremo la seconda de questo, perche sia che della basa a. alla basa b.
sia come della pyramide a. al corpo c. del quale dico che quello non sara ne me-
no ne piu della pyramide b. perche se fosse possibile che sia meno, si minore in
lo solido d. & adocchio la pyramide b. sia equale alli due corpi c. & d. adochi insieme
adunque della pyramide b. come propone la terza di questo, siano dettratti
da quella li due serelli li quali per lo medesimo terza) sono maggiori della mi-
ta di essa pyramide, similmente dall'una & dall'altra delle due parti & residuo
al pyramide sono dettratti (al prendemo modo di quelle dette) li due serelli
& questo sia tanto volte per fina a tanto che l'aduersario sia cetero; per
la prima del decimo) cetero sara rimanere (dalla pyramide b.) un poco del solido
d. & per commona scientia li serelli dettratti saranno maggiori del corpo c.
adunque dalla pyramide a. sia sara la medesima dettrattione de serelli & intrin-
damo esser tanti li serelli dettratti dalla pyramide a. quanto quelli che detra-
biamo dalla pyramide b. & per lo correlario della precedente) si come della
basa a. alla basa b. cosi sara li serelli dettratti dalla pyramide a. alli serelli dettratti
dalla pyramide b. ma cosi era similmente della pyramide a. al corpo c. & per
tanto li serelli della pyramide a. alli serelli della pyramide b. si come della py-
ramide a. al corpo c. & per unanimitate li serelli della pyramide a. alla pyra-
mide a. sara si come li serelli della pyramide b. al corpo c. & concluda che li se-
relli della pyramide b. siano maggiori del corpo c. li serelli della pyramide a.
siano maggiori della pyramide a. & perche questo e impossibile: lo corpo c.
non sara minore della pyramide b. & similmente non sara maggiore, perche po-
sso che sia maggiore, concluda che la proportioni della basa a. alla basa b. sia si
come della pyramide a. al corpo c. al contrario sara della basa a. alla basa b. si
come del corpo c. alla pyramide a. & per commona scientia la medesima sara
della pyramide b. ad alcun corpo, qual sia d. & seguitara (per la decima quarta
del quinto) che il corpo d. sia minore della pyramide a. impoche la pyramide
b. possa minore del corpo c. adunque della basa b. alla basa a. sara si come del
la pyramide b. al corpo minore della pyramide a. ma da questo e liuo dimo-
do segue lo impossibile, cioe li serelli dettratti da alcuna pyramide esser mag-
giori de quella pyramide dalla quale sono dettratti pero rimane il corpo
esser equale alla pyramide b. concluda che non pol esser ne minore ne mag-
giore, & la proportioni della pyramide a. alla pyramide b. esser si come della
basa a. alla basa b. & questo era da dimostrare.

Il Traduttore.

Consequentemente a questa sopra detta proposicione nella seconda tra dot-
tore

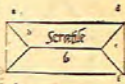
dione se pone qualmente le pyramide che hanno le bafe moltiangolo & che fia
no sotto a una medema altezza sono medesimamente proportionale alle sue bafe
ma perche ni propositione se propone & dimostra medesimamente sopra alla
sequente con altre particolarita habbiamo proposta quella.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6
7 Ogni corpo seratile, e diuisibile in tre pyramide eguale, & che han-
no le bafe triangolare.

Si lo seratile a.b.c.d.e dico quello esser diuisibile in tre pyramide eguale
che hauerranno le bafe triangolare, & per dimostrar quello siano per tracte in
ciascuna delle sue tre superficie parallelograme le diagonale talmente che una di
quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come se puo tractarsi le linee
b.d.b.f.&c.a. (lequale non ho voluto protracte perche generariano confusio-
ne) & tutto lo seratile sara diuiso in tre pyramide triangolare, lequale facilmente
se (per la precedente toita due volte sara manifestio esser eguale.

Il Traduttore.



Così non fosse ben chiaro di questa propositione, formi vno prismà, ouer le-
ratile, materialmente, & traci in quello le diagonale come di sopra se propos-
ne, & considerate poi bene con la mente lo andar de quelle se trouara (come di so-
pra e detto) el detto seratile esser diuiso in tre pyramide delle quale due di quelle
toite per vn verso se cognoscera esser fra loro eguale perche se vedera che tipo
saranno sopra due bafe triangolar eguale (cioe sopra le due mita de una di quel-
le superficie parallelograme giacente in piano) e hauerranno una medesima
altezza perche ambedue termineranno nel angolo b. del seratile, l'altra poi con-
siderandola per vualtro verso cioe che la sua bafa sia l'uno di doi triangoli del
seratile & la sua altezza la lunghezza del seratile, & perche l'una delle altre due
pyramide possede l'altro capo triangular del seratile & dandoli quel per
bafato haera per sua altezza pur la medesima lunghezza del seratile & pero sara
eguale a quella (per la precedente) onde (per communia scientia) sara tutte tre
eguale che e el proposito.

Correlario.

6
7 Etiam da questo e manifestio che ogni pyramide e la terza parte d'ua
na prismà, che habbia la bafa, & la altezza eguale a quella medema
perche se la bafa della prismà hauera altra figura rettilinea che trian-
gulare, sia diuisa la medesima dalle due superficie opposte, in prismi
che habbiano le bafe triangolare.

Il Traduttore.

Questa correlario se troua solamente in la seconda traditione, vno
che questo commentator interpone più propositioni, lequale pare che
siano da lui aggiunte, la prima delle quale prepone in parte quello che concludo
de il sopra scripto correlario laquale dice in questa forma videlicet.

Theorema.xii. Propositione.xii

6
7 Se doi solidi (di quali l'uno sia seratile, & l'altro pyramide la bafa del
laquale sia triangola) seranno costicati egualmente alti sopra una

medesima basa, ouer sopra base equale triangolare ouer il seratile sopra una quadrangola & la piramide sopra una triangola la quale sia la mita della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla pi ramide.

SE il propolto seratile sita sopra vna basa triangolare, allhora dalla pyramide propolta sopra la propolta basa sia compido uno seratile equalmente alto alla propolta pyramide, ma sel seratile sita sopra vna basa quadrangola allhora alla basa della pyramide sia giouno vn triangolo del quale etiam sia compido alla basa della pyramide vna superficie de lati equidistanti sopra alla quale da essa pyramide sia compido vno seratile equalmente alto alla pyramide, adunque perche questo seratile e equalmente alto al primo seratile de la basa delleso e di lui tro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra loro equale de questo fu dimostrandolo in la quadrangola seconda del vndicesimo, & perche (per la basa de questo duodecimo) lo secondo seratile e triplo alla propolta pyramide perche quella e vna delle tre pyramide in lequale se diuide quel seratile anchora (per communia scientia) lo propolto seratile sita treppio alla propolta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa ouer sopra base equale seranno costituite quante piramide si uoglia equalmente alte, delle quale le basel siano triangole, quelle e necessario esser fra loro equale.

Proche fabricato vno seratile equalmente alto alle pyramide propolte, sopra vna basa triangola equale a vna delle base delle propolte pyramide ouer sopra vna basa quadrangola doppia a una delle base delle medesime esso seratile sita treppio a ciascuna di quelle pyramide & questo e manifestato per la precedente aggiunta ouer interpolla, & non quon per communia scientia) tutte le propolte pyramide sono (come habemo detto) fra loro equale.

6 Tutte le pyramide equalmente alte delle quale le base sono triangole le sono proportionale alle sue base.

Sian fatti sopra le base delle propolte pyramide, ouer sopra altre triangolare equale ouer sopra altre quadrangolare doppie li seratili equalmente alti a quelle pyramide, & per questo li seratili seranno fra loro equalmente alti, & perche li seratili sono proportionali alle sue base come e prouato in la trigesima sesta del vndicesimo mediante la trigesima terza del medesimo, concluda che (per la prima de queste aggiunte) sia manifestato quod li seratili esser treppio alle propolte pyramide, cioe cada uno alla sua relativa & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio così e il semplice al semplice seranno anchora le propolte pyramide proportionale alle sue base.

Il Traduttore.

Questa sopra scritta propositione e simile alla quinta me la demonstratione e diuersa da quella de questo e perche in quella non era anchora noto che vn seratile fuisse treppio a vna pyramide de equal basa & di equal altitudine co lui.

Se qualunque due pyramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola, & de l'altra quadrangola, ouer de piu lati, quelle pyramide conuien esser proportionale alle sue base.

Exempli

E sempre gratia siano intese due pyramide equimere alte sopra le due bafe, & b, & fia la cafa a. triangola fia b. pentagona, & fiano quette pyramide de tr. a. & b. Adoque dico la proportion delle due pyramide a. & b. effer si come delle bafe a. & b. & per dimoftrar quello fia diftinto il pentagono b. in tre triangoli. d. e. & f. & tutta la pyramide b. fara di uffa in tre pyramide equalmente teftes delle quale le bafe fono li triangoli c. d. e. le quale fiano etiam chiamade dalli nomi delle fue bafe. Adoque perche (per la precedente interpofta) la proportion della pyramide a. alla pyramide a. e si come del triangolo c. al triangolo a. & della pyramide d. alla pyramide a. si come del triangolo d. al triangolo a. & fimilmente della pyramide e. alla pyramide a. si come del triangolo e. al triangolo a. fequit adoque (per la trigefimaguarta del quinto tola due note) che la proportion del aggregato de tutte le pyramide c. d. e. (de quello e la total pyramide b. alla pyramide a. e si come del aggregato de tutti i triangoli c. d. e. (& quello e il pentagono b.) al triangolo a. adoque e manifesto el nufro lucto.

6 Tutte le pyramide laterate equalmente alte fe approuano effer proportionale alle fue bafe.

Si una di quelle fara sopra una bafe triangola, per la precedente interpofta e manifesto quello che e detto: ma fe le bafe de l'una & di l'altra fara di uoltri angoli refoluta quale si uoglia delle fue bafe in triangoli, & quella pyramide, in pyramide di triangolare. Et (per la precedente interpofta) la proportion di caduna di quelle pyramide di triangolare (intra le quale e diftinta l'una delle propofte) a l'altra e si come della bafe alla bafe di l'altra, e per tanto (per la trigefimaguarta del quinto tola quante volte bisogna) e manifesto effer il uero quello che habbiamo demo.

Il Traduttore.

La foprafcritta interpoftione ouer agiofta in la feconda traditione. Cauto re ne fa una propofitione laquale e la fitta come difopra uedi in margine notato.

Theorema. vii. Propofitione. vii.

Se due pyramide de bafe triagolare faranno eguale, le bafe de quelle Z faranno mutue alle altezze delle medeme, Et le le bafe, & le altezze faranno mutue, le medeme pyramide e neccelfario effer fra loro eguale.

Quello (che la trigefimaguarta & trigefimaquinta del undecimo) propofe di folidi parallelogrammi, & noi dimoftramo in la trigefima fola del medemo di fcrutti queta fctima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le bafe triangolare. Hoc, fiamo intefe due pyramide eguale sopra li doi triangoli a. & b. le quale fiano pur detta a. & b. Et per tanto dico che la proportion della bafe a. alla bafe b. e si come la proportion della altezza della pyramide b. alla altezza della pyramide a. & fe quello fara dico che le pyramide a. & b. effer fra loro eguale. Et per dimoftrar quello fiano agiofti alli doi triangoli a. & b. doi altri triangoli li quali fiano c. & d. accio che faciano ambedue le fue perche a. c. & b. d. de equidistanti lati, & da quelle pyramide (sopra le bafe a. o. & b. d. fiano compiti folidi parallelogrammi equalmente alti ille propofte pyramide li quali fimilmente fiano detti a. c. & b. d. Adoque (per la fitta de que fio duodecimo) e manifesto che la pyramide a. e la fitta parte del folido a. c. & la pyramide b. la fitta del folido b. d. Adoque (per la trigefimaguinta del undecimo) arguiffe il propofito, cioe la prima parte, per la prima & la feconde per la feconde.



Ma se qualunque due piramide laterate faranno eguale: le bafe di quelle alle altezze delle medefime faranno mutue, & le bafe de quelle alle altezze delle medefime faranno mutue, le medefime piramide bñogna effer eguale.

S E le bafe de luna & de l'altra faranno triangole eglie farò dimoftrato effer il medefimo quello che hauemo denotato: ma fe folamente una fia triangolare hor fia .a.b.c. la bafe de l'altra pyramide fia .d.e.f. fia fatto lo triangolo .c. eguale al poli gonio .b. & fopra .c. fia fatta una pyramide egualmente alta alla pyramide che e fopra .b. & farò .a.b.c.d.e.f. nonni eguali delle pyramide bñe de le bafe. Adòque perche le due pyramide .a.b.c.d. (dal perlioppofito) fono eguali: & (per la prima delle tre propofte alla fella di quello) le due pyramide .b.c.d.e.f. fono eguali: & (per comune fciencia) le due pyramide .a.b.c.d. & .a.b.c.d.e.f. faranno eguale. Adòque le bafe de que le fono mutue alle altezze di quelle: per la prima parte della fextima de quello) & concludo che le bafe .b.c.d. & .a.b.c. fono eguali: & anchora le altezze delle pyramide .d.e.f. & .c. e. eguale (per la prima parte de la fextima del quinto) le bafe .a.b.c. & .d.e.f. faranno mutue alle altezze delle pyramide .a.b.c.d. & .d.e.f. La fextima parte te approua per el contratio modo. Perche fe della bafe .a.b.c. alla bafe .d.e.f. fara come la altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. (per la fextima parte de la prima del quinto) della bafe .a. alla bafe .c. fara fi come la altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. Adòque (per la fextima parte de quella fextima) le due pyramide .a.b.c. & .d.e.f. fono eguale per la qual cofa (per comune fciencia) anchora le due pyramide .a. & .b. fono eguali: Ma fe ne luna ne l'altra delle propofte pyramide farò triangola ma che luna e l'altra fia poligonale, uerbi gratia luna fia pentagona e l'altra ottagonale le quale al per fente fiano denotati .a.b.c.d.e.f. & .g.h.i.k.l.m.n.o. & fono eguali: & fopra el quale fia fatta una pyramide egualmente alta alla pyramide .b. & le due pyramide .b. & .c. faranno eguale: & pero etiam le due che fono .a. & .d. per la concettione) faranno eguale: per la qual cofa fi come della bafe .a. alla bafe .c. fara l'altezza della pyramide .c. & alla altezza della pyramide .a. & quello per auanti e finto dimoftrato. Adòque (per la fextima del quinto) della bafe .a. alla bafe .b. fi come l'altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. lo conuerfo e manifefto per lo modo contratio: perche fe della bafe .a. alla bafe .b. fara fi come l'altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. fare anchora (per la fextima del quinto) della bafe .a. alla bafe .c. come l'altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. & pero (come e manifefto dalle prime) due pyramide .a. & .c. faranno eguale per la qual cofa, etiam (per comune fciencia) & le due che fono .a. & .b. faranno etiam eguale & quello e il propofito.

Theorema. viii. Propofitione. viii.

S De ogni due pyramide fimile che habbiano le bafe triangolare, la proportion de luna a l'altra, e fi come la proportion triplicata del lato di luna al lato relativo di l'altra.

P Ropofe due pyramide che habbiano le bafe triangolare fimile, da quelle compofte dui foli di parallelogrammi fi come e denotato in la demonftratione della precedente: & quelli dui foli faranno fimili inpede che le pyramide fono fimili: perche fimile fra loro. Perche li dui angoli foli che fono cōfetti di pyramide & alli foli parallelogrammi, fono cōfetti da angoli superficiali eguali di numero e quantitate anchora li lati che cōtengono quelli angoli superficiali fono proportionali. Per l'al qual cofa (per la trigefima quarta del primo) le tre superficie di foli parallelogrammi che cōfistitcono li angoli foli cōfistitcono eguali angoli, & de lati proportionali, & pero fono fimili (per la diffi-

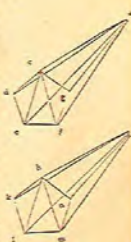
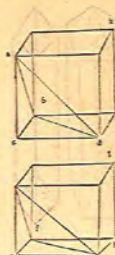
missione delle superficie simile) per la qual cosa (per la vigesimaseconda del undecimo) tutte le superficie di questi due solidi paralleli grammi sono simile l'una l'altro: adunque (per la diffinitione di corpi simili) questi solidi saranno simili, per la qual cosa conosci che la proporzione di solidi, & delle pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono simili alle pyramide (per la sesta di questo) Et conosci sia che la proporzione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relativi triplicata (per la trigesimaquinta del undecimo) & li lati di solidi siano ancora li medesimi delle pyramide. Ancora (per la undecima del quinto) la proporzione delle pyramide sarà si come la proporzione triplicata di suoi relativi lati che e il proposito.

Il Traduttore.

Per esempio figurale della soprascripta propositione siano due pyramide triangolare similis $a.b.c.d.$ & $e.f.g.h.$ le base delle quale sono li triangoli $b.c.d.$ & $f.g.h.$ & la loro cima oter angolo supremo $a.c.e.$ & li loro solidi siano $a.b.c.d.$ & $e.f.g.h.$ sopra le figure arguendo come di sopra facilmente uien concluso fo il proposito.

Ma se qualunque due pyramide laterate saranno simili, la proporzione di lura a l'altra, sarà si come la proporzione triplicata del suo lato al lato a se relativo di l'altra.

Siano due pyramide laterate simili li con delle quale siano $a.b.c.$ & siano sopra base pentagonale, le quale sono $a.d.e.f.g.$ & $k.l.m.n.$ Dico che la proporzione di quelle e si come la proporzione triplicata di suoi lati relativi perche egi manifestò (per la diffinitione delle superficie simile & di corpi) che li per triangoli che sono base delle propote pyramide, & tutti li altri triangoli circoscrutti esse pyramide sono fra loro simili, siano adunque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali si come propote) la decimosesta del sesto) esser possibile poter ane in quella le linee $a.c.e.$ & $k.l.$ in quella $b.h.i.$ & $k.m.$ Dico adunque queir pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equali, perche parangonate fra loro le due pyramide $a.d.e.f.g.$ & $k.l.m.n.$ del le quale li con sono $a.b.c.$ & $k.l.m.$ manifestò dal presupposito) lo triangolo $a.d.e.$ fer simile al triangolo $b.h.i.$ & lo triangolo $d.e.f.$ al triangolo $h.i.k.$ perche anchora (dal presupposito) lo angolo $d.e.f.$ e quale al angolo $k.l.m.$ & li lati $d.e.f.$ & $k.l.m.$ continenti l'angolo $d.$ sono proportionali alli lati $b.h.$ & $k.l.$ continenti l'angolo $k.$ li duei triangoli $a.d.e.$ & $b.h.i.$ (per la sesta del sesto) saranno equali, e pero (per la quarta del sesto) la proporzione del $a.d.e.$ al $b.h.i.$ sarà si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ conosci sia che (dal presupposito) la proporzione del $a.d.e.$ al $b.h.i.$ & anchora del $a.d.e.$ al $b.h.i.$ si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ per la undecima del quinto) del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ & del $a.d.e.$ al $b.h.i.$ sarà si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ adunque per la quinta del sesto & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo $e.f.g.$ sarà simile al triangolo $k.l.m.$ adunque (per la diffinitione di corpi simili) manifestò che la pyramide $a.d.e.f.g.$ è simile alla pyramide $b.h.i.k.l.$ Similmente anchora e manifestò la pyramide $a.d.e.f.g.$ esser simile alla pyramide $b.h.i.k.l.$ & la pyramide $a.d.e.f.g.$ alla pyramide $b.h.i.k.l.$ manifestò perche (per la octava) la proporzione della pyramide $a.d.e.f.g.$ alla pyramide $b.h.i.k.l.$ e si come quella del lato $d.$ al lato $h.$ triplicata, & anchora della pyramide $a.d.e.f.g.$ alla pyramide $b.h.i.k.l.$ si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ triplicata, & anchora della pyramide $a.d.e.f.g.$ alla pyramide $b.h.i.k.l.$ si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ triplicata conosci sia che (dal presupposito) la proporzione del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ & del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ si come del $e.f.g.$ al $k.l.m.$ triplicata (per la decimasesta del quinto) che la proporzione delle treale pyramide $a.d.e.f.g.$ b.h.i.k.l. si come di una di quelle parziale ad una altra adunque per questa octava & per la undecima del quinto se manifestò esser il vero quello che hauemo detto.



DI questa soprafcritta propofitione interpolla nella feconda tradurre le ne fia un correlario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, fono proportionale, al le fue bafe.

SOpra qualunque fpecie di bafe de molti angoli fiano le colonne, fe uerifica quello due e detto, & chiamamo colonne laterate, il corpi folidi laterati di qua li bafe & le fuperficie fopra, fono fimili, & eguali, & tutte le altre fuperficie circoufante, fono de l'ist' equalitadi, & la prima fpecie di tali corpi e il fcratillo, & la feconda fpecie e la colonna della quale la bafe e quadrilatera: la quale e neceffario effe corpolta da due fcratilli, & la terza e quella della quale la bafe e pentagona, & quella fe compofe da tre fcratilli, & fimiliter, & dico che ogni colonna laterata pool effe diuifa in tanti fcratilli in quanti angoli pool effe diuifa la fua bafe, & per tanto fiano inle le due colonne laterate a. & b. & c. f. ftituite fopra le due bafe a. & b. equalmente alte, dico che la proportion delle colonne, & c. e, fi come quella delle due bafe a. & b. perche effendo diuife quelle bafe in triangoli, & quelle colonne in fcratilli, la bafe a. (la quale fia polla effe quadrangola) fia diuifa in due triangoli d. & e. & la colonna a. in due fcratilli d. & e. la bafe b. (la quale fia pentagona) fia diuifa in tre triangoli f. & g. & la colonna b. in tre fcratilli li quali fimilmente fono chiamati f. & g. & h. & i. & quel le cofe che fono fiate dette in la trigefima cofa del undecimo fe manifefta che la proportion del fcratillo e. al fcratillo f. e, fi come della bafe a. alla bafe b. & fi fimilmente del fcratillo d. al fcratillo f. e, fi come della bafe d. alla bafe f. per la qual cofa (per la trigefimaquarta del quinto) della colonna a. al fcratillo e. f. ara fi come della bafe a. alla bafe e. & per la medefima ragione della colonna a. al fcratillo f. ara fi come della bafe a. alla bafe f. & fimiliter della colonna a. al fcratillo g. fi come della bafe a. alla bafe g. & adunque per la trigefimaquarta del quinto & la quant' volte fara neceffario, in concluderfi facilmente il propofito.

Adunque da quello e manifefto, che tutte le colonne laterate conftituite fopra una medefima bafe, ouer fopra bafe eguale, fe faranno equalmente alte faranno eguale.

Perche cocio fia che di fopra e fiano prouato, qualmente le colonne laterate fiano proportionale alle fue bafe, & effendo polla effe le medefime bafe ouer eguale e neceffario (per la trigefimaquarta del quinto) che etiam le colonne fiano eguale.

Anchora e manifefto tutti li folidi parallelogrami, fcratilli, & colonne laterate, fe faranno equalmente alte, quelle anchora, fe approuano effe neceffariamente proportionale alle fue bafe.

Perche tutte quelle fono fpecie di colonne laterate, delle quale di fopra effe, to unuerfalmente prouato effe il uero, quello che e detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla fua piramide.

Si diuifa la bafe della colonna in triangoli, & fecondo el numero di quelli triangoli, fia diuifa la colonna in fcratilli, & la pyramide della colonna, in pyramide

simile che habbiano le bafe triangole, cioè quelle che fono bafe di feranti, & tanto è manifesto cadauno ferante effere troppo a quella pyramide la quale fia sopra la medefima bafe con effo ierantile, & quello è itato dimoftrato in la fella di quello dododecimo libro. Ado que (per la decimaterza del quinto) tutti di feranti tolti infieme, a tutte le pyramide tolti infieme, è neceffario effere troppo, & con ciò fia che da tutti i feranti tolti infieme fe compie la colonna, & da tutte le pyramide tolti infieme non compie la pyramide della colonna, & manifefto effere il uero quella nofta propofitione.

Se qualunque due colonne laterate faranno eguale le bafe di quel le faranno in auue alle altezze di quelle medefime. Et fe le bafe di quelle &c le altezze faranno mutue le medefime colonne è neceffario effere eguale.

Perche fe le colonne fiano eguale, le pyramide di quelle faranno eguale perche ognalatazza colonna è treppia alla fua pyramide, & le pyramide faranno eguale le fue bafe faranno mutue alle fue altezze, li come è itato dimoftrato in la fella di quello adoque perche la bafe delle colonne & delle fue pyramide fono quelle medefime, & le altezze fono le medefime & manifefto fia la prima parte del propofito. Hor fiano adoque le bafe & le altezze delle propofite colonne laterate mutue. Dico che le colonne faranno eguale, perche con ciò fia che fiano le medefime bafe & le medefime altezze delle colonne, & delle fue pyramide le bafe & le altezze delle pyramide delle propofite colonne faranno mutue. Se quello che itato pofto deue colonne, farà il uero, adoque le pyramide faranno eguale, come in la fella di quello è itato dimoftrato, adoque etià le colonne faranno eguale, & non fia che due fiano el troppo alle fue pyramide, la qual cosa è manifefto in la feconda parte di quello che itato pofto.

Di ogni due colonne laterate fimile, la proportion de luna a l'altra è li come del lato al fuo relatio lato la proportion triplicata.

Se le le colonne faranno fimile (per la diffinitione di corpi fimili) la bafe di quelle & le altre fe perfone circondante quelle faranno fimili & per tanto fiano fimili le bafe di quelle in triangoli fimili & di uero eguali, & come la decimaterza del fefto propone & effere poftibile, & quelle colonne fiano fimili in feranti itati sopra quati triangoli adoque habbia di pronare li feranti di luna effere fimili a li feranti di l'altra, & itato a li fuo relatio, & a quella facilitate approuata per el principio de per la fella, & quarta, & quinta del fefto, & per la diffinitione delle fe perfone fimili & per la diffinitione di corpi fimili, & per tanto questo (per la trigefima fella del undecimo) la proportion de cadauno di feranti di una al fuo relatio fimile di l'altra, fura li come la proportion del fuo lato al lato di quello triplicata. Et perche la proportion de tutti li lati & una medefima & non oia: che tutti li feranti di una fiano fimili al li fuoi feranti relatio di l'altra, & quarta (per la undecima del quinto) che fia una medefima proportion de tutti li feranti di una alla li fuoi feranti relatio di l'altra, per la qual cosa (per la decima terza del quinto) la proportion che è del ferante di una al fuo fimile relatio di l'altra, & quarta medefima & de tutti tolti infieme a li tutti tolti infieme & perche tutti li feranti di una & di l'altra tolti infieme & compouono le colonne, & li lati relatio di feranti fono li lati relatio delle colonne (per la fella del quinto) è neceffario che la proportion delle colonne fia come la proportion triplicata di fuoi lati relatio che è il propofito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le pyramide fimili che hanno le bafe de molti angoli fura, oio fono in treppia proportion della proportion de lati delle medefime perche diuife quelle in pyramide che habbiano le bafe triangolare, perche le ba



le poligonie simili (p la decimanona del festo) se dividono in tria-
goli simili, & in equal multiplicita, & della medema pportione di
tutti) sara si cõe una delle piramide che ha la basa triangolare in la
na a quella una a se relativa che ha la basa triangolare in l'altra pirami-
de, & così e tutte le piramide che ha le base triangolare che siano in
luna a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che sifino in
l'altra (p la duodecima del qnto) & qsto e quella medesima piramide
che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia,
& la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha
la basa triangolare e in treppia pportione de la pportione di
lati delle medesime (per la precedente) adonque & quella che ha
la basa poligonia a quella che la basa similmete poligona ha trep-
pia pportione, che il lato al lato.

Il Traduttore.

Lo sepiessimo correlario se ritrova solamente in la seconda traditone
el qual coincide quello che fu interposto in principio i deo etc.

Theorema. ix. Proposizione. ix.

Ogni colõna rotõda, s'approua esser treppista alla sua piramide.

Sopra il cerchio a. sia intera una colõna b una piramide eretta, secondo
una medesima sua altezza. Et siano dette (equioce) quella piramide
b la colõna, & il cerchio di uno medesimo non e cioè a. Dico adonque
che la colõna a e treppia alla piramide a. la pcutatione della quale e per-
che fa non pcut esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche prima-
mente (se possibile e) sia maggiore che treppia in la quantita del corpo. In
talmente che el corpo a. sia cõmodo intra della colõna a. el residuo di quel
la sara treppio alla piramide a. Sia adonque incirco un quadrato in lo cer-
chio a. sopra il quale siano descritti doi serali egualmente alti alla colõna
di cui quali doi serali soti insieme e manifestò che sono più della mita di
la colõna a. si come e manifestò esso quadrato esser più della mita del cer-
chio a. Perche se da questi serali saranno conuiditi li solidi parallelegrami
cui di quali essi sono la mita de ossa colõna sara parte di essi solidi soti insie-
me, & da post sopra li lati del quadrato incirco descritto quattro triangoli
de doi lati equali, in la pcutione del cerchio delle quale portioni li lati dello
quadrato sono corde, diti li archi di quelle portioni in due parti equali, se
siano quelli triangoli c. d. e. f. sopra li quali essan erigrai li serali alla altez-
za de la colõna a. & manifestò che questi serali sono maggiori della mita
de delle portioni delle colõne sitate sopra le portioni del cerchio si come
etiam li triangoli sono maggiori della mita delle portioni del cerchio. Et que-
sto sia fatto tante volte per lina a tanto (che per la prima del decimo) l'as-
serario sia cõstato a cõfirmare le partioni delle colõne soti insieme esser
meno del corpo b. Hor possiamo adonque che sia la colõna laterata etno-
na la qual compone tutti li serali soti insieme di quali le base sono li trian-
goli diuidendi lo poligono infirimo in lo cerchio. a. maggior del treppio
della piramide rotõda. a. & perche ella colõna laterata e treppia alla
sua piramide: si come e stato diuofrato in quelle propofitioni che so-
no state aggiunte in la precedente, seguita (per la seconda parte della de-
cima del quinto) (che la piramide rotõda a. sia minore della piramide ine-
rata della colõna laterata della quale la basa e lo poligono incirco in la
basa della piramide rotõda. a. la qual cosa e impossibile, perche la py-
ramide laterata e parte di essa piramide rotõda. Adonque la piramide a.

con e



non è meno della terza parte della sua colonna, ne ess'è più della terza parte. Perché (se egliè possibile) sia la pyramide .a. più della terza parte della colonna .a. in la quantità del corpo .b. talmente che detratto il corpo .b. del la pyramide .a. lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna .a. Dico adunque si come prima) della pyramide .a. si inteso esser detratta la pyramide laterata a se egualmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .a. la qual pyramide laterata è manifestò esser più della metà della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide .a. maniera uolta si an inteso esser detratta la pyramide egualmente alte con l'istesso per li triangoli .c. d. e. f. li quali sono in le portioni della basa, & questo sia tanto che uolte (per la prima del decimo) che dalla pyramide .a. rimanga meno del corpo .b. Adunque la pyramide laterata (sopra stante allo inferio poligono) la quale compongono le pyramide laterate detratte dalla rotonda pyramide sarà maggiore della terza parte della colonna .a. & perché questa pyramide laterata (come approuata in le precedenti) è la terza parte della sua colonna laterata .a. finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda .a. esser minore della colonna laterata della medesima altezza: la basa della quale è il poligono inscritto in la basa dell'istessa pyramide. Et questo è impossibile: perché questa colonna laterata è parte della colonna rotonda: Gioio si adunque che la colonna rotonda non possi esser meno del terzo della sua pyramide ne etiam più, sarà necessariamente troppa a quella che è quello che uoliamo dimostrare.

Theorem. x. Propositiōe. x.

¹⁰
¹² La proportiōe di luna a l'altra di ogni due pyramide rotonde simili, & colonne rotonde simili, ess' come la proportiōe triplicata del diametro della sua basa: al diametro della basa di l'altra.

Sieno li doi cerchi .a. & .b. sopra li quali siano constituite due pyramide rotonde simili: & due colonne rotonde simili & siano detti li cerchi, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchi, da questi nomi .a. & .b. c. quinoce. Dico adunque che la proportiōe delle due pyramide .a. & .b. & delle due colonne .a. & .b. si come la proportiōe triplicata di doi diametri .a. & .b. & se questo è la pyramide uen conuenuto etiam quello delle colonne sarà manifestò (per la decima quinta del quinto) conuo sia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia troppa alla sua pyramide: Et questo delle pyramide sarà manifestò per la dimostratiōe che in d'ac alimposibile, perché per quel la communia scientia posta in el principio della dimostratiōe della seconda di questo duodecimo libro) la proportiōe che è del diametro .a. al diametro .b. tripluca, la medesima è della pyramide .a. ad alcun corpo. Adunque sia quel tal corpo .c. del qual dico che quello non può esser minore ne maggiore della pyramide .b. sia primamente minore (se sarà possibile) in la quantità del corpo .c. talmente che li doi corpi .c. & .d. uoliti insieme siano quanto la pyramide .b. Adunque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide .b. detratta la pyramide laterata a se egualmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .b. & dal residuo di quella, si an detratta la pyramide della medesima altezza stante sopra li triangoli delle portioni del cerchio .b. Adunque si fatto questo tanto che uolte per li tanto che se contringa l'esserario a constellare (per la prima del decimo) che lo residuo della pyramide .b. sia minore del corpo .c. (per commun scientia) la laterata pyramide che compone le portuali pyramide detratte sarà maggiore del corpo .c. adunque sia inscritto in lo cerchio .a. uno poligono simile a quello che è basa della pyramide latera detratta della pyramide .b. & alli angoli di quello poligono inferiamo in lo



condicio a tra le linee del cono del la pyramide a. & compiendo sopra quello pos-
ligento, la pyramide laterata egualmente alta alla pyramide rotonda. a.
Adonque s'india di dimostrare questa esser simile alla pyramide laterata de-
tratta dalla pyramide rotonda. b. la qual cosa farai per qsto modo. In luna e l'al-
tra pyramide tu erigerai l'altis di quella la quale (per la diffinitione) fara la di-
stra condurre la vertice oer cima della pyramide con il centro di la basa, &
sara perpendicolare alla basa, & da poi dalli centri delle basi in luno e l'altro
cerchio proterai il semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inferiori, & con
cio sia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportion
del assis di luna al assis di l'altra, sia si come del diametro dell' basa di luna al
diametro della basa di l'altra. E pero etiam (per la decimaquinta del quinto) &
per la equa proportionalia) si come della mita del diametro alla mita del dia-
metro: & siano tutti li angoli (che contiene assis in luna e l'altra) con li semi-
diametri) retti (per la sesta propositione del sesto libro, & per la quarta del me-
desimo, per la diffinitione delle superficie simile & per la diffinitione di corpi
simili) e necessario che la pyramide laterata. a. sia simile alla pyramide latera-
ta. b. per la qual cosa (per la propositione giunta alla octava di questo) la pro-
portione della pyramide laterata. a. alla laterata. b. e si come la proportion
triplicata del lato di luna al suo relativo lato di l'altra e pero etiam si come del
diametro. a. al diametro. b. triplicata. E per tanto anchora si come della pyra-
mide rotonda. a. al corpo. c. (per la undecima del quinto) per la qual cosa
premutatamente, la proportion della pyramide laterata. a. alla pyramide
rotonda. a. fara si come della pyramide laterata. b. al corpo. c. & perche la py-
ramide laterata. b. e maggiore del corpo. c. la pyramide laterata. a. fara maggio-
re della pyramide rotonda. a. la qual cosa e impossibile essendo parte di quella.
Adonque il corpo. c. non e minore della pyramide rotonda. b. & l'ha adonque
di provare che non poe esser maggiore. Perche se bisognario diare quel esser
maggiore allora sia arguido (per la contraria proportionalia) la propor-
tione del diametro. b. al diametro. a. triplicata esser si come della pyramide roton-
da. b. al alcun altro corpo il quale sia. d. se perche (dal preloposso) el cor-
po. c. e maggiore della pyramide rotonda. b. seguita (per la decimaquinta del
quinto) che la pyramide rotonda. a. sia maggiore del corpo. d. Adonque se co-
mentando come prima sottraendo el corpo. d. dalla pyramide rotonda. a. ri-
manga il corpo. c. & seguita come prima. Adonque la proportion d' il pyra-
mide. b. al corpo che e minore della pyramide rotonda. a. e che e. d. e si come
la proportion triplicata del suo diametro. b. al diametro di l'altra. & questo e
impossibile. Perche habbiamo dimostrato sopra che la parte sia maggiore del
suo tutto. Adonque ornelo sia che el corpo. c. non possi esser minore se o aggre-
re della pyramide rotonda. b. necessariamente fara al lei eguale. E per tanto per
la seconda parte della prima del quinto e manifesto il proposito. Ma il proci-
so di questa dimostrazione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle
colonne etiam pyramide rotonde delle quale il assis stanno perpendicolare alle
lor base. Perche tale faccio diffinito el principio del undecimo, niente di-
meno concio sia che la possente dimostrata in questo loco consegue comuni-
tamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile
oer quando le assis stanno erette orthogonalmente sopra le lor base, oer
quando sopra quelle stanno inclinate, & per causa di differenza siano chia-
mate quelle colonne. & pyramide rotonde delle quale le assis stanno ortho-
gonalmente sopra a le basi erette. Et le altre siano come inclinate. Et perche in
el principio del undecimo non sono state diffinte le colonne, oer pyramide ro-
tonde salvo solamente que che chiamano erette, & que per el momento di-
stinguo pyramide rettangolo: & quelle per il movimento d'un triangolo ret-
tangolo. la pero habbiamo pensato esser conveniente diffinire le colonne ro-
tonde & le pyramide con diffinitioni (comentamente univoce) conuenienti dalle
colonne rotonde, & pyramide erette, & inclinate. Adonque quando fora della lapia
che di



die di alcun cerchio. Si signaro un ponte d'eguale sia continuato per linea retta con la circonferenza di esso cerchio se questa tal linea dal posto signato stante tempo e fissa sia circondata p la circonferenza del detto cerchio p fino a tanto che ritornari al loco d'oue incominciara a mouersi el corpo che fara contenuto dalla curua superficie che descrivera questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual e cir condotta lo chiamo pyramide rotonda. & lo cerchio al quale e cir condotta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo posto suo sopra to fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis: ouer sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta fara perpendicolare alla basa. Dico la pyramide esser eretta: & quando fara inclinato dico etiam la pyramide inclinata. Ma quando faranno duoi cerchi e quali descrirni in due superficie equidistanti li qualuna plana superficie (transiente per li centri di quelli) (il segnarle le due relationi sectione delle due circonferenze di essi cerchi) faranno continuare per linea retta. Se questa linea sia circondata in le circonferenze di essi cerchi equidistantemente al loco del quale incominciara a mouersi per si sia a tanto che la tornari al loco suo. El corpo che e contenuto dalla superficie entra (che descrirne questa linea nel moto suo) & dalli duoi proposti cerchi lo chiamo colonna rotonda, lo assis: ouer sagitta della quale e la linea retta continuante li centri delli duoi cerchi. Et quando questa sagitta fara perpendicolare alla superficie di luno e laltro di duoi cerchi, dico la colonna esser retta, & quando fara inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando faranno due pyramide rotonde ouer colonne dalle base delle quale per lassis usciranno due superficie orthogonualmente erette sopra le base di quelle & li angoli che usciranno le comune sectioni di quelle superficie, & delle base con lo assis faranno fra loro equali, & la proportion de l'assis di luna al assis di laltre, fara si come della mita del diametro di la basa di luna alla mita del diametro della basa di laltre. Alhora quelle due pyramide fra loro ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Poche qualche definitioni eglie de dimostrare che de ogni due pyramide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer se faranno rette ouer inclinate la proportion de l'assis a laltre e si come la proportion triplicata del diametro della basa di luna al diametro della basa di laltre: la qual cosa delle erette sole e stato dimostrato. Sta qñto mandamo auanti uno antecodente necessario.

^o Se faranno due pyramide rotonde fra loro simile, delle quale due & due superficie plane seghino l'una e laltre di quelle sopra lo assis: & che l'una de quelle due superficie, in l'una e laltre pyramide sia orthogonualmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base conuenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che conueni le assis & le due comune sectioni delle base & di quelle superficie che sono state posite non orthogonualmente erette sopra le base faranno fra loro equali.

Si le due pyramide rotonde a.b.c.d. (delle quale le base sono li cerchi e.f. & g.h.) & i le assis le due linee a.b. & c.d. & li diametri delle base e.g. & h.). li centri delle base sono li dui punti b. & d. li centri delle pyramide a. & c. simile fra loro, & dalli con di quelle, siano prostrate due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base le quale sono a.m. & c.n. & siano continuati li ponti a. & c. con li centri delle base prostrate le linee b.m. & d.n. & la superficie a.m. la qual uia fora della assis a.b. (p la g. della) sia eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie c.n. dalla qual uia fora della assis c.d. fara eretta orthogonamente



sopra la base della pyramide. cd & per tanto li due archi f, g, k, K, L siano simili & siano intese le due superficie a, b, f, c, d, K uguale fuori da li assi, & leger le pyramide a, b, c, d, K simile. Dico adunque li due angoli b, c, d, K esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee fm, n & kn adunque poche le due pyramide a, b, c, d, K sono simile & le due superficie a, b, c, d, K che sono orthogonalmente sopra le base uengono fuori dal le assi di que le, & per la diffinitione delle pyramide simili l'angolo a, b, c, d sarà eguale al angolo c, d, n, k per cui dalla diffinitione delle linee perpendicolari te erete sopra una superficie l'uno & l'altro di duei angoli a, m, n, c, d, K eremo, (per la 32 del primo & per la 4 del 6.) li duei primi triangoli a, b, m, c, d, K saranno de lati proporzionali cioè che la proporzione della linea a, b alla linea c, d sarà si come della b, m alla d, n & si come della a, m alla c, n & poche (dalla diffinitione delle pyramide simili) la proporzione del a, m, n, c, d, K è si come del mezzo diametro b, f al mezzo diametro d, k (per la 32 del quinto) la proporzione del b, f, a, d, K sarà si come della b, m alla d, n & con ciò si che li duei angoli d, b, f, a, d, n siano equali imperoché li duei archi f, g, k, K, L sono simili (dal pre-supposto) la proporzione della d, m alla K, n (per la 32a figura del 3o libro) sarà si come della b, m alla d, n & però & si come della a, m alla c, n & per che un'altra volta dalla diffinitione delle linee perpendicolari te erete sopra una superficie l'uno & l'altro di duei angoli a, m, n, c, d, K eremo (per la 32a e quarta del 3o libro) la proporzione della a, m alla c, n sarà si come della a, m alla c, n & però (per la undecima del quinto) si come della a, b alla c, d & si con ciò della b, f alla d, k . Adunque (per la quinta del 3o libro) li duei angoli a, b, f, c, d, K sono fra loro equali che è il proposto il undecimo facilmente per gli delle colonne rotonde simile adunque per quello che stato dimostrar dico che de ogni due pyramide rotonde simile siano come si voglia ouer erete ouer inclinate: la proporzione di lora a l'altra si come la proporzione triplicata del diametro della sua base al diametro della base di l'altra. Perche essendo come prima le due pyramide rotonde a, b, c, d delle quale le base sono li cerchi a, b & li diametri di questi siano anchora a, b, c, d sia la proporzione della pyramide a, b al corpo a, b si come la proporzione triplicata del diametro a, a al diametro b, b adunque il corpo a, b sia minore ne maggiore della pyramide rotonda b, b & per dimostrar questo si (se possibile) emino in la quantità del corpo d talmente che li duei corpi c, d siano insieme siano quanto la pyramide rotonda b, b . Adunque dalla assa della pyramide b, b si produca una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra il cerchio b, b & sia la comune sezione di questa superficie & del cerchio b, b la linea c, c . Si trasferente per il centro b, b la quale sarà diametro del cerchio b, b & denotro del cerchio b, b si protramo un'altra diametro segante questo primo cerchio talmente el quale sia g, h & così in lo cerchio b, b inscriuo lo quadrato e, g, f, h & dalla pyramide rotonda b, b sia inteso esser detratta la pyramide laterale la base della quale è il quadrato inscriuo in lo cerchio b, b la quale come si disse e stato prouato sarà maggiore della metà della pyramide rotonda & dal resto duei di quella siano detratte le pyramide di quella medesima altezza stante sopra li triangoli delle porzioni del cerchio b, b & sia fatto questo tante volte per fino a tanto cho'l residuo della pyramide rotonda b, b sia minore del corpo d . (per la prima del decimo) & (per la conuenzione) la pyramide laterale dei traza la quale componono le pyramide laterale detratte sarà maggiore del corpo c, d . Adunque al presente sia prodotta dal assa della pyramide a, a un'altra superficie che sia orthogonalmente eretta sopra il cerchio a, a & la linea K, L sia la comune sezione di questa superficie & del cerchio a, a la quale per questo sarà diametro del cerchio a, a & si protramo in el cerchio a, a un'altra diametro segante questo primo orthogonalmente el qual sia m, n & così sia inscriuo in lo cerchio a, a lo quadrato K, m, l, n . & dividendo li archi delle porzioni del cerchio a, a in due parti equali compendo in lo cerchio a, a un poligono simile a quello che è inscriuo in lo cerchio b, b & a ciascuno

si come della pyramide rotunda a. al corpo c. per la qual cosa presumibilmente della pyramide laterata a. alla pyramide rotunda a. e si come della pyramide la terata. b. al corpo d. conio sia che la pyramide laterata. b. sia maggiore del corpo. c. seguita la pyramide laterata a. esser maggiore della pyramide rotunda. a. & quello e impossibile perche lei e parte di quella adooque el corpo onen fara memore della pyramide rotunda. b. Ma se l'auerario ponera che sia maggiore dimostreremo un'altra volta conleguire il medesimo impossibile per che (per la conuerfa proportionalita) la proportion del corpo. a. alla pyramide rotunda a. sia si come del cerchio b. al cerchio a. si anchora la medesima della pyramide rotunda. b. ad alcun corpo el qual sia. d. Cioe sia adooque el corpo. a. sia maggiore della pyramide rotunda. b. (per el presupposito) la pyramide rotunda a. (per la decima quarta del quinto) fara maggiore del corpo d. Adooque la proportion del cerchio b. al cerchio a. sia si come della pyramide rotunda. b. ad alcun corpo menor della pyramide rotunda. b. Ma quello e stato dimostrar per auanti esser impossibile perche così seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adooque il corpo c. non ene minore ne maggiore della pyramide rotunda. b. ma solamente eguale. E per tanto) della seconda parte del la prima del quinto conclude il proposito. Ma accio che piu facilmente si dimostrasse sia dimostrata la proposizione che seguita nelle necessario di mandare auanti uno antecedente a quella uelleti quale e quello.

- 11 Se una superficie segara alcuna colonna rotunda equidistantemente
 12 te alla basa di quella. li duei corpi parziali li quali terminano a quel
 13 la superficie saranno proportionali alle parti de la sua della colonna.

Questa e simile a quella che se ppe in la trigesima quinta del undecimo li
 deo di solidi parallelogrammi ne solamente quello delle colonne rotonde
 e il uerouano piu presto semplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterate
 o rotonde, la qual cosa (chi tenia) firmamente la argomentazione di la prima
 del sesto) ouer della trigesima quinta del undecimo) facilmente potra dimo
 strare, perche in questo loco non altrimenti che in quello eglio di argumen
 tare il proposito (per la diffinitione della incontinua proportionalita) la quale e
 posta in el principio del quinto libro) Ma e bisogna aduertire che qualunque la
 perche legiti una colonna equidistantemente alla basa di quella sega etia quel
 la equidistantemente alla superficie opposta alla basa di quella, perche ciascu
 na superficie de quale siano equidistate a una medesima superficie, quelle ancho
 ra loro sia loro equidistate come interdicti da quelle cose che sono state deme
 strate la decima sesta del undecimo libro) Per la qual cosa e manifesto che mi
 te le colonne rotonde delle quale le base sono eguali, sono proportionale alle sue
 altezze, il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle pyra
 mide rotonde etiam delle laterate la qual cosa essendo poco a poco prima delle colu
 ne delle pyramide fara manifesto perche ogni colonna e trippia alla sua pyramide
 de la rotunda (per la nona di quello) & la laterata (per quelle cose che sono state
 dimostrate sopra in la octaua).

Il Traduttore.

Di questa sopra scritta figura, quale pote che sia una agiota del comen
 tatore nella seconda adomone, a. auerare ne fa due proportionali quale
 luna e la decimaterza & l'altra e la decima quarta. Et piu detta decimaterza sega
 ralmente adue la colonna a. d. sega dalla superficie. g. h. equidistantemente alle
 due base cioe a. alle due base a. b. & c. d. & conclude il medesimo che se fa nella se
 pra scripta agiota cioe che si come che e la colonna parziale. b. g. all'altra colo
 na parziale. g. d. così fara l'altra a. al tutto. K. f. per dimostrar tal cosa, elio che
 sia adooque



fia alongato da lona e l'altra parte l'alta, e f. p. fino in li pond. l. m. & di quelle col che ne sia tolte quante parte ne pare eguale alla sua conterminale poniamo le due, a. n. & n. l. eguale alla parte, e. k. & così le due, f. x. & x. m. ouer più eguale al l. l. K. & similmente et uole che per li pond. l. n. & x. m. f. esse le superficie p. e. a. t. y. q. uale & equidistante alle a. b. & u. d. & uole che siano interi le colonne parte, p. a. t. b. d. e. a. n. Et che le axis l. m. n. e. x. sono fra loro eguali adunque le paruale colonne, p. r. t. o. b. g. (per la undecima) l'one eguale fra loro & similmente sono di equal multiplicità alla colonna, b. g. li come l'axis, K. & l'axis, & k. & per le medesime ragioni le due intere della colonna, o. g. alla colonna, g. d. esse così multiplice come che l'axis, m. K. al axis, l. f. & che le laxis, K. l. f. sia eguale al axis, k. m. etiam la colonna, p. g. sia eguale alla colonna, g. d. & le sia maggiore o sia maggiore & se sia minore sia minore, per li choi, per la diffinitione delle quante proportionale cioè per la settima diffinitione del quinto) le concludo che le quattro quantita sono proportionale cioè le due axis, l. f. & k. l. & le due colonne paruale, b. g. & g. d. che e il proposito. Et bilingua nota che quella figura che di sopra chiamano colonna nella predetta seconda traduzione e detta cylindro.

La decimaquarta propositione propone che li con. etiam li cylindri che sia sopra base eguale che la proportion di luno a laltro e si come la altezza di luno alla altezza di laltro.

Et per esempio figurale sia sopra le due base a. b. & c. d. eguale. Li due cylindri, f. d. e. b. Dice che il cylindro, e. b. al cylindro, f. d. e. b. come la axis, g. h. al axis, k. l. per dimostrare tal cosa uole che sia retta ouer alongata la axis, l. p. fino in p. o. u. talmente che la l. n. sia eguale alla axis, g. h. & attinge al axis, n. o. d. che se gli insedia il cylindro, e. m. p. o. l. & quelle in questo modo, adunque che li due cylindri, e. b. & c. m. sono di equal altezza & sopra base eguale (p. 11.) (di questo) sono fra loro equali, & perche il cylindro, l. m. e legato dal plan. e. d. & equidistantemente alle due base opposte adunque (per la precedente) si come e il cylindro, e. m. al cylindro, f. d. così e la axis, n. o. d. al axis, k. l. & che il cylindro, e. m. e eguale al cylindro, f. d. & la axis, n. o. d. al axis, g. h. & adunque si come e il cylindro, e. b. al cylindro, f. d. così e la axis, g. h. al axis, k. l. & come il cylindro, e. b. al cylindro, f. d. così e il cono, g. h. al cono, c. d. & per li cylindri de quali sono tripli di detti con. (per la nona di questo) adunque (p. la undecima del quinto) si come la axis, g. h. al axis, k. l. così si come la g. h. al cono, c. d. & lo cylindro, e. b. al cylindro, f. d. che e il proposito.

Theorema. xii. Propositione. xii.

12 Se due piramide rotonde ouer colonne faranno eguale le sue base
15 faranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze faranno mutue quelle piramide ouer colonne e ne necessario esser eguale.

Le linee che discendono dalla punta alle base perpendicolarmente deturano la altezza delle piramide & delle colonne & delle superficie suprame di quelle alle base, siano adunque le due piramide rotonde a. b. & c. d. eguale, & le due colonne rotonde a. b. & c. d. eguale & siano le commune base f. d. & e piramide come delle colonne si due cerchi a. b. & c. d. nota le commune altezze si delle piramide come delle colonne siano determinate per le due linee, h. & e. & dico che la proportion de' cerchi, a. b. al c. d. e si come della altezza, a. b. alla altezza, c. d. & al cono, a. b. si fare prouto quanto delle colonne, delle piramide sarà corno, per che ogni colonna rotonda e streppia alla sua piramide adunque se le due altezze, a. b. & c. d. faranno eguale (per la precedente) e ma.

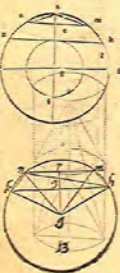




nella il profilo, ma se farino ineguale sia a b maggiore re & sia solo la a, e quia
le alla c d & sia figura la colonna a b, dalla superiore e, equidistantemente alla
b a, e di qualesq. per lo premesso antecedente la colonna a b alla colonna
c d, e si come la altera a b, alla altera a c, e però (per la prima parte della
femina del quino) la colonna c d alla colonna a c, e si come la altera a b,
alla altera a c, per la qual cosa (per la seconda parte della femina del quino)
si come la altera a b alla altera a c, (per la preceduta) & la colonna c d alla
colonna a c, e si come il cervello al orichino, a d o que (per la undecima del
quino) la altera a b alla altera c d, e si come della b a, alla b a, a, ad o
que e manifesti la prima parte, la seconda se manifestar (per il modo contrario)
l'altera la medesima di disposizione, Hor sia come della b a, alla b a, a, c o l'altera
a b, alla altera c d. Dico che le due colonne a b, & c d sono eguali, perche
(per la seconda parte della femina del quino) la altera a b, alla altera a c, e
si si come della b a, alla b a, a, e perche (per la preceduta) la colonna c d
alla colonna a c, e si come della b a, alla b a, a, d, (per lo premesso anteceden
te) la colonna a b, alla colonna a c, e si come la altera a b, alla altera a c, e
suglia (per la undecima del quino) che la altera c d, alla colonna a c, e si co
me la colonna a b, alla medesima a c, ad o que (per la prima parte della nona
del quino) le due colonne a b, & c d sono eguali, per la qual cosa e manifesti
etiam la seconda parte.

Problema primo. Proposizione. xiii.

13 Quando faranno proposti dadi cerchi circondati sopra uno me-
simo centro eglie possibile dentro il maggiore descrivere una in-
feriore de molti angoli, de lati pari & equali la quale non tocchi il
cerchio minore.



Siano li doi cerchi a. b. c. d. e. f. et d. r. d. m. l. i. n. e. p. r. z. uno comune centro delli
li q. Dico che drato al maggior cerchio qual sia a. b. c. d. e. f. egie p. o. l. l. i. e.
et drato un poligono che sia equilatero, che tanto de suoi lati tocchi il
cerchio minore el quale e. o. f. e. f. per quel liano tanti quelli doi cerchi li
questo parti equali da dal diametro tra loro legandoli orthogonalmente sopra
il centro di q. g. g. li quali siano a. b. c. d. e. f. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. di diametro del minore par-
te del diametro a. c. e. e. e. di diametro del maggiore a. c. c. ad oblique dal punto a. f. a
d. m. e. da l. u. n. e. l. a. l. t. r. a. b. a. n. d. a. p. e. r. f. i. n. a. l. l. a. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. d. e. l. m. a. g. g. i. o. r. e.) una li-
nea orthogonalmente sopra del diametro a. c. l. l. a. q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. m. m. o. n. e. p. e. r. l. a. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a.
r. u. n. d. a. d. e. l. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. a. l. i. n. p. o. n. t. a. l. l. e. d. i. l. i. n. p. o. n. t. e. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. per lo scelerato
della d. d. e. m. e. n. z. a. d. e. l. t. e. r. r. o. f. i. n. l. i. n. e. a. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. e. c. o. n. t. i. n. g. e. n. t. e. l. c. e. n. t. r. o. m. i. n. o. r. e. e. f. i. d. a.
p. o. l. d. i. d. e. l. l. q. u. a. d. r. a. n. z. a. d. e. l. c. e. n. t. r. o. m. a. g. g. i. o. r. e. i. n. d. i. c. i. p. a. r. t. i. e. e. q. u. a. l. i. n. p. o. n. t. e.
l. i. r. e. p. e. n. d. o. l. a. d. i. e. n. z. a. d. e. l. l. a. d. i. g. n. a. l. i. t. a. d. e. l. t. e. r. r. o. f. i. n. l. i. n. e. a. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. d. i. d. e.
l. a. r. z. a. a. l. i. n. e. a. d. i. c. i. p. a. r. t. i. c. i. p. a. l. i. n. p. o. n. t. e. m. i. n. o. r. e. e. c. o. n. d. o. f. i. d. a. c. h. e. f. a. c. i. e. n. d. o. q. u. e. l. l. o. p. a. r.
u. o. l. e. d. i. h. e. c. c. e. l. l. i. t. a. p. e. r. m. e. n. t. a. l. f. i. n. a. l. m. e. n. t. e. a. u. n. o. a. r. c. o. l. i. q. u. a. l. e. l. a. m. i. n. o. r. e. d. i. l. a. r.
c. o. n. t. i. n. e. h. i. n. q. u. e. l. l. o. l. o. c. o. n. p. e. r. o. c. h. e. q. u. e. l. l. o. c. e. n. t. r. o. m. i. n. o. r. e. p. o. c. h. e. c. i. e. n. d. o. d. i. c. i.
q. u. a. n. t. a. i. n. e. q. u. a. n. t. a. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. f. a. c. a. u. s. a. d. i. l. a. m. i. t. a. d. i. q. u. e. r. i. a. d. i. c. i.
f. i. n. a. l. m. e. n. t. e. d. i. c. i. l. l. a. m. i. t. a. q. u. e. p. o. s. s. i. b. i. l. e. f. a. q. u. e. l. l. o. c. a. n. o. l. t. e. p. e. r. f. i. n. a. l. t. a. n.
q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. m. i. n. o. r. e. e. q. u. a. n. t. a. m. i. n. o. r. e. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. c. o. m. e.
i. n. l. a. p. a. r. t. e. d. e. l. d. e. c. i. m. o. e. d. a. t. o. d. i. m. o. s. t. r. a. t. o. q. u. a. n. d. o. a. d. o. q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. d. e. l. l. i. c. o. m. e.
f. a. c. i. p. e. r. c. e. n. t. o. a. u. n. o. a. r. c. o. q. u. a. n. t. o. f. i. u. o. g. l. i. m. i. n. o. r. e. d. i. a. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. d. e. l. l. i. c. o. m. e. l. i. n.
q. u. e. l. l. o. l. o. c. o. f. a. r. c. o. a. m. i. t. a. t. o. l. i. n. l. a. p. a. r. t. e. e. q. u. a. l. e. l. a. r. z. a. a. m. i. n. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. o. m. o. d. o. l. i. n.
d. i. c. i. l. l. a. m. i. t. a. q. u. e. p. o. s. s. i. b. i. l. e. f. a. q. u. e. l. l. o. c. a. n. o. l. t. e. p. e. r. f. i. n. a. l. t. a. n. q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. m. i. n. o. r. e. e. q. u. a. n. t. a. m. i. n. o. r. e. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. c. o. m. e.
p. e. r. l. a. l. e. c. c. o. n. d. i. c. i. o. n. e. d. i. l. l. a. m. i. t. a. q. u. e. p. o. s. s. i. b. i. l. e. f. a. q. u. e. l. l. o. c. a. n. o. l. t. e. p. e. r. f. i. n. a. l. t. a. n. q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. m. i. n. o. r. e. e. q. u. a. n. t. a. m. i. n. o. r. e. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. c. o. m. e.
l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. m. i. n. o. r. e. e. q. u. a. n. t. a. m. i. n. o. r. e. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. c. o. m. e. l. i. n. q. u. e. l. l. i. c. i. r. c. o. f. e. r. e. n. z. a. m. i. n. o. r. e. e. q. u. a. n. t. a. m. i. n. o. r. e. d. e. l. l. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. i. q. u. e. l. l. i. c. o. m. e. l. i. n.

n. K. sarà eguale al arco. m. h. adooche le due linee. m. n. & k. h. sono equidistanti, adooche la linea. m. n. non può tocchare il cerchio. e. f. per la qual cosa molto più forte ne la linea. a. n. può toccar quello. Perche adooche è manifesto il cerchio. a. b. c. d. e. f. esser distibile per archi equali al arco. a. m. e pero (per la trigesima ottava del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio poter esser coapato continuamente cordette eguale alla cordetta. a. m. cordante esso cerchio di molti angoli perfil che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un poligono equilatero del quale uno lato è la linea. a. m. & perche la linea. a. n. non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decima quarta del terzo & per la diffinitione delle linee equamente distate dal centro del cerchio, che lo iscritto poligono con uno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubiti in questo le due linee. m. n. & k. h. esser equidistanti essendo li doi archi. n. k. & m. h. equali ma questo per fermezza e perseguido per forte; perche due linee in uno cerchiole quale non si segghino fra loro de dalla circonferenza equali archi da una e l'altra banda siano tra esse linee saranno equidistanti & per dimostrar questo dal centro. g. condace la linea. g. p. perpendicolare alla linea. m. n. la qual seggha la linea. h. k. in ponto. q. & tira le linee. g. m. g. n. g. k. g. h. & alli doi archi. n. k. & m. h. tiraii sotto le due corde le quale etiam siano dette. n. K. m. h. & (per la vigesima nona del terzo) queste corde. n. k. & m. h. saranno eguale imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea. n. p. sarà eguale alla linea. m. p. Concio sia adooche che uno e l'altro di doi angoli che sono al. p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo. n. g. p. (per la quarta del primo) sarà eguale al angolo. p. g. m. & per la ottava del primo) l'angolo. K. g. n. è eguale al angolo. h. g. m. Adooche (per comune scienza, la quale è si a cose eguale tu agiongi cose eguale le somme saranno eguale) l'angolo. K. g. q. sarà eguale al angolo. q. g. h. & pero (per la quarta del primo) la linea. K. q. sarà eguale alla linea. q. h. per la qual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea. g. q. sarà perpendicolare alla linea. k. h. Adooche (per la prima parte della vigesima nona del primo) le due linee. a. m. & k. h. sono equidistanti & questo è quello doue tu dubitasti. Questo medesimo anchora se puoi di mostrare per questo altro modo. Sia detta la linea. n. h. & (per la ultima del terzo) l'angolo. h. n. m. sarà eguale al angolo. n. h. k. imperoche l'arco. h. m. è eguale al arco. n. k. e pero (per la vigesima settima del primo) la linea. a. m. sarà equidistante alla linea. h. k. el conorrio anchora se uorrai tu lo approuerai per lo coore so modo, perche se la linea. m. n. è equidistante alla linea. h. k. l'arco. n. k. sarà eguale al arco. m. h. perche (per la prima parte della vigesima nona del primo) li doi angoli. h. n. m. & n. h. k. saranno equali e pero (per la ultima del terzo) li doi archi. n. K. & m. h. saranno etiam equali.



Correlario.

o Et da qui è manifesto che la perpendicolare ditta dal ponto. m. a l'16
la. a. c. non tocca il cerchio.

Problema. ii. Propositione. xiii.

14
17 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo cetro, e glie possi
bile dentro della maggiore di quelle costituire figuramente un solido di molte bafe, il quale non tocchi la superficie della minor sphaera. Et fatto questo, se in la minor sphaera, ouer in qualunque altra sphaera sia constituendo intelligibilmente un corpo simile, la propor

cione del corpo de molte bafe costituito dentro della maggior sphaera, al corpo di molte bafe costituito dentro della minor sphaera, ouer altra, fara li come la proportion treppiaza del diametro della maggior sphaera al diametro della minor ouer d'altra sphaera.

Si ano le due sphaere a, b, c, d, e, f , che habbia uno stesso centro il quale sia g , & sia la maggiore de quelle la sphaera a, b, c, d, e, f la minore la sphaera a, b, c, d, e, f uno dentro della maggiore di quelle costituire un corpo di molte bafe, delle quale non intendemo che quelle bafe siano eguali ouer simili, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphaera. Adunque quando uoliamo far questa figura, & per la diffinitione di d il cerchio) le commettiamo sezioni di questa superficie superiore delle sphaere, faranno linee continue, & continue ditanti. Adunque li duei cerchi a, b, c, d, e, f del centro di quali, & a centro del a sphaera del qle e la poito che quello sia el poito g . Quistaremo adunque questi duei cerchi con duei diametri fra loro seganti orthogonalmente sopra il comune centro di quelli, li quali siano a, o, d, e, f, h . Di poi dentro del maggior cerchio (che e la prima delle precedenti) inscriuamo un poligono equilatero, il quale tocchi con alcuni di suoi lati il minor cerchio, & per causa di esempio, sia inscriuato hauei scritto una figura di dodici angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (el quale e a, b, c, d) siano continui di questa & per dodici angoli, li quali siano le corde $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ quale conosciuta che lo sia no equale. Anchora (per la prima parte della ingressa octaua del terzo) & di quelli faranno equale. Et da poi dalli suoi poiti a, b, c, d (li quali sono le estremi delle corde di cerchio) produremo duei diametri li quali sono $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ sopra il centro g , tiramo la linea g, n perpendiculari alla superficie del cerchio a, b, c, d, e, f la quale produremo per sua natura che la penetra alla superficie della maggior sphaera sopra il poito a, b, c, d da poito produremo quattro superficie li grandi le sphaere propoite, delle quale caduna tocchi quelli sopra la linea g, n . Et la prima di quelle sopra la linea g, n, a, b, c, d lo diametro a, b, c, d la seconda sopra la linea g, n, e, f lo diametro $e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ la terza sopra la linea g, n, a, b, c, d lo diametro a, b, c, d la quarta sopra la linea g, n, e, f lo diametro $e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ (per le diffinitioni della sphaera, & del cerchio) le sezioni di queste superficie & della superficie della sphaera maggiore, faranno linee continue, & continue ditanti, come sia el poito $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ li quattro poiti, che sono $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ faranno quadranti di questi cerchi li quali quadranti sono $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ pero questo aditione supero che tutti li angoli che contengono la linea g, n con ciascuna linea di diametri preteriti in la superficie del cerchio $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ retti (per la diffinitione) della linea per se diuolare a una superficie) & li angoli retti in el centro; se uenaduo sono alla quarta parte della circonferentia, laqual cosa (per la prima del sfo) euidente mente appare, & per la diffinitione di cerchi equale) e manifesto che caduna di quelli quattro cerchi e eguale al cerchio $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ di diametro di quello e il diametro della maggior sphaera. Adunque per la decima quinta del quinto) li quadranti di quello so eguali, per la qual cosa li cinque archi, li quali sono $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ de sono eguali. Adunque in caduno di quattro quadranti di cerchi retti siano inscritte le corde ypotenuse, delle quale caduna sia eguale alla corde del cerchio preterito, le quale sono li lati del poligono qui inscriuato & una di quelle corde $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ siano in el primo, & $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ in el terzo, & $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ in el quarto, & $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ siano preteriti li continui coningenti li capi delle corde ypotenuse, le quale sono $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$ per uenti adunque, alla quarta parte della circunferentia maggior sphaera superiore (la qual quarta parte e $a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o$) circunferentia



esser fiorito un corpo di a. base delle quale, le tre che se congiungono al punto n. sono triangole siccome le altre sono quadrangole deli lati ypothomelli di quel le quadrangole superficie sono equali ma non equidistanti, si li coruisti (adelfra qualunque dei cerchi) & le corde del cerchio prostrato sono fra loro equali distantia nò sono, fra loro equali, & questo si proua se pretratti le perpendicolare dalle estremità di coruisti alla superficie del cerchio giacoste delle quale è manifesto che esse cadeno sopra li diametri di circoli li quali caruisti conueno no, la qual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decima quinta del undecimo uerbi gratia, siano lassate le due perpendicolare q. y. & s. z. cadente in li diametri d. b. & h. m. dalli duoi termini del coruisto q. s. & siano tirate le linee q. d. s. h. & y. z. & li duoi triangoli q. y. d. & s. z. h. (per la quarta del sesto) saranno simili per la qual cosa la proportion delle due perpendicolare q. y. & s. z. sarà si come delle due corde q. d. & s. h. & conio sia che le corde sia no equali, etià le perpendicolare saranno egle & esse sono egdistanti (per la 6. del 11) Ad q. per la 11. del primo il coruisto q. s. è equali & equidistante alla linea y. z. si perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea y. z. è equidistante alla corda d. h. & però è minore di quella, seguita (per la nona del undecimo) che lo coruisto q. s. sia etiam equidistante alla corda d. h. & minor di quella (per la conuertione) adonque conio sia che le corde che sono lati del poligono iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equali alla corda d. h.) non toccano la sphaera minore: è necessario che niuno lato di quelle base del corpo inscirino (o siano le quadrangole ouer triangole) non tocchi la medesima minor sphaera conio sia che tutti questi lati siano equali ouer minori di esse corde & semplicemente Dico che etiam niuna di quelle base (de tutte le quale è manifesto (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie) può con alcun suo punto toccare la minor sphaera: timpe ro che ogni linea retta dotta sopra a qual si no gli punto di cadauna di quelle equidistantemente al coruisto necessariamente eminore della corda del cerchio prostrato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggiore sphaera si del la mezza sphaera superiore come della inferiore siano sotto tellate (alta similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatera, & alla maggior sphaera sarà iscritto un corpo di settantadue base le quale non toccano la superficie della minor sphaera si come era stato proposto. Oltre di questo dico se in qualunque altra sphaera sia fissato un altro simil corpola proportion di luno a laltro, sarà si come la proportion trepiata dal diametro di lina sphaera al diametro di l'altra: Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide laterate le uertice ouer pointe delle quale saranno nell center di esse sphaere, & queste pyramide comparsi, se da ciascuno di angoli dell inscritti corpi (li quali sono le estremità delle corde & di coruisti) produrai le linee all center del le sphaere, si per tanto si uia di prouare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le pyramide di uno esser simili alle sue relatione pyramide di l'altre: che prouato per la 8. di questo la proportion di cadauna di quelle alla sua relation di l'altro sarà si come la proportion trepiata dell semidiametri di esse sphaere (per che li semidiametri delle sphaere sono li lati di tutte le pyramide) & perche la proportion di simili diametri & di diametri è una medesima (per la decima quinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la 11. del medesimo.

Il Traduttore.

LA dimostrazione del sopra scripto primo proposito patisse opposizione, per che la non ellaccia a sufficienza il detto proposito egli è ben uero che li lati del poligono iscritto nel cerchio chi giace in piano (li quali) sono tutti equali alla linea d. h. non toccano la minor sphaera per sicche è necessario anchora che niuno lato di quelle 72 base del detto corpo iscritto, o siano quadrangole ouer triangole tocchi la medesima minor sphaera, conio sia che tutti questi lati siano



eguali con minor e quelle corde, tamen le ben la minor sfera nō pot toccare
 alcuno di detti lati per le cole dimostrate nō siamo però certi ch' quella nō pot
 si toccar le bafe qua drangole nell'ior centri (massime le maggiore) nelli gratia
 pigliamo p' esempio la bafa g, d, a, h, l quale una delle quadringole maggiori.
 Dico che le ben nūm di soli quattro lati cioè d, h, d, g, h, s, q non po toccar
 la minor sfera p' esser d, g, h, s equali al d, h, h, g, q , minore pche le linee equa
 le sono egualmente distanti dal centro della sfera & le minore sono molto più
 lōtane dal demo centro (tame nō siamo per certi che la detta sfera minore nō
 possa toccare la detta bafa g, d, a, h, l & le altre simili nel centro & per che il de
 so centro & e molto più propinquo al demo centro della minor sfera che nō lo
 no alcun di detti quattro lati ch' si manifesta tirando li doi diametri g, h, h, d, s
 ciascuno di quelli e maggiore di qual si voglia di detti quattro lati per il che ca
 duno di loro e più propinquo al centro della sfera di alcuno di detti quattro
 lati per la $s, q, del, 2$ singula adunque che li detti diametri poniamo fori toccar
 la detta minor sfera e cōsequenter la bafa g, d, a, h, l suo centro scodon
 que la demonstratione dal cōstante adora patisse cōtradizione ma a voler ren
 tamente precursar, cioè dimostrare a sufficienza che la minor sfera nō poa toc
 car in cōto alcuno alcuna di quelle, 71 bafa, sia tirato dal centro, una linea g
 la $s, q, del, 1$, perpendicolare alla bafa d, g, h, s del demo cōtro (come che in qual
 tra scōda figura appare) la quale sia g, d, a poi dal pōto a , sia tirato quanto li
 ore all' quattro angoli d' detta bafa le quali linee uerano a esser g, d, g, d, a, h, s
 le quale tutte cōtengono angolo retto cō la perpendicolare g, d, a (per la d, d, d, d, d
 cioè del s, q il che le dette quattro linee, g, d, a, h, s a s'istino equali per la
 penultima del primo & più cōmuna sententia) pche le loro ipotenuse sono et
 quale cioè le linee tirate mentalmēte dal centro, g, a ciascuno di quattro angoli,
 g, d, h, s . Adōque se sopra il pōto a , sarà descritto mentalmēte un archio se con
 do la quinta dila h, l circonferenza di quello trasserà per li altri tre angoli $d, g,$
 s (come in la terza figura appare) la pēche li tre lati d, h, d, g, h, s sono equali &
 lo g, a e minore adōque farò d, h, l sarà più del quarto della circonferenza di tut
 to il demo cerchio p' il che la gola d, s, h sarà cōtuo e poe il quadrato dello lato
 d, h, l sarà più che doppio al quadrato della d, s , out della h, l & quello uerai
 la mente da poi immagineremo la detta bafa scōdo il suo debito lato della sfera
 maggiore della figura che già fu in principio del cōtra di cōtoli facemmo il del
 la maggiore come de la minore poniamo siano li instrumēti con la detta bafa
 quadringola g, d, a, h, s stante secondo il suo cōtente far con la sua protra
 perpendicolare dal pōto g (centro di ambedue le sfere) al pōto a , out del
 la detta figura quadringola da poi dal pōto d al pōto a , tireremo la linea d, a
 la quale segura la linea g, h orthogonalmente in pōto g, a & non toccar il cer
 chio de la minor sfera (per lo cōtrario poiso sopra la s, q di quello) pche
 questa linea d, a e similmente poisa come e la linea m, n in la figura della detta 72
 di questo hor dico che il pōto a e più remoto out lōtino dal pōto g (cōtro
 de ambedue le sfere proposte) ch' non e il pōto g cioè che la linea g, a e più
 lōtanga che la linea g, d & se la minor sfera nō tocca la detta linea d, a nō po
 n, amano toccar la bafa g, d, a, h, s in pōto a la qual cosa se dimostrara in q̄to
 modo s'gile manifestò che la linea m, n e più della mita di neta la linea m, h p' il
 che la linea m, h nien a esser tanto del doppio di la linea m, n & tal propo
 ne qual e della linea m, h alla linea m, n & più la del rettangolo cōtenuo sotto
 della linea m, h & della g, h al rettangolo cōtenuo sotto delle due linee m, n
 g, h & questo facilmente precursar p' la prima del 6 , & adōque il rettangolo di
 m, h, n, g sarà men del doppio del rettangolo di m, n, g, h & pche il quad
 rato della linea d, g e equal al rettangolo della m, n & g, h la g, d & segna ch' il
 rettangolo della m, h, n & g, h sia men del doppio del quadrato della d, g & l' e al qua
 drato della d, g & il q̄to e quinto il rettangolo della m, n, g, h (p' la g, d) il qua
 drato della g, h & al sume p' la penultima del primo) sarà equal al quadrato del
 la d, h & pche il rettangolo della m, n, g, h & il q̄to nō è il quadrato della g, h & al sume
 (per la 7



(per la 3. del 2.) Sita esse al rettangolo di tutta la m, h in g la seguita addog che il quadrato de d, h sia men del doppio del quadrato di d, g & si ben si ricordi già fa precatto che il quadrato della medema d, h era più che doppio al quadrato di d, g & con d, h seguita addog che il quadrato di d, g sia minore del quadrato di d, g & pche cadauno delli dui angoli d, g, d, g & fento alla linea g, d e $y p o t h u s$ mlla cōmuna a luno e laltro se del quadrato di g, d ne cauaamo il quadrato della linea d, g & lo residuo; (per la penultima del primo) sarà eguale al quadrato della linea g, d & similmente se del quadrato della medema linea g, d ne cauaamo il quadrato della linea d, g & il residuo residuo sarà esse al quadrato della linea g, d & pche lo quadrato della d, g era maggiore del quadrato della d, g & cōmuna l'istesso quadrato della linea g, d sarà maggiore del quadrato della linea g, d & pche la linea g, d è maggiore della linea g, d seguita addog che il pōto g sia più lontano dal cētro g che nō è il pōto g & se la minor sphaera nō tocca il pōto g mico toccara la balsa g, d & h in pōto g & nō tocchela in pōto g mico la toccara in altro pōto pche q̄llo è il più p̄p̄quo al cētro g di qualsunquale & se la detta minor sphaera nō pōl toccare la detta balsa q̄drāgola (la q̄le è una delle maggiori del detto corpo) mico potra toccare alcuna delle altre minore pche le misurate sono p̄p̄metouer lōtano dal cētro g delle maggiore per le ragioni adante in la decimaquarta del terzo che è il propolito.

Theorema. xlii. Propolitione. xy.

Di ogni due sphaere la proportionē di lūna a l'altra, e si come la proportionē treppiatā del suo diametro al diametro di l'altra.

Siano le due sphaere a, b & c, d delle quale li diametri siano a, b & c, d . Dico che la p̄p̄ortione di q̄lle è si come la p̄p̄ortione di suoi diametri treppiatā la dēmonstare di la q̄le è pche ne a una sphaera che sia minore della sphaera c, d ne a una maggiore la p̄p̄ortione della sphaera a, b è si come del diametro a, b al diametro c, d treppiatā. Hor sia la p̄p̄ortione della sphaera a, b alla sphaera c, d si come del diametro a, b (della sphaera a, b) al diametro c, d treppiatā. Dēmonstare addog che la sphaera c, d nō pōl esser minore ne maggiore della sphaera a, b pche affirmando l'auerario q̄lla esser minore imaginario q̄lla esser inclusa nella sphaera c, d & esser cōtōtūta al medesimo cētro & inferioro (cō la imaginazione) in la sphaera c, d uno corpo di molte bāse si q̄le nō tocchi la sphaera c, d & q̄le sia cōtōtūta cētro c, d & inferioro in la sphaera a, b un altro corpo di molte bāse simile al corpo di molte bāse c, d & q̄le sia cōtōtūta al nome della sua sphaera cioè a, b addog e manifestō (dalla scōda p̄e della p̄cedēte & della 11. del 3.) che la p̄p̄ortione della sphaera a, b alla sphaera c, d è si come q̄lla del corpo di molte bāse a, b al corpo di molte bāse c, d pche l'una e l'altra è si come q̄lla del diametro a, b al diametro c, d treppiatā (luna dal p̄p̄posito e l'altra p̄ la 1. p̄e della p̄cedēte) per la qual cōsa p̄mattamēte la p̄p̄ortione della sphaera a, b al corpo di molte bāse a, b è si come della sphaera c, d al corpo di molte bāse c, d & cōdō sia adōque che la sphaera a, b sia maggiore del corpo di molte bāse a, b etiam la sphaera c, d sarà maggiore del corpo di molte bāse c, d & q̄llo è impossibile, pche q̄lla è parte di q̄llo, adōque la sphaera c, d nō è minore della sphaera a, b . Ma se l'auerario dicēsi se q̄lla esser maggiore cōfondarēmo in q̄llo altro modo p̄che p̄ la cōmēssa p̄p̄ortione (luna) dalla sphaera c, d alla sphaera a, b sarà si come del diametro c, d al diametro a, b treppiatā. E per tōto sia la medesima della sphaera c, d alla sphaera g, h . Et per la 14. del quinto la sphaera g, h sarà minore della sphaera a, b imp̄eto che la sphaera c, d fu pōlta minore della sphaera c, d . p̄ la qual cōsa la p̄p̄ortione della sphaera c, d ad alcuna sphaera minore della sphaera a, b è si come del diametro c, d al diametro a, b treppiatā, & q̄llo è impossibile p̄che da q̄llo seguita che la p̄e sia maggiore del suo tutto, come p̄r annti fu dēmonstato adōque la sphaera c, d nō è maggiore ne minore che la sphaera a, b addog (per la 7. del quinto) cōdō de la propolita cōcōnfiōne la quale mette fine al duodecimo lib̄ro.

Fine del duodecimo lib̄ro.



mezzo, & duoi istremi el congiunto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte fara, treppio al quadrato del la maggior parte.

Si la linea ab , diuisa in ponto c secondo la proportion più uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea cb . Dico che li quadrati delle due linee ab , & cb a totti insieme sono treppio al quadrato della linea cb . Perche questi doi quadrati a totti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della cb & il doppio di quello che vien fatto dalla ab , in la ac . Et perche similmente quello che vien fatto dalla ab , lo ac , & cb e equali al quadrato della cb . (per la definitione & per la prima parte della decima settima del sesto) e manifesto il proposito.

Theorema.vi.Propositione.vi.

6 Luna e l'altra parte, di ogni linea rationale diuisa secondo la proportione habente il mezzo e duoi istremi e necessario esser residuo.

Si la linea a , rationale diuisa secondo la nostra solita proportion in ponto c . Dico che luna e l'altra parte di quella e residuo, perche essendo la ac la maggior parte di quella alla quale sia aggiunto la c , d. eguale alla mia di tutta la linea a , habiamo la d , a. fara rationale (per la settima propositione del decimo libro) & per la definitione & e manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea d , c. e principio al quadrato della linea d , a. A dunque la linea d , c. e communicante alla linea d , a. in potentia (per la definitione) ma non in lunghezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo libro) per la qual cosa (per la settimesima terza propositione del decimo libro) la linea a , c. e residuo. Concio sia che le due linee c , d. & d , a. siano ambidue rationally communicante solamente in potentia. Et perche e anchora se alla ac (che e residuo) lo secondo lato di quella fara la linea cb (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) e necessario (per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea cb sia residuo primo, per la qual cosa e manifesto il proposito. Ma più se della linea cb diuisa come se propone: la maggior parte fara rationale, la minore fara un residuo, uel bi gratia sia la a , b. come prima diuisa in c . secondo la detta proportion se la maggiore parte di quella (qual e la ac (sia rationale: la quale sia diuisa in due parti equali in ponto d , & per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della d , b. fara principio al quadrato della d , c. Et perche la d , c. e rationale il concio sia che essa sia la mia della a , c. legitta che le due linee d , b. & d , c. siano rationale communicante solamente in potentia, per la qual cosa (come prima) la linea cb e residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia diuisa secondo la proportione habente il mezzo e duoi istremi anchora e necessario che luna e l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la a , b. rationale solamente in potentia diuisa si come le proportioni in ponto c , & si dunque toita alcuna linea rationale in lunghezza la qual sia d , e. la quale etiam sia diuisa in ponto f , secondo la predetta proportion, la qual cosa senza lo aggiunto di alcune di quelle propositioni che seguita non uen habilita conferma demonstratione. Adoue per la seconda del quattordicesimo libro e manifesto che la proportion della ab alla d , e. e si come della a , c. alla d , d. & si come della c , b. alla d , e. Et cio si adoune che la a , b. communicati in potentia con la d , e. seguita

seguita (per la prima parte della decimaquarta del dodicesimo) che la *a. a.* e' come
 munichi con la *d. d.* & la *a. b.* con la *f. e.* in potentia, & perche l'una e l'altra parte
 della linea *d. e.* e' residuo come e' manifestato dalle cose p'dette, seguita (per la 2.^a)
 del decimo) che l'una e l'altra parte della linea *a. b.* sia etia' residuo ma no' de' quella
 medesima specie come la *d. d.* fu dimostrata. Per la qual cosa e' manifesto che ogni
 linea razionale e' in lunghezza ouer solamente in potentia, diuisa secondo la propor-
 zione haente il mezzo e diad' altri tre, l'una e l'altra parte e' residuo: Et nota che
 la prima parte della presente dimostrazione per la quale se dimostra che la mag-
 gior parte della linea diuisa secondo la proporzione haente il mezzo e diad' altri
 tre e' residuo (se tutta la linea sia razionale) quella medesima procede sufficienti-
 temente, o sia possa tutta la linea razionale in lunghezza: ouer solamente in po-
 tentia, Ma la seconda parte con la quale se dimostra questo medesimo della
 minor parte: cioe che anchor quella sia e' residuo (se tutta la linea e' irra-
 zionale) non se e' stato sufficientemente se non quando che tutta la linea sia ra-
 zionale in lunghezza. Ma la terza parte per la quale se approua che la minor
 porzione e' residuo, Seguita sufficientemente, o sia la maggior porzione irra-
 zionale in lunghezza ouer solamente in potentia, dunque a concludere della mag-
 gior parte (della linea diuisa al predetto modo) che questa sia residuo e basta a
 poner tutta la linea diuisa e' razionale solamente in potentia. Ma a concludere
 anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta suffi-
 cientemente a poner la parte maggiore solamente razionale in potentia. Ma a con-
 cluder questo della minor parte per mezzo de' tutti, e' necessario poner tutta la
 linea e' razionale in lunghezza, ouer che e' gli e' necessario arguire per la se-
 conda del quattordicesimo libro si come e' stato dimostrato.

Theorema. vii. Proposizione. vii.

Se alcuno pentagono, che habbia i tre angoli equali, sia equilate-
 ro, anchora se approua el medesimo pentagono e' equiangolo.

Si el pentagono, *a. b. c. d. e.* equilatero, & siano questi tre angoli si voglia di
 questo fra loro equali (cioe o siano tutti discontinuamente, ouer discotinua-
 mente) Et or poniamo che prima siano tutti discontinuamente: cioe poniamo
 che li tre angoli *a. c. d.* siano questi tre che uengono sopposti fra loro equali. Di
 questo el pentagono e' equiangolo, & per dimostrar questo siano tirate le
 corde *b. d.* & *c. e.* sotto a questi angoli, & tutto el pentagono sara diuiso in
 un triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale saranno le cor-
 de di due prossimi angoli equali segando fra loro dentro di esse quadrilatero
 in punto *f. e.* (per la quarta del primo) la base *b. e.* sara eguale alla base *d.*
 & l'angolo *a. b. e.* sara eguale a l'angolo *a. d. e.* cioe sia che per la quarta del primo
 l'angolo *b. d. e.* sia eguale a l'angolo *a. d. e.* (impero che li due lati *b. e.* & *d. e.*
 sono equali) per comune scienza lo total angolo *e.* sara eguale al totale
 angolo *d.* similmente si approua el total angolo *b.* e' eguale allo total an-
 golo *c.* e perche (per la quarta del primo) la base *b. e.* e' eguale alla base *c. e.* &
 l'angolo *a. b. e.* e' eguale a l'angolo *a. c. e.* (per la quinta del medesimo cioe del
 primo) l'angolo *b. d. e.* e' eguale a l'angolo *c. d. e.* adunque (per comune scien-
 za) lo total angolo *b.* e' eguale al total angolo *c.* Et cosi essendo li tre angoli
a. c. d. tutti continuamente equali & similmente anchora lo pentagono sara e'
 equiangolo, perche (per la quarta del primo) la base *b. d.* sara eguale alla base
f. e. & l'angolo *a. d. b.* sara eguale a l'angolo *a. c. f.* dunque (per comune scienza) l'an-
 golo *a. d. b.* sara eguale a l'angolo *a. c. f.* per la qual cosa (per la 6. del primo) le
 due linee *c. e.* & *d. f.* sara eguale cioe che li due angoli del triangolo *c. d. f.* che
 sono alla base *c. d.* siano equali, Ad que (per quella comune sentenza) se da
 quantita equali sia tolto quantita eguale & c.) sara la linea, *c. b.* eguale alla



linea, & perche tutta la b, d, era eguale a tutta la c, e, e pero (per la quinta del primo) l'angolo f, b, e, era eguale al angolo f, a, b, & (per la medesima) l'angolo a, b, e, eguale al angolo a, c, b, adonque (per commona scientia) l'angolo f, b, e, tale e eguale al totali angolo, e, perche li tre angoli parziali componend'luno fo no eguali alli tre angoli parziali componend'laltro cada no al suo retto, & adde que e manifesto che li tre angoli f, b, e, soidi di continuo esser in el pro, & po per thagora sono equali, & conio fia che in tal modo eglie fatto dimostrarano el pñtiapoco esser egualgosa doue p'luno e l'altro modo e manifesto el ppofo.

Theorema viii. Propositione.viii.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato e treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sarà circoscritto.

Sia il triangolo, a, b, c, equilatero al qual sia circonscritto lo cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, (il quale insegna la quinta del quarto libro) & sia peccato in quello lo diametro, a, d, e. Dico adonque che il quadrato della linea a, b, e triplo al quadrato del mezzo diametro, a, d, & p. dimostrer questo siano duetle due linee, b, d, &, d, e, & a l'arco, b, e, sia peccato sotto la corda, b, e, & (per la octava del primo libro) l'angolo, b, a, d, & a l'arco, a, c, & a l'angolo, c, a, d, per la qual cosa (per la ultima del libro) l'arco, b, e, e quale al arco, a, c, & p. che (per la uigesimasettesima del terzo) li tre archi, a, b, b, e, & c, a, sono fra loro equali impero che le corde di quegli (le quale sono li lati del triangolo) sono equali (dal prefuposto) l'arco, b, e, fara la sola parte della circonferentia et pero la corda, b, e, fara il lato del triangono equilatero inscripto in quel cerchio: per la qual cosa (per el corollario della decimiquarta del quarto) la linea b, e, e equali al mezzo diametro, a, d, & e manifesto per la prima parte della trigemina prima del terzo che l'angolo, a, b, e, e retto et pero el quadrato della linea, a, b, e e equali al quadrato delle due linee a, b, & b, e, tolte insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della, a, e, quadruplo al quadrato della, b, e, (per la quarta del secondo) concho sia che la linea, a, e, doppa alla, b, e, retta adonque lo quadrato della, a, b, e, e triplo al quadrato della, b, e, e pero tanto al quadrato della, a, d, che e il proposito, & accio che a noi sia chiaro che la linea, a, b, e che e il lato del triangolo e l'istia lo semidiametro, d, e, in due parti equali, & il posto del la divisione, adonque e manifesto (per la quarta del primo) che la, b, e, e equali alla, d, e, e pero (per la prima parte della terza del terzo) tutti li angoli che sono al, d, e, sono retti, per la qual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato del la, b, e, e equali al quadrato delle due linee, d, e, & e, b, e, & lo quadrato della, b, e, e equali al quadrato delle due linee che sono la, b, d, & la, d, e, & e, perche la, b, d, e equali alla, b, e, (per comuna scientia) li duei quadrati delle due linee, b, d, & d, e, & e, tolte insieme faranno equali alli duei quadrati delle due linee, b, e, & e, & e, tolte insieme, havendo adonque una da una e l'altra banda lo quadrato della, b, e, (per comuna scientia) lo quadrato della, b, e, (retto) fara equali al quadrato della, b, e, & e, (retto) per la qual cosa & la linea, d, e, l'altra linea, e, (per questa comuna sententia) quelle linee sono equali delle quale li quadrati sono equali li a, adonque per questo e manifesto che la perpendiculare ditta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscripto e equali alla mita della linea ditta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello,



Theorema. ix. Propositione. ix.

$\frac{8}{9}$ Se il lato dello esagono equilatero, & il lato del decagono equila

E alla *ab* e si come della *a* alla *b* e (dal perippositio) sarà (per la sentina del
 quito della *a* e alla *d* e si come della *d* e alla *e* . *ad* onque (per la sista
 del sesto) li duoi triangoli *d* e *a* & *a* e *b* sono equiangoli . adonque l'angolo *e* e
 eguale al angolo *b* d e perche quilli riguardano li lati proportionali . Secondo
 sia che l'angolo *a* d b sia quadruplo al angolo *e* . (per la trigesima seconda del
 primo tola due volte & per la quinta di quel medesimo due volte .) *Y*guiti etli
 che il medesimo angolo *a* d b sia quadruplo al angolo *b* d e . E peroli (per la ul
 tima del sesto) l'arco *a* b e quadruplo al arco *b* e . A donque la linea *a* b e il lato
 del decagono inscritto in lo cerchio *a* b e . Ma se la linea *b* e sarà il lato del deca
 gono del cerchio *a* b e . *a* e *b* e sarà il lato del exagono de quel medesimo cerchio
 o altramente (per la sista) & adonque la medesima linea *a* e *b* e del exa
 gono del cerchio . Onde (per le cose per auanti dette) la *b* e e sarà il lato del de
 cagono di quel medesimo . Siano adonque interi esser inscritti in li doi cerchia
b e & *a* b e li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno eguali alla linea *b* e
 & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio e equiangola (come si
 proua in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di duoi deca
 goni esser equiangoli . Et concluda che tutti li angoli di luno toli insieme siano
 eguali a tutti li angoli di laltro toli insieme si come euidentemente appare (dal
 le cose demstrate in la trigesima seconda del primo) e pero e necessario (per
 questa cōmuna scientia le parti decime di qualunque due quantita eguale oer
 qualunque altre parti di medesima denominatori esser eguale) che l'uno di que
 sti decagoni sia equiangolo a l'altro e pero sono simili (per la diffinitione delle
 supericie simili) Et perche se saranno scritte due figure simili in duoi cerchi
 la pportione di duoi relativi lati di esse figure sarà si come della duoi diametri
 di quelli cerchi (come appare per il correlario della decimanona del sesto lib.
 & per la prima del duodecimo) & concluda sia che li lati di decagoni simili inscritti
 in li doi cerchi *a* b e & *a* b e siano eguali , seguita che li diametri di quelli siano e
 quali e pero anchora li semidiametri di quegli saranno eguali & li semidiametri
 sono eguali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quat
 to) adonque la linea *a* b e sarà el lato del decagono inscritto in lo cerchio *a* b e
 si come che e lato del exagono del cerchio *a* b e quello eguale & quello e quello
 che mouiamo dimostrare & superai che per questa nona di questo decimotercio
 libro esset di nouo uenuto fuori la decima del quarto libro la quale propone de
 describere uno triangolo di duoi lati eguali del quale l'uno e l'altro di duoi angoli
 li chissano sopra alla basa sia doppio al terzo . Perche tale e l'uno e l'altro di duoi
 triangoli *e* d e & *a* d e & *a* b e & semplicemente ogni triangolo del quale li doi lati sia
 no eguali alla maggior parte di alcuna linea ditta secondo la pportione ha
 uente il mezzo & duoi terzi & il terzo (che e la basa) sia eguale alla minor
 parte della medesima linea , oueramente quello del quale li doi lati siano equa
 li al lato del exagono equilatero inscritto in alcuno cerchio & la basa sia eguale al
 lato del decagono equilatero inscritto in el medesimo cerchio che e il proposito .

Theorema.x. Proposizione.x.

Ogni lato dun pentagono equilatero e tanto piu potente dal la
 to del exagono equilatero quanto puo il lato del decagono equila
 tero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio .

Sia il cerchio *a* b e el centro del quale sia el ponto *d* . Selo diametro la linea
a d e . Hor sia iscritto a quello uno pentagono equilatero qual sia *a* b e f g . &
 dal centro *d* sia pertratta una perpendicolare al lato *a* b la quale sia prodotta
 per fina alla circonferentia in ponto *h* . & sia *a* d h . & siano prouate le due cor
 de *a* h & b h le quale saranno eguale tra loro (per la seconda parte della terza
 del terzo

del terzo & della quarta del primo, & pero etiam li duei archi $a.b$ & $b.h$, faran-
no equillira loro (per la trigefima settima del terzo) Adunque luna e l'altra del
le due corde $a.b$ & $b.h$, & lato del decagono equilatero iscritto in lo propoſto cer-
chio, dico adunque che li quadreso della linea $a.b$, (che e il lato del penthago-
no) & e quale ali duei quadresi delle due linee $b.d$ & $a.h$, scilicet insieme delle qua-
le la prima e quale al lato del triangono (per el corollario della decimaquinta
del quarto) & la seconda e lato del decagono & per demonſtrar quello ſia pro-
prio dal centro, d'una perpendicolare alla linea $a.h$, (la quale e lato del decag-
ono) la quale ſia prodotta per ſina alla circonferentia, & ſia la $d.k$, la qual ſeg-
gi la linea $a.b$, (che e lato del penthagono) in ponto k & ſia procurata la linea
 $h.k$, & e quadrato (per la ſeconda parte della terza del terzo) & per la quarta del
primo & trigefima nona del terzo) che la linea $d.k$, (che e perpendicolare alla
corda $a.h$) divide in duei parti equali la corda inferiore con latero, & pero latero
 $a.k$, e quale al arco $b.h$, per la qual coſa (per la ultima del ſeſſo) l'angolo $a.d$
e quale al angolo $b.d.h$, pero (per la quarta del primo) la baſa $a.h$ e egua-
le alla baſa $b.h$, adunque (per la quinta del primo) l'angolo $a.h.e$ e quale al an-
golo $b.h.a$, & concio ſia che (per la medefima) l'angolo $h.a.b$ e uguale al an-
golo $b.h.a$, & ſulta che l'angolo $h.a.b$ ſia uguale al angolo $b.h.a$, adunque (per
la trigefima ſeconda del primo) li duei triangoli $b.a.h$ & $b.h.a$ ſono equiangoli
perche l'angolo b del maggiore e uguale al angolo h del minore, & l'angolo a e
comune a luno e l'altro adunque (per la quarta del ſeſſo) la proportion della
 $b.a$ alla $h.a$, e ſi come della $a.h$ alla $a.h$, per la qual coſa (per la prima parte del
la decimaſettima del ſeſſo) quello che pertiene dalla $b.a$ in la $a.h$, e uguale al
quadrato della linea $a.h$, la quale e il lato del decagono, & concio ſia che il cer-
cio $a.b.c.d.e$ ſia uguale al mezzo cerchio, & ſe $a.f$, & $a.g$ a un arco $a.f$, & $a.g$, &
c. (reſiduo) ſia uguale al arco $f.c$ (reſiduo) per la qual coſa l'arco $a.f$ e la me-
ta del arco $c.f$, & pero e uguale al arco $a.h$, & doppio al arco $h.k$, & perche l'arco
 $c.h$ e doppio al arco $b.h$, (per la decimaſettima del quinto) tutto l'arco $c.b$ ſia
doppio a tutto l'arco $b.h$, & pero (per la ultima del ſeſſo) l'angolo $c.d$,
 b e doppio al angolo $b.d.h$, & concio ſia che il detto angolo $c.d$, ſopra il cris-
tro) ſia ſimilmente (per la trigefima del terzo) doppio al angolo $b.a.d$, (ſopra
la circonferentia) adunque (per la communica ſcientia) l'angolo $b.d.h$ ſia ei
quale al angolo $b.a.d$, onde (per la trigefima ſeconda propoſitione del primo)
lo triangolo $b.d.h$ ſia equiangolo al triangolo $b.a.d$, & perche l'angolo $a.d$ del mi-
nore e uguale al angolo a del maggiore, & l'angolo c e comune a tutto l'altro
adunque (per la quarta del ſeſſo) la proportion della a alla b , & ſi come
della b alla h , per la qual coſa (per la prima parte della decima ſettima del
ſeſſo) quello che pertiene dalla a in la b , & e quale al quadrato della $d.b$, - ſi
prima ſi prouato che quello che pertiene dalla a in la a , e uguale al quadra-
to della $a.b$, adunque quello che pertiene dalla a in la a , & in la b , e equa-
le ali duei quadresi delle due linee $a.b$ & $b.d$, & perche (per la ſeconda del ſe-
condo) quello che pertiene dalla a in la a , & in la h , e uguale al quadrato
della linea $a.h$, & ſi la linea $a.b$ e il lato del penthagono equilatero iſcritto in lo
propoſto cerchio & la linea $a.h$ e il lato del decagono equilatero & la linea $b.d$,
(per el corollario della decimaquinta del quarto) e uguale al lato del triangono
equilatero iſcritto in lo propoſto cerchio per la qual demonſtratione ſen a rite-
nerſi quello che ſi demo.



Theorema.xi.Propoſitione.xi.

Sea duei propinqui angoli dun penthagono equilatero deſcritto
dentro dun cerchio, dal li termini di ſuoi lati ſian tirate duee tirate
se due linee rette, luna e l'altra di quelle ſephara l'altra ſecondo la pro-

portione haente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di cadauna di quelle fara aquale al lato di quel penthagono.

Sia lo penthagono equilatero a, b, c, d, e inscritto in el cerchio affigato d'ale medesime lettere & a duoi propinqui angoli di quello (quali sono a, b, c) siano sotto tre ouer tirate le due linee rette a, c & b, c segundole fra loro lo ponno. **D**ico adunque l'una e l'altra di quelle esser dista in pontos. **S**ecundo la proportion habente il mezzo e di doi istremi & che la maggior parte di cadauna di quelle e eguale al lato del penthagono: perche (per la vigesimaottava del terzo) e manifesto che li cinque archi del cerchio che circonferiscu il peripolo penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. **E** pero (per la ultima del sesto) li quattro angoli $a, e, b, a, b, c, c, e, a$ sono fra loro equali. **P**erche li archi $a, b, a, e, e, b, c, c, e, a$ sono fra loro equali. **E** concludo sia che l'arco a, c sia doppio al arco b, c . **A**nchora (per la ultima del sesto) l'angolo a, c sia doppio a l'angolo a, b, c (per la prima parte della trigesima seconda del primo) l'angolo a, f, e doppio al angolo a, b, a adunque l'angolo a, f, e e eguale a l'angolo a, e, b per la qual cosa (per la sesta del primo) la linea a, e e eguale alla linea a, f . **E** li duoi triangoli a, b, c & a, f, b sono equiangoli (per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del primo) perche l'angolo c del maggiore e eguale al angolo a del minore & l'angolo b e comune a l'uno e l'altro, adunque (per la quarta del sesto) la proportion della a, c alla b, a fara si come della b, a alla f, b . **E** concludo sia che la a, f sia eguale alla a, e b'impuro che quella (come sia prouato) e eguale alla a, c . **S**eguala (per la settima del quinto) che la proportion della b, a alla a, e sia si come della a, f alla f, b . **P**er la qual cosa (per la diffinitione) la linea a, b e dista secondo la proportion habente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella e eguale al lato del penthagono & se questo e il terzo de la linea a, b . **A**nchora (per la settima del quinto & quinta del medesimo & per la diffinitione) il medesimo fara terzo della linea a, c perche tutta la b, e e eguale a tutta la a, c (per la quarta del primo) etiam le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commona scientia) perche le parti a, f & b, f sono equali (per la sesta del primo) e pero li residui f, e & f, c saranno fra loro equali (per la concorrenza) o ueramente si se pare tu puoi (& piu facilmente) dimostrare il proposito della linea a, c nel secondo circa a quello co' me e stato fatto circa alla linea a, b .

Theorema. xii. Propositione. xii.

- 11** **S**el diametro del cerchio che circonferiscu uno penthagono equilatero fara rationale lo lato di quel penthagono fara una linea irrationale, cioe quella che e detta linea minore.

Sia il penthagono equilatero a, b, c, d, e iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto f & li doi diametri d, g & a, b & sia l'uno e l'altro di questi diametri una linea rationale in lunghezza. **H**or dico che il lato del detto penthagono iscritto fara una linea irrationale, cioe quella che se dice linea minore. **P**erche essendo protracta ouer tirata la linea a, c tagli segli il diametro b, g in ponto h (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea a, c fara dista dal diametro b, g orthogonalmente & in due parti equali. **I**n ponto x perche concludo sia che il semicerchio b, a, g sia eguale al semicerchio b, c, g & l'arco b, c al arco b, a si come e manifesto (per la vigesimaottava del terzo) l'arco a, g (residuo) e eguale al arco c, g (residuo) & pero (per la ultima del sesto) l'angolo a, b, g fara etiam eguale a l'angolo c, b, g adunque concludo sia che li doi lati a, b & b, c del triangolo a, b, c siano equali alla doi latia

b, a & b, c



b.c.b.K.d.e. triangolo c.b.K.& l'angolo b.d. l'uno a l'angolo b.d. l'altro, (per la
 quarta del primo) la basa a.k. sarà eguale alla basa a.c. & tutti li angoli che so-
 no al li. sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro a.h.
 seggilo l'uno del pentagono c.d.i.h. ponce l'altro & similmente la linea c.d. sarà di-
 uisa da diametro a.h. ortogonalmente & in due parti equali in punto l.k. così
 cio sia che li duei archi a.d.h. & a.c.h. siano equali & l'arco a.c. sia equali al arco
 a.d. li duei resti dei di semicirculi (che sono c.h. & d.h.) faranno equali alli quali
 essendo sono retti, parer tiene le due corde che sono c.h. & d.h. quelle anchora (p
 la trigesima nona del terzo) faranno equali, & perche l'arco a.c. è equali al arco
 a.d. per la ultima del sesto l'angolo c.h.l. sarà equali al angolo d.h.l. h. l. si pur (p
 la quarta del primo) la basa c.l. è equali alla basa d.l. & tutti li angoli che sono
 al li. sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & adunque li duei trian-
 goli a.c.l. & a.d.l. K. sono equali (per la 31. del primo) perche l'angolo l. del mag-
 giore è equali al l'angolo l. del minore (impero che l'uno è l'altro & retto) & li llo
 lo a.c. è comune a l'uno & l'altro per la qual cosa (per la quarta del sesto) la ppor-
 tione della l.a. alla 2.a. è si come de la K. alla f.a. Sia toito adunque dal diametro
 b.g. la linea f.m. eggle alla qta. pte del semidiametro c.g. & la equa pporcionalita)
 la pporzione de la c. alla quarta pte della linea a.c. (la quale sia e.g.) sarà si co-
 me della K. alla quarta parte della linea f.a. la quale e.f.m. & perche (per la de-
 cima quinta del quinto) la pporzione della c.d. alla c. K. è si come della c. alla
 f.a. e.g. (perche così è il doppio al doppio) come il sempio al sempio) per la un
 decima del quinto) della c.d. alla c. K. sarà si come della K. alla f.m. & cono-
 tamente della linea composta dalla d. & c. della c. K. alla c. si come della k. m.
 alla m.f. si pero (per la prima parte della trigesima seconda del sesto) la ppor-
 tione del quadrato della linea c.d. posta dalla d. & c. K. al quadrato della linea
 c.k. è si come del quadrato della linea k.m. al quadrato della linea m.f. & (per la
 precedente) è manifesto che se la linea a.c. sia divisa secondo la pporzione ha-
 uente il mezzo & duei estremi, la maggior parte di quella, sarà equali alla linea
 d.c. adunque la linea che è composta dalla linea d. & c. & c. K. è composta dalla mag-
 gior parte de la linea divisa (secondo la pporzione haue il mezzo & duei estre-
 mi & dalla metà di tutta la linea così divisa) perche la c. K. è la metà della a.c. ad-
 que (per la prima di questa decimotercio libro) lo quadrato della linea compo-
 sta dalla d. & c. & c. è anchora quincuplo al quadrato della linea c.k. & pero lo
 quadrato della linea k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea m.f. con-
 cio sia che la pporzione di questi quadrati de questi sia una medesima, & per
 la linea b.m. è quincupla alla linea m.f. Perche la m.f. era la quarta parte del se-
 midiametro del propolo cerchio. Adunque il quadrato della linea k.m. al qua-
 drato della linea m.f. è si come della linea b.m. alla linea m.f. & perche (per la
 seconda parte de la decimasona del sesto) lo quadrato della linea k.m. al qua-
 drato della linea m.f. è si come della linea c.m. alla linea m.f. duplicata, & per
 la un decima del quinto) la linea b.m. alla linea m.f. sarà si come la linea k.m. al
 la linea m.f. applicata. Adunque la linea k.m. è media proporzionale fra le due
 linee b.m. & m.f. la qual cosa così è manifesta, perche essendo la linea n. p. me-
 dia proporzionale fra quelle ista secondo la dottrina della nona del sesto, & per
 la distinzione della pporzione duplicata che è posta in el principio del quin-
 to) la pporzione della b.m. alla m.f. sarà si come della b.m. alla n. p. duplica-
 tate perche la b.m. alla n. p. è si come la n. p. alla m.f. & siam (per la undecima
 del quinto) la pporzione della b.m. alla m.f. sarà si come della n. p. alla m.f. dup-
 licata, & adunque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee k.m.
 & n. p. sono equali & pero (per la prima parte della settima del quinto) & per
 la seconda parte della medesima) la linea k.m. è media proporzionale fra la b.m.
 & m.f. per la qual cosa (per el correlario della decimasona del sesto) la pro-
 portione del quadrato della linea b.m. al quadrato della linea m.k. è si come
 della linea b.m. alla linea m.f. & perche la linea b.m. è quincupla alla linea m.
 f. el quadrato della linea b.m. sarà quincuplo al quadrato della linea m.k. & la



linea b, m, e rationale in lunghezza. Adunque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea m, e rationale solamente in potentia & perche la linea b, m, e piu potente della linea m, K , in el quadrato duna linea & se commensurabilite in lunghezza (come disotto se approuera) la linea b, K , fara residuo quarto (per la definitione del quarto residuo. Hor quello che disopra promouessimo di provare in questo modo se manifesta sia el numero r , quoscipio al numero s , & t, s, s , siano quito r, s, e, r , sulle cinque s , fara uno s , & t , quito. Et sia la linea b, m , piu potente della linea m, K , in el quadrato della linea x . Con dola adunque che il quadrato della linea b, m , al quadrato della linea m, K , sia si come el numero r , al numero s , / per la dilignata proportionalita lo quadrato della linea m , al quadrato della linea x , fara si come el numero r , al numero x , per la qual co'a (per la ultima parte della nona del decimo) la linea x e incommensurabile a la linea b, m , in lo'ghenza. A diso' non e dubbio che la linea b, b , sia residuo quarto & e manifesto / per la trigesima quinta del terzo / che quello che uien fatto dalla b, K , in la K, g , e eguale a quello che uien fatto dalla a, K , in la K, e . E pero etiam quel medesimo e eguale al quadrato della K, e , impero che la a, K, e e eguale alla K, e , adunque aggiunto a luno & laltro lo quadrato della b, b , e per la penultima del primo / quello che uien fatto dalla b, b , in se medesima & in la K, g , fara eguale al quadrato della b, b , & e , perche (per la prima del secondo) quello che uien fatto dalla b, b , in se & in la K, g , e eguale a quello che uien fatto della b, b , in la g, b , & e , perche la linea g, b, e rationale & la linea b, b , e residuo quarto, & perche la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da uno residuo quarto, e linea minore. (come e manifesto) / la nonagesima quarta del decimo libro) e necessario la linea b, b, e che il lato del pentagono equilatero inscrito in el proposito cerchio / esser la linea minore, che in principio si e' posto da dimostrare. Adunque per questo modo seguita che il lato del pentagono equilatero inscrito in uno cerchio sia una linea minore, el diametro del cerchio (il quale era inscrito) fara rationale in lunghezza, se se il diametro del cerchio fara rationale solamente in potentia, anchora e necessario che il lato del pentagono equilatero inscrito in quello sia la linea minore. Perche poi si che, la linea a, b , sia rationale solamente in potentia, sopra la quale sia descritto un cerchio, & a quello sia inscrito uno pentagono equilatero del quale uno lato sia la b, b, e , lo cerchio & lo pentagono sian diti a, b, b , dico che la linea b, b, e e linea minore, perche essendo tolto alcuna linea rationale in lunghezza (la qual sia d, e , & sopra a quella sia lineato uno cerchio, al quale sia inscrito uno pentagono equilatero, & si uno lato di quello la linea e, f , & el cerchio & lo pentagono sian diti d, e, e . Adunque e manifesto / per quella duodecima / che la e, f , e linea minore, essendo sia che lo diametro d, e , sia rationale in lunghezza, & perche la proportion del pentagono a, b, a al pentagono d, e, e si come el quadrato della linea b , al quadrato della linea e , & e , perche luno e laltro (per la seconda parte della decimaseconda del libro) e si come quella della linea b , alla linea e , & e , duplicata. Et del pentagono a, b, a pentagono d, e, e si come el quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro d, e , (per la prima del duodecimo) fara (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea b , al quadrato della linea e , & e , si como lo quadrato del diametro a, b , al quadrato del diametro d, e , Et con cio sia che il quadrati di doi diametri a, b , & d, e , sian commensuranti, perche ambedoi sono rationali (dal suo posto) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee b, b, e , & e, f , saranno commensuranti, adunque la linea b, b, e commensura in potentia con la linea e, f , & perche la linea e, f , e linea minore seguita (per la centesima quinta del decimo) che etiam la b, b, e sia linea minore, che e' il proposito, adunque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in lunghezza oer solamente in potentia e necessario che il lato del pentagono (inscrito in quello) sia la linea minore.

Bi fogna notare che quella parte adusta & approbata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argumentatione, cioè supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in lunghezza, o solamente in potenza (che così si debbe intendre la propositione) le concludeta il pproso.

Problema primo. Propositione. xiii.

- 13** Posseno fabricare una piramide di quattro base triangolare equilatera circonscritibile da una assignata sphaera. Et dimostrare che il diametro di quella sphaera haure proportioni sesquialtera potentialemente al lato di essa piramide

Sia la linea .a.b. el diametro della assignata sphaera la quale sia di sia in potenza, talmente che la .a.c. sia doppia alla .b.c. & sopra quella sia lineado lo sesquialtero .a.d.b. & sia produta la linea .e.d. ortho gonimenter sopra la linea .a.b. & siano produte le linee .b.d. & .d.a. & da poi sia fatto el cerchio .f.g.h. sopra il centro .e. el sen il diametro del quale sia eguale alla linea .e.d. in el quale (per la seconda del quarto) sia inscripto un triangolo equilatero el quale sia .f.g.h. all'angolo di quel (dal centro) siano prostrate le linee .e.f. & .e.g. & da poi sopra il centro .e. (secondo che insegna la duodecima del undesimo) sia erigata la linea .e.k. perpendicularmente a la superficie del cerchio .f.g.h. la quale sia possa eguale alla .a.c. Et dal ponto .k. siano tirate le ypothimite .f.k. & .g.k. & sia compiuta la piramide di quattro base triangolare equilatera la quale, dico esser circonscritibile dalla assignata sphaera, ed in dico el quadrato del diametro della propo. sphaera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide perche egli manifestio (per la prima parte del corollario della octava del libro) che la linea .e.d. e media proportionale fra la .a.c. & la .b.c. per la qual cosa per el corollario della .8. del medesimo el quadrato della linea .a.c. al quadrato de la linea .e.d. e si come la linea .a.c. alla .b.c. adonco con gli amitero el quadrato dalla .a.c. & el quadrato della .e.d. dal quadrato della .e.d. e si come la .a.b. alla .b.c. & per (per la penultima del primo) el quadrato della .a.d. dal quadrato della .d.c. si come la .a.b. alla .b.c. Concio sia adonco che la linea .a.b. sia treppia alla .b.c. (perche la .a.c. era doppia a quella) anchora lo quadrato della .a.d. si treppio al quadrato della .d.c. (pla octava di questo) lo quadrato della .f.g. e treppio al quadrato della .e.d. per la qual cosa concio sia che (dal premissio) la linea .d.e. sia eguale alla .e.f. (per communis scientia) la .a.d. si e eguale alla .e.g. & perche (per la diffinitione della linea perpendiculari a una superficie) la linea .e.k. contiene angoli retti con cadauna delle linee .e.f. & .e.g. & h. delle quale cadauna e eguale alla linea .e.d. & perche quella medesima e eguale alla linea .a.c. & k. angulo e retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee .f.k. & .g.k. & .h. sia eguale alla linea .a.d. adonco e manifestio la fabricata pyramide esser di quattro base triangolare equilatera. Ma che quella sia circonscritibile dalla assignata sphaera se la uera in questo modo. Sia inteso alla linea .e.k. esser ugi giunto secondo la retitudine) la linea .e.l. eguale alla linea .e.b. accio che tutta la .k.l. sia eguale alla .a.b. (che el diametro della assignata sphaera) dico che questa linea .e.l. u la imaginari esser sono al cerchio .f.g.h. etum perpendiculari alla superficie di quello dalla parte di sotto si come e la .e.k. dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee .e.f. & .e.g. & .h. (si semplicemente qualunque se mediametro del cerchio .f.g.h.) sia media proportionale fra la .k.e. & la .e.l. si come e la .d.c. fra la .a.c. & la .b.c. & perche queste sono eguale a quelle (cadauna al



la sua rettilinea) Adonque se sopra la linea $k.l$ sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondato per fin a tanto che ritorni al loco dove incomincio a muoverli: la sfera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la definizione delle sfere eguali) sarà eguale alla sfera assegnata, perché le sfere sono eguali, quando li diametri di quelle sono eguali, si come fu detto di cerchi in el principio del terzo. Et questo semicerchio è necessario trarsene per li tre punti $f.g.h$ li quali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea $k.l$ se sarà circondato per fin che ritorni al loco dove quello hauea cominciato a muoversi toccherà el cerchio $f.g.h$ sopra tutti li punti della circonferenza di quello.

La qual cosa se approua da questa antiqua uerita. Se una linea retta sarà perpendicolarmente sopra una linea retta la quale sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale sopra sta, ouer alle due parti che li sta attorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra la quale sia la perpendicolare) la circonferenza di quello necessariamente trarsene per la estremità della linea media proportionale posta perpendicolarmente. Cioio sia adonque che tutti li semidiametri del cerchio $f.g.h$ siano perpendicolari alla linea $k.l$. & meschi proportionali fra le parti di quella le quale sono $k.e$ & $e.l$. Seguita che il semicerchio descritto sopra la $k.l$ essendo circondato trarsene per tutti li punti della circonferenza. $f.g.h$ & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è duna figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide è inscritibile a quella sfera che descrive el semicerchio situato sopra la linea $k.l$ nel moto suo. Et perché questa sfera descritta è eguale alla sfera assegnata (per la diffinitione delle sfere eguali) seguita (per comune scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscritibile dalla assegnata sfera: che è il proposto. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Ilor concho sia che la linea $a.b$ sia treppia alla $b.c$ (per la uerita proportionale) la $a.b$ sarà isoscelitiera alla $a.c$. E pero (per la seconda parte del correlario della octaua del sesto & correlario della decima octaua del medesimo) di qua drato della linea $a.b$ sarà etiam isoscelitiero al quadrato della linea $a.c$. Et per che la linea $a.d$ è eguale al lato della fabricata pyramide & la $a.b$ il diametro della sfera & manifesto esser il uero quello che per el correlario è demo.

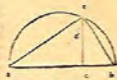
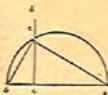
Et accio che non accada in alcuno a dubitare della proposta antiqua uerita, uolimo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra alla linea $a.b$ la linea $c.d$ perpendicolare, la quale sia posta media proportionale fra le parti della linea $a.b$ le quale siano $a.o$ & $e.b$. talmente che la proportion della $a.o$ alla $c.d$ sia si come della $c.d$ alla $e.b$. Et sopra la linea $a.b$ sia descritto lo mezzo cerchio $a.e.b$. dico che la circonferenza di questo mezzo cerchio trarsene per el punto d che è la estremità della perpendicolare: & essendo altrimenti (per lo aduersario) ouer segara la linea $c.d$ ouer trarsene di sopra di quella cioe trasiendo & inchiadendo & non toccando tutta quella: seguita adonque primamente questa in punto e & siano dute le linee $a.b$ & $a.e$ (per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo total angolo $a.e.b$ sarà retto. Adonque (per la prima parte del correlario della g . del sesto) la proportion della $a.o$ alla $c.e$ è si come della $c.e$ alla $e.b$. & (per la seconda parte della octaua del quinto) la proportion della $a.o$ alla $c.e$ è maggiore che della $a.o$ alla $c.d$. dimperochè la $c.e$ è minore che la $c.d$. Essendo adonque della $c.e$ alla $e.b$ si come della $a.o$ alla $c.e$ & della $c.d$ alla $e.b$ si come della $a.o$ alla $c.d$. (per la duodecima del quinto) della $c.e$ alla $e.b$ sarà maggiore che della $c.d$ alla $e.b$. E pero (per la prima parte della decima del quinto) la $c.e$ sarà maggiore che la $c.d$. cioe la parte sarà maggiore del suo tutto, la qual cosa è impossibile adonque la circonferenza del semicerchio non segara la linea $c.d$ & trarsene adonque di sopra & sia prodotta la $c.d$ per fin alla circonferenza & sia tutta la $c.e$ & siano protrase le linee $e.b$ & $a.e$ & seguitara, come prima la linea $c.d$ esser maggiore della linea $c.e$ che è impossibile adonque & manifest o il proposto & similmente dicemo.

diemo che ſel ſara alcun angolo retto al quale ſia ſotto teſa (o ſotto tirata) una b₂ ſi ſopra la quale ſia lineato uno mezzo circulo, la circonſtrentia di quello e neceſſario tranſire per l'angolo retto & la conuerſa di queſta propone la trigefima prima del terzo) & quello che hauemo detto le manifefſta in queſto modo, ſia l'angolo a.b.c. retto al quale ſia tirata ſotto la baſa a.c. & ſopra quella ſia lineato un mezzo circulo. dico che la circonſtrentia di quello tranſira per il punto b. in el qual uanno di compagnia le linee che conueneno l'angolo retto, la demonſtratione della quale e che non tranſira di ſopra ne di ſotto & eſſendo poſſibile (per lauerſario) quella tranſifica primauiamente di ſotto & ſia la a.e. & ſi dal angolo b. ſia prodotta la linea b.d. perpendicolare alla baſa a.c. la quale ſeghi la circonſtrentia del ſemicirculo in ponto e. & ſiano protraite le linee e.a. & e.c. & l'angolo a.c.l. ſia retto (per la prima parte della trigefima prima del terzo) & quello e maggiore del angolo a.b.c. (per la trigefima prima del primo) et queſto e impoſſibile (per la terza poſitione) concio ſia che l'uno e l'altro ſia retto, l'uno dal preſuppoſito: el altro per la prima parte della trigefima prima del terzo. adonque la circonſtrentia del mezzo circulo non tranſira di ſotto l'angolo b. tranſifica adonque di ſopra (ſe e poſſibile) & ſia la a.c. & ſi prodotta la perpendicolare d.b. perſina che la ſe hacontri con la circonſtrentia del ſemicirculo a.e. ſi in ponto f. & ſiano prodotte le linee f.a. & f.c. & per la prima parte della trigefima prima del terzo) l'angolo a.c.l. ſia retto. & concio ſia che etiam l'angolo a.b.c. (dal preſuppoſito) ſia retto ſeguita lo impoſſibile (per la trigefima prima del primo) ſi come in el principio. Rimane adonque il preſuppoſito, & queſto e neceſſario alla cognitione delle coſe che ſequeſano.

Problema.ii. Propositione.xiiii.

- 14 Eglie poſſibile a conſtituire un cubo circonſcritibile da una aſſignata ſphera, & dimoſtrare il diametro dalla medefima ſphera eſſe potentialmente treppio al lato di quel cubo.

Sia la a.b. el diametro della aſſignata ſphera ſopra la quale ſia lineato lo ſemicirculo a.d.b. & ſia diſiſto el diametro in ponto e. ſe condo la conditione della precedente, cioe che la linea a.c. ſia doppia alla linea c.b. & ſia prodotta la a.c. d. perpendicolare alla a.b. & ſiano protraite la d.b. & d.e. & da poi ſia fatto uno quadrato di ſie tutti li lati ſiano equali alla linea b.d. & ſia e.f.g.h. ſopra li quattro angoli del quale ſiano erigte (come inſegna la duodeſima del undecimo) quattro linee perpendicolare alla ſuperficie di eſſo quadrato, delle quale cadauna ſia etiam poſta eguale alla linea b.d. & ſiano e.f.g.h. & ſiano eſſe quattro perpendicolare cadauna a cadauna ſaranno equidistanti (per la ſeſta del undecimo) li angoli che centro gono con li lati del quadrato ſaranno retti (per la diſtinctione delle linee perpendicolare a una ſuperficie) & da poi ſiano congiunte le ſtremita di queſte perpendicolare dalle protraite linee k.l.l.m.n.o.x. & ſara compoſto il cubo conſtituto da ſei ſuperficie quadrate. Perche eglie manifefſto (per la trigefimaterza & trigefima quarta del primo) che le quattro ſuperficie che circonſtano quello (& queſte ſono delle quali li lati oppoſiti ſono le quattro perpendicolari) ſiano tutte quadrate, queſto medefimo in poſſo della baſa f. Ma della ſuperficie di ſopra che e la x.k.l.m.n. che quella ſia quadrato e ma niſſto (per la trigefima terza del primo & decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) eglie manifefſto tutti li lati del medefimo cubo ſare orthogonalmente in le due ſuperficie oppoſite di quello. Ma accio che demoftramo queſto cubo eſſe circonſcritibile dalla aſſignata ſphera, ſia protraito la diagonale in una delle ſue ſuperficie queſti graſia in la ſuperficie g.h.m.n. & ſia la g.n. & da una delle ſtremita di queſta diagonale ſia protraito el diametro del cubo l.g. & (per la penultima del primo) lo quadrato della n.g. ſara doppio al qua-



drato della $n.h.$, & pero etiã al quadrato della $i.n.$ imperochè la $n.h.$ è eguale alla $n.i.$ (perchè tutti li lati del cubo sono fra loro equali) & perchè (maltra uolta per la posititione del primo) lo quadrato della $i.g.$ è eguale alli quadrati della due linee $l.n.$ & $n.g.$ per quella ragione che l'angolo $g.n.l.$ retto (per la definitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della $i.g.$ sarà treppio al quadrato della $l.n.$ perchè è composto del doppio & del sempio. Et con ciò sia che (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto libro, & per el correlario della decima ottava del medesimo) Anchora lo quadrato della $a.b.$ sia treppio al quadrato della $b.d.$ imperochè la linea $a.b.$ è treppia alla linea $b.c.$ & la linea $b.d.$ sia eguale alla linea $i.n.$ (dal presupposito) seguita (per communia scientia) che la $i.g.$ (che è el diametro del cubo) sia eguale alla $a.b.$ (che è el diametro della sphaera) Adonque se sopra la $i.g.$ sia tirato un mezzo cerchio, & sia circondato per fina che ritorni al loco doue fu il principio del mezzo la sphaera descritta (per la definitione delle sphaere equali) sarà eguale alla sphaera assignata. Ma perchè quello mezzo cerchio fa el transitto per el p. nto. $n.f.$ (imperochè l'angolo $g.n.l.$ retto & per la medesima ragione lo sarà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo la qual cosa (per lo antecedente poſto immediato auanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque egli è manifesto esser constituido el cubo circonscritibile dalla assignata sphaera (imperochè egli è circonscritibile dalla sua eguale (la qual cosa bisognarà dimostrare) & la demonstratione del correlario è manifesta per il processo di questa demonstratione.

Problema.iii. Proposizione. xv.

15 Possiamo componere un corpo di otto base triangolare equilatero, & circonscritibile da una proposta sphaera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphaera esser potencialmente doppio al lato di quel corpo.

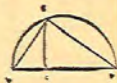
Sia el diametro della sphaera proposta la linea $a.b.$ la qual sia divisa in due parti equali in punto $c.$ & sopra a quella sia tirato lo mezzo cerchio $a.d.b.c.$ sia prodotta la $c.d.$ perpendicolare alla $a.b.$ & sia congiunto el punto $d.$ con $a.$ & con $b.$ & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia eguale alla linea $b.d.$ & questo sia lo quadrato $e.f.g.h.$ el quale siano protratti li doi diametri $g.f.$ & $h.i.$ li quali se sopra insieme in punto $k.$ Adonque è manifesto per la quarta del primo) che lo lato & l'intero di questi doi diametri sia eguale alla linea $a.b.$ che è el diametro della sphaera, essendo sia che l'angolo $d.$ sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) & anchora perchè li soi angoli $e.f.h.$ & $g.h.i.$ retti (per la definitione del quadrato) anchora è manifesto che li medesimi doi diametri $g.f.$ & $h.i.$ se diviso ſta l'uno la due parti equali in punto: Et questo facilmente è manifesta (dalla quarta del primo & dalla trigesima seconda & sesta del medesimo) Adonque sopra el punto $k.$ sia tirata la linea $k.l.$ perpendicolare alla superficie del quadrato la qual sia posta eguale alla metà della $a.b.$ & $g.f.$ & $h.i.$ & tirato l'arco con teorema y pochissimo detto. $k.l.g.$ & $k.h.$ & (per le cose che sono ſta poſte, & per la penultima del primo) pentita quante volte bisognara) ciascuno di queste ypothamille ſaranno eguali fra loro, etiam eguale alli lati del quadrato, et ha adonque una pyramide di quattro base triangolare equilatero co ſtituida sopra un quadrato. & per tanto ſotto quel quadrato mimerai una ſimil pyramide in questo modo prodotta la linea $k.k.$ (prolongando el quadrato) per fina al punto $k.$ talmente che la $k.m.$ che ſia ſotto al quadrato ſia eguale alla $k.l.$ che ſia di ſopra, & congiungi il punto $m.$ con cadauno di quatro angoli del quadrato, producendo quatro altre ypothamille le quale

le quale siano *com. f. ang. g. m. b.* delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo) si come delle altre che sono in l. parte di sopra) che quelle siano eguale fra loro & altri lati del quadrato, adunque hauemo compilo el corpo di otto bafe triangolare equilatera ma che d'ito sia circoscriuibile della assignata sphaera in maniera in questo modo, perche egli è manifesto che la linea *l. m. n.* equal al diametro della assignata sphaera: perche l'una e l'altra di quelle è equal al diametro del quadrato. Adunque se sopra alla linea *l. m. n.* fara tirando un mezzo cerchio qual si circonducito per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphaera che quei descrive con el suo motu sarà equal alla sphaera assignata (come le ma nifesta per la diffinitione delle sphaere equali) & quello mezzo cerchio trasfira per il quarto angolo del quadrato, & semplicemente per tutti li punti della circoscrizione del cerchio che circoscrive il quadrato impero che, el mezzo diametro del quadrato, che è la linea *f. k. e.* le parti della linea *l. m. n.* le quali sono *l. a. b. c. d. e.* sono fra loro equali per la qual cosa (per la diffinitione di quello che è circoscripto a esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo e inferiore in la sphaera descrita dal moto di questo mezzo cerchio, adunque (per la coesistenza) e inferiore in la assignata sphaera, con ciò sia che quelle siano fra loro equali (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee *d. e. e. d. a. b. c. e. f. a. l. e.* (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della *a. b. c. e.* dopo più a questo lato della *b. d. c.* per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equal alla linea *b. d.* adunque el correlario è vero.

Problema. llll. Propositione. xvi.

¹⁶
¹⁵ Posemo fabricare el corpo de uinci bafe triangolare equilatera, circoscriuibile da una data sphaera, che habbia el diametro rationale, & fara manifesto el lato del medesimo corpo esser una linea irrationale cioè quella, che se dice linea minore,

Si anchora in questo loco el diametro della assignata sphaera la linea *a. b.* la quale sia posta esser rationale, ouer in lunghezza ouer solamente in potenza, & sia divisa in punta ocularmente che la *a. c.* sia quadrupla alla *c. b.* sopra di quella sia tirando lo mezzo cerchio *a. d. b.* & sia prodotta *a. e.* perpendicularmente alla *a. b.* & sia procreata la linea *d. a. b.* dopo secondo la quantita della linea *d. b.* sia tirando lo cerchio *e. f. g. h. i.* sopra il centro *a.* al quale sia inferito uno pentagono equilatero angolato dalle medesime lettere, sui angoli dei quale dal centro *a.* tirando tutte le linee *a. e. f. g. h. i.* & anchora intorno in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & quello se fara in questo modo, siano distanti tutti li recti (di quali li sei del pentagono sono chordi) in due parti equali & dalli punti di mezzo de siano tirate linee recte alle estremita di essi li lati del pentagono inferiore. Anchora sopra a ciascuno de li cinque angoli del pentagono non si erigano uno cerchio secondo che insegna la duodecima del undecimo di quali ciascuno sia etiam equal alla linea *a. c.* & siano conuenute le estremita di questi cinque cerchi con i cinque cerchi *e. f. g. h. i.* (per la sesta del undecimo) faranno fra loro equalidistanti: & con ciò sia che quelli siano equali, Anchora li cerchi (per la triginta terza del primo) che conueno gano le estremita di quelli faranno equali tutti li del pentagono, adunque dalla similitudine di ciascuno di d'infieriori arai dare due ypothemete alli due circoscripti angoli del inferio decagono, & le li bre mita di questi dieci ypothemete (che terminano alli cinque punti che sono a ciascuno de li angoli di mezzo dello inferio decagono) siano conuenute con linee recte inferiendo qualora uolera un altro pentagono in esso cerchio il quale fara anchora equilatero (per la vigesima



quarta del terzo) adunque quando che tu haueai fatto questo tu ordinarai haue-
re compido dieci triangoli di quali li lati sono dieci ypothemisse. & li cinque co-
rausti, & li cinque lati di questo secondo pentagono inscritto, Adonque que-
sti dieci triangoli in questo modo se appende esser equilateri, perche concio sia
cosa che si el mezzo diametro dello iscritto cerchio con ciascuno di catheti erit
el sia eguale alla linea b, d , (dal presupposito) (p el correlario della 15. del qua-
to) ciascuno di demi catheti sara eguale al lato del octagono equilatero iscritto
In lo cerchio del quale il mezzo diametro e eguale alla linea b, d si perche (per
la penultima del primo) ciascuna delle dieci ypothemisse e tanto piu potraue
del catheto quanto pool el lato del decagono (& per la 10. di questo) anchora lo
lato del pentagono e tanto piu potente del medesimo quanto pool il medesimo la-
to del decagono (per comuna scientia) ciascuna di queste ypothemisse sara equa-
le al lato del pentagono. Et corausti anchora e manifestò che quelli sono eguali
alli lati del pentagono. Adonque tutti li lati di questi dieci triangoli ouer che
sono li lati del pentagono equilatero (descritto la seconda uolta nel cerchio) o-
uer che sono a quelli eguali, adonque li triangoli sono equilateri, sua più sopra
il uero del cerchio (che e il ponto i , tira un altro catheto eguale alli primi el qua-
le sia l, m , & la superiore istrenita di quello (che e il ponto n , giongi con cadu-
na istrenita di primis con cinque corausti (& per la lista del undecimo) s'ho cen-
tral catheto sara equidistante a ciascuno di catheti angolari. Et pero (per la tri-
gesimaterza del primo) questi cinque corausti s'aranno eguali al mezzo diametro
del cerchio, & (p el correlario della 15. del quarto) ciascun de quelli si come el
lato del octagono, adonque sia aggiunto al catheto centrale da luna e l'altra parte
una linea eguale al lato del decagone, sopra a quello sia aggiunto m, n , & di
sotto cioè sotto el cerchio sia aggiunto a quello la p, q , dal centro del cerchio e da
poi dal ponto n , siano tirate cinque ypothemisse alli cinque superiori angoli di
dieci triangoli che sono in el, circulo & dal ponto p , ne siano tirate altre cinque
alli altri cinque angoli di sotto, & queste dieci ypothemisse, saranno eguale fra
loro, & alli lati dello iscritto pentagono (per la penultima del primo, & deci-
ma di questo, si come delle altre dieci prime fu dimostrato. Tu hai adonque un
corpo di uenti bafe triangolare equilatera del quale tutti li lati sono eguali alli
lati del pentagono, & lo diametro di quello e la linea n, p , & di questi uenti tri-
goli dieci ne stanno in circulo sopra il cerchio & cinque se eleuano di sopra li
quali concorrono al ponto n , & li altri cinque restanti li sommeranno de sotto &
uanno insieme a terminare al ponto p , Ma che questo corpo de uenti bafe sia
circoscrivibile dalla data sphaera in questo modo sara manifestò, Còcio sia che
la linea l, m , sia eguale al lato del octagono, & la m, n , lato del decagono equila-
ter che circoscriue il cerchio, & l, g , metta la linea l, n , (per la nona del presente li-
bro) sara diuisa secondo la proportione haueute il mezzo e dooi istreni in pon-
to m , & la maggior parte di quella sara la linea l, m , Adonque sia diuisa la l, m ,
in due parti equali in ponto q , & la p, q , per comuna scientia) sara eguale al
la q, n , Perche la p, q , fu posta eguale al lato del decagono si come la m, n , per la
qual cosa la q, n , e la mita della n, p si come la q, o , & la mita della m, l , Concio
sia adonque che il quadrato della n, q , sia quincuplo (per la terza di questo) al
quadrato della q, o , Anchora lo quadrato della p, n , (per la decima quinta del
quinto) sara quincuplo al quadrato della l, m , perche (per la quarta del secon-
do) lo quadrato della p, n , e quadruplo al quadrato della q, n , Anchora lo qua-
drato della l, m , e quadruplo al quadrato della q, n , (per la medesima) & lo qua-
druplo al quadruplo e come el sempio al sempio (come trificia la decima decima
quinta del quinto) Ma lo quadrato della a, b , e quincuplo al quadrato della b, d ,
(per la seconda parte del correlario della octaua del sesto) & per lo correlario
della decima octaua del medesimo) perche etiam la a, b , e quincupla alla b, c ,
impero che la a, c , fu posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche
la l, m , (dal presupposito) e esse alla b, d , (p comuna scientia) la a, b sara esse alla
 c, p , Adonque se sopra la linea c, p , sia descritto uno mezzo cerchio el quale sia
circosculato

circosculato per fino a tanto che quel ritorni al suo primo loco la sfera dal suo
 mora desolera (per la diffinitione delle sfere) eguale sarà esse alla sfera pro-
 posta. Xpoche la linea lm , e media proportionale tra la ln , & nm , pero etià fra la
 ln & p . Anchora qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio (sara medio
 proportionale fra la ln , & nl , pùe concio sia che la lm , sia eguale al mezzo dia-
 metro del cerchio, & adunque el mezzo cerchio descritto sopra la p , n , et l , tra per
 tutti li punti del la circonferenza del cerchio, e, g , & pero trasi etiam per tut-
 ti li angoli del solido fabricato che siano in quella circonferenza, si perche (per
 la medesima ragione) tutti li coristi, che con i suoi punti colligano le transi-
 ta di carchi angoli con la linea del cerchio centrale sono tutti propo-
 nali fra la p , n , & m , in pero che ciascuno di qlli è eguale alla ml . Seguita che
 il medesimo cerchio manifesta etià per li altri angoli della ista solida figura de uini
 ti base. Adunque questo corpo è inscrivibile alla sfera della quale p , n , e dia-
 metro, & pero è etiam inscrivibile al sfera de la quale la , & b , è diametro, tra lo la-
 to di questa solida figura dico esser la linea minore, perche egliè manifesto che la
 linea S , & è rationale in potentia concio sia che il quadrato di quella sia subquin-
 cuplo al quadrato della linea a , b , la qual fu posta rationale ouer in longhezza,
 conciosamente in potentia. Adunque lo semidiametro del cerchio, e, g , è etiam
 rationale in potentia, perche lo semidiametro di quello è eguale alla linea b , d .
 Adunque (per la duodecima di questo) lo lato del pentagono equilatero ins-
 critto a questo cerchio è la linea minore, & lo lato di questa figura (come è sta
 manifestado in el processo di questa dimostrazione) è già el lato del pentagono,
 Adunque lo lato di questa figura de uini base è la linea minore il come se ppona,

Correlario.

^o
¹⁰ Da questo è manifesto che il diametro della sfera è quincuplo in
 potentia al mezzo diametro del cerchio che circonferue il corpo di
 uini base, & che il diametro della sfera è composto del lato del exa-
 gono, & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Traduttore.

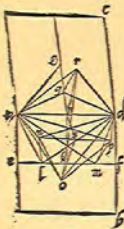
Per il cerchio che circonferue il detto corpo de uini base piglio per il cer-
 chio e, g, h , della figura aneposta el mezzo diametro del quale sfera è esser
 eguale alla linea b, d , della prima figura & alla la , della seconda figura.

Problema.v. Propositione. xyii.

¹⁷ Potremo costituire el corpo di dodice base pentagonale equilate-
¹⁷ re & equiangole, circonscrivibile da una assignata sfera che hab-
 bia el diametro rationale, Et fara paleio el lato del medesimo corpo
 esser quella linea irrationale, che è detta residuo.

Si fatto el cubo (secondo che insegna la decima quarta di questo) circonfer-
 uibile dalla assignata sfera: & siano due superficie di quello cubo la, b, c , &
 a, c . Et immaginiamo al presente che la a, c , sia la superficie di sopra del cubo &
 la, b, c , una di quelle di lun, sia la linea a, d , come uane a queste due superficie.
 Adunque sian distiti li duoi lati oppositi (in la superficie a, b, c) in due parti e quali
 cioè el lato d, b , in punto e , & lo lato a quello opposto in punto c , & li punti delle
 distitione siano connessi con la linea c, e, f . Anchora sia distito lo linea a, d ,
 & qto che ghe alincoro in la superficie a, c in due parti cili, & li poci delle distitione
 siano connessi con una linea retta la mitta della qe sia g, h , & sia el poci h el poci
 to medio del a , linea a, d . Similmente sia distito la linea c, e , in due parti equi in poci

no. K & sia protratta la h . i . adunque divide cadauna delle tre linee e . K . i . f . & g .
 h. secondo la proportionē hauente il mezzo e doi estremi in li tre ponti l . o . q .
 & siano le maggiore parti di esse l . k . m . g . q . le quale e manifestō esser equa-
 le fra loro secondo sia che tutte le linee diritte sono equale cioè cadauna di quelle
 e la metà del lato del cubo. Da poi dalli doi ponti l . f . & m . tirauasi le perpendi-
 colare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie a . b . delle qua-
 le luna e l'altra ponera equale alla linea K . i . & siano l . n . & m . p . & similiter dal
 ponto q . tira la q . r . perpendicolarmente alla superficie a . c . la quale pone equa-
 le alla g . q . Tira adunque le linee a . l . n . a . m . a . p . d . m . d . p . d . n . a . r . a . q . d .
 q . a . Adunque (per la quinta di questo) e manifestō che le due linee K . i . & f . sono
 potenzialmente triple alla linea K . i . f . pero etiam alla linea l . n . concio sia che la
 K . i . & l . n . sono equale. Et la K . i . e equale al a . n . a . Adunque le due linee a . e . & e .
 l . sono in potentia treppie alla linea l . n . per la qual cosa (per la penultima del
 primo) l . n . e in potentia treppia alla l . n . a . pero (per la medesima) l . n . a . e
 in potentia quadrupla alla l . n . et oio sia che ogni linea sia in potentia quadru-
 pla alla sua metà. Seguita (per communā scientia) che la l . n . a . sia doppia in lon-
 ghezza alla l . n . f . perche la l . n . e doppia alla l . k . & le l . k . & l . n . sono equale. a .
 n . sarà equale alla l . m . perche le metà di quelle sono equale. & perche (per la tri-
 gesima sexta del primo) la l . m . e equale alla n . p . la a . n . sarà equale alla n . p . &
 per lo medesimo modo approsserai le tre linee p . d . i . & n . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r .
 leuerai alle due predette adunque habemo da queste cinque linee uno pentag-
 gono equilatero il quale e . a . n . p . d . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f .
 per auentura tu dirai quello non esser
 pentagono perche forsi quello non e tutto in una superficie la qual cosa e no-
 cessario in questo acchie sia pentagono. Adunque che quello sia tutto in una
 superficie m . i . n . a . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f .
 in questo modo. Dal ponto K . sia prodotta la linea a . s . a . p .
 perpendicolare alla superficie a . b . che sia equale alla l . n . a . & per questo la sarà equa-
 le a luna e l'altra delle due linee l . n . & m . p . concio sia che quella sia equale &
 equidistante a luna e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo) E pero concio
 sia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffin-
 sione delle linee equidistante) e necessario che quel punto sia in linea n . p . & che
 divida quella in due parti equale. Siano adunque protratte le due linee a . s . a . p .
 s . a . d . n . che li doi triangoli K . s . a . p . & K . s . a . d . n . sono costituiti sopra uno angolo cioè
 sopra l'angolo K . s . a . p . & la proportionē della K . s . alla q . r . e si come la K . s . alla q . r .
 perche come la g . h . alla q . r . così e la K . s . alla q . r . (per la setima del quino) &
 come la q . r . alla q . r . così e la h . s . alla q . r . (per la medesima) ma la g . h . alla q . r .
 e come la q . r . alla q . r . impero che la q . r . e equale alla g . q . adunque (per la tri-
 gesima prima del setto) la linea r . h . s . e una sol linea per la qual cosa (per la se-
 conda del undecimo) tutto lo pentagono del qual disputano e in una super-
 ficie. Anchora dico quel esser equilatero perche concio sia che la e . a . n . p . d . i . r . a . e . f .
 secondo la proportionē hauente il mezzo e doi estremi & che la K . m . sia equa-
 le alla maggior parte di quella anchora (per la quarta del peritente) tutta la e .
 m . e . f . divide secondo la proportionē hauente il mezzo e doi estremi & anchora
 la maggior parte di quella e la linea e . k . e . f . pero (per la quinta) le due linee e . m .
 & m . K . e anchora le due e . m . & m . p . f . perche la m . p . e equale alla m . K . sono in
 potentia treppie alla linea e . K . e pero etiam alla linea a . e . (perche la a . e . e equa-
 le alla e . K . Adunque le tre linee a . e . & e . m . p . sono in potentia quadrupla alla li-
 nea a . e . & (per la penultima del primo colā due volte) e manifestō che la linea
 a . p . e in potentia etle alle tre linee a . e . & e . m . & m . p . adunque la a . p . e in po-
 tentia quadrupla alla linea a . e . & concio sia che il lato del cubo sia doppio alla
 linea a . e . in potentia anchora quadruplo a quella (per la quarta del secondo)
 Adunque (per communā scientia) la a . p . e equale al lato del cubo & oio sia
 che la a . d . f . sia uno di lati del cubo la a . p . sarà equale alla a . d . f . pero (per la oza
 del primo) l'angolo a . r . d . e equale al angolo a . n . p . per lo medesimo modo
 tu approsserai l'angolo d . p . a . e . f . equale a l'angolo d . r . a . e . f . i . r . a . e . f .
 linea d . p . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f . i . r . a . e . f .
 adunque



adonque che per queste cose lo pentagono sia equilatero & habbia tre angoli (per la 7. del precedente) quel lato e tagliato ad angoli se piglia una e simile ragione, fabriceremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo uno pentagono equilatero & equiangolo sopra compido un solido contenuto di dodici superfici pentagono equilatero, & equiangolo, perche el cubo ha dodici lati. Hor ci resta a dimostrare quello solido esser circonscritibile dalla data sfera, a loque dalla linea ck , siano preterite due superfici segante el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea h, k , & scaltara sopra la linea e, f in la quadragesima prima del undecimo) fara che la comune sezione di queste due superfici seghi lo diametro del cubo & quella similitudine fara legata dal detto diametro la parte equitativa adonque la comune sezione di quelle per sara al diametro del cubo, la linea o, k , talmente che sia il centro d'el cubo, & sia dante le linee $o, a, o, n, o, p, o, d, o, r$, & e manifesto che l'una e l'altra delle due linee $o, a, & o, d, & e$ mezzo diametro del cubo e pero sono eguali, & della linea o, k e manifesto per la quadragesima prima del undecimo) che quella e eguale alla o, k , (cioe alla mita del lato del cubo) & perche la $k, a, & e$ eguale alla $k, m, l, a, & a$, fara d'una in ponti, secondo la proportione habente il mezzo e doi estremi, & la maggior parte di quella fara la linea o, k , che e eguale alla e, k . Adonque (per la quinta di questo li quali diti delle due linee $o, a, & e, & k$, soli insieme sono treppi al quadrato della linea o, k , & finalmente li quadrati delle due $o, a, & e, & p$, soli insieme sono treppi al quadrato della medesima o, k , (imperò che la $a, & p$ e eguale alla a, e , & pero sono etiam treppi al quadrato della mita del lato del cubo. Per la qual cosa (per la consistenza del primo) la linea o, p , e treppi in potenza alla mita del lato del cubo, & per el correlario della dodicesima di questo) e manifesto che el mezzo diametro della sfera e treppi in potenza alla mita del lato del cubo che circonscrive la medesima sfera, adonque la o, p , e quanto lo mezzo diametro della sfera che circonscrive el proposto cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dante dal punto o, a tutti li angoli di tutti li pentagoni descritti sopra li lati del cubo, dico a tutti li angoli che sono propri di pentagoni & non comuni tra i quelli & alle superficie del cubo cioe li proprii, quali in el pentagono la mita sono li tre angoli n, p, r . Ma di quelle linee che nemeno dal punto o, a tutti li angoli di pentagoni che sono comuni alli pentagoni & alle superficie del cubo, li quali in el precedente pentagono sono li doi angoli $a, & d$, e manifesto che esse sono eguali al mezzo diametro della sfera che circonscrive el cubo, perche quelli sono mezi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo) Ma el mezzo diametro del cubo e il come il mezzo diametro della sfera che circonscrive si come appare (per la ratiocinatione della dodicesima quarta) Adonque tutte le linee dante dal punto o, a tutti li angoli del dodici buse, sono eguali tra loro & al mezzo diametro della sfera. Adonque el mezzo cerchio li mezo sopra tutto el diametro della sfera ouer del cubo, essendo circondando transire per tutti li angoli di quello, per la qual cosa (per la definizione) quello e circonscritibile dalla assegnata sfera, anchora dico che illato di questa figura e una linea irrationale, cioe quella che e detta residuo, & il diametro della sfera che circonscrive fara rationale in longhezza ouer in potenza, perche ostendo sia che il diametro della sfera sia (per la dodicesima quarta di questo) treppi in potenza al lato del cubo, onde li diametro della sfera fara rationale in longhezza ouer in potenza, el lato del cubo fara etiam rationale in potenza, & e manifesto (per la undecima che la linea a, d , & e il lato del cubo secondo la proportione habente il mezzo e doi estremi, & che la maggior parte di quella e eguale al lato del pentagono, & perche la detta maggior parte di quella e un residuo (per la setta di questo) e manifesto el lato di questa figura di dodice buse esser irrationale come habbiamo dimostrato. Adonque (per la decima terza e per le quattro che seguitano questa) sono favorati cinque corpi equilateri & equiangoli di quali ciascuno e circonscritibile da una assegnata sfera. Et questi solidi sono quelli, cioe el primo e di quattro

basse triangolare, equilatera (& chiamata Tetraedron) el secondo e di sei bafe quadrata (& e detto cubo oer exaedron) il terzo e di otto bafe triangolare (& e detto oncoedron) & lo quarto folido e detto yeoedron (& e de uenti bafe tri-
angolare) Et lo quinto e di dodici bafe pentagona (& e detto dodeedron) & queſti cinque ſolidi ſono detti regolari, perche queſti ſono equiangoli & equilateri, & circonſcrittibili dalla ſphera etiam fra loro, & e impoſſibile eſſerne piu di queſti cinque, che ſiano equilateri & equiangoli, perche alla con-
ſtitutione di qual ſi voglia angolo ſolido, e neceſſario conuocare al manco tre an-
goli ſuperficiali, perche di duoi ſoli angoli ſuperficiali li non pol eſſer compoſto un
angolo ſolido, Adde que pohe li tre angoli di qualunque corpo ſono equiangoli, &
equiangoli ſono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del epaſgono & di
qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati ſono maggiori di quatro
angoli retti, ſi come euidentemente ſi puol cauare fora dalla trigefima ſeconda del
primo) Et ogni angolo ſolido e minore di quatro angoli retti (come triſtima la
trigefima prima del undecimo): impoſſibile con li tre angoli del exaſgono, & del
epaſgono, & ſimilmente dogli figura equilatera & equiangola de piu lati, conſti-
tuire un angolo ſolido, & pero niuna figura ſolida equilatera & equiangola, puol
eſſer conſtituita da ſuperficie exaſgonale, oer de piu lati, perche ſe li tre angoli
dono era gono equilateri, & equiangoli, coardeno cadauno angolo ſolido, melo
to piu fortemente li quatro & li piu di quatro, eccederanno il medefimo, ma li tre
angoli dun pentahagono equilatero & equiangolo e manifeſto eſſer minori di qua-
tro angoli retti, & li quatro eſſer maggiori, Per la qual coſa, eglie poſſibile eſſer coſ-
tituito uno angolo ſolido da li tre angoli dun pentahagono equilatero & equi-
angolo, ma de quatro oer de piu eglie impoſſibile, ſi pero ſolamente uno ſolido da
pentahagoni equilateri & equiangoli e ſtato conſtituito, cioe illo che e detto duo-
deedron in el quale li angoli di pentahagoni a tre a tre conſtituiſono li angoli
ſolidi, anchora la medefima ragione e in le figure quadrilatera equilatera & equi-
gola, in le pentahagone, perche ogni figura quaſiſtanteſe la ſera equilatera
& equiangola, per la diſtinctione, quella ſera quadrata, perche tutti li ſoi angoli
faranno retti (per la trigefima ſeconda del primo) Adde que da tre angoli di tal
ſuperficial figura, eglie poſſibile eſſer conſtituito un angolo ſolido, ma da quatro
oer da piu eglie impoſſibile, per la qual coſtanza tal figure ſuperficiali, de quale ſo-
no quaſiſtanteſe equilatera & equiangola, & ſa fabricarſe uno unico ſolido, el qual
noi chiamammo cubo, Ma di triangoli equilateri li ſei angoli ſono equali a qua-
tro angoli retti (per la trigefima ſeconda del primo) Adde que li manco de ſei ſono
minori di quatro angoli retti & li piu di ſei ſono maggiori, Adde que delli ſei an-
goli de tai triangoli oer da piu eglie impoſſibile eſſer fatto un angolo ſolido,
ma da cinque, da quatro, & da tre eglie poſſibile a conſtituire un angolo ſolido.
Adde que quando li tre angoli dun triangolo equilatero, ſono uno angolo ſoli-
do ſien fatto de triangoli equilateri el corpo di quatro baſe triangolare, & equila-
tero, ma quando li quattro angoli de triangoli equilateri conſtituiſcono un ango-
lo ſolido queſti ne danno il corpo di otto baſe, el quale chiamammo oncoedron.
Ma ſe li cinque angoli de triangoli equilateri coengano un angolo ſolido, ſien
fatto lo corpo yeoedron de uenti baſe triangolare. Scguitare, per la qual coſa adde-
tanti & tali ſono li ſolidi regolari, & pohe no ſiano piu di queſti e detto di ſopra.

Problema vi. Propositione. xviii.

¹⁸ Potemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medefima
¹⁸ ſphera circonſcrittibili & compararli fra loro, della qual ſphera ſo-
lo il diametro a noi ſa poſto, & poſto diametro poſſemo trouarli.

S^{ta} la a. b. il diametro di alcuna ſphera a noi propoſta dalla qual deſideremo
di trouare li lati di premeſſi cinque corpi. Diuidemo adde que queſto diame-
tro la

et sphaera) secondo la proportionem habente il terzo e duoi estremi in ratio. p. & f. a. p.
 b. la maggior parte di quella. A dōq; e manifesto (pla demonstratione della precedente)
 te) che la. p. b. e il lato della figura del. 12. base. Adonq; sono treuati li lati di a. tre
 entedi corpi dal diametro della sphaera a noi pposito. Perche la. a. e il lato della
 pyramide di quattro base. la. e. b. el lato del cubo. la. f. b. lo lato del octoedron &
 la. n. b. el lato del ycoedron. & la linea. p. b. el lato del duodeedron. & qui de
 questi lati siano maggiori de li altri, se hanera in questo modo. Perche egli e ma
 nifesto che la. a. e maggiore della. f. b. (perche l'arco. a. e maggiore del arco
 f. b.) & similmente la. f. b. e maggiore della. e. b. & la. e. b. e maggiore che la. n. b.
 Dico anchora la. n. b. esser maggiore che la. p. b. Perche como sia che la. a. e sia
 doppia alla. e. b. (per la quarta del secondo) lo quadrato della. a. e e quadruplo
 al quadrato della. e. b. & (per la seconda parte del correlario della ottava del se
 sto) & p. el correlario della decima ottava del medesimo) e manifesto che il qua
 drato della. a. e e triplo al quadrato della. b. e. Ma (per la uigesima seconda del
 sesto) lo quadrato della. a. b. al quadrato della. b. e. e si come el quadrato della.
 b. e. al quadrato della. c. b. per quello che la proportionem della. a. b. alla. b. e. e si co
 me della. b. e. alla. b. c. (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto)
 adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della. b. e. e triplo al qua
 drato della. c. b. & perche lo quadrato della. a. e e quadruplo al medesimo qua
 drato (come e sta dimostrato) lo quadrato della. a. e (per la prima parte della
 decima del quinto) sia maggiore del quadrato della. b. e. & pero la linea. a.
 e maggiore della linea. b. e. & pero la. a. m. e molto piu maggiore della. b. e. & e
 manifesto (per la nona di questo) che se la linea. a. m. sia divisa secondo la pro
 portionem habente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sia la li
 nea. k. m. la quale e eguale alla. m. n. & quado che la. b. e. sia divisa secondo la me
 desima proportionem cioe habente il mezzo e duoi estremi: la maggior parte di
 quella e la linea. p. b. Conelo sia adonque che tutta la. a. m. sia maggiore di tota
 la. b. e. Saria la. m. n. (che e eguale alla maggior parte della. a. m.) maggiore
 de la. p. b. (che e la maggior parte della. b. e.) & questo e manifesto (per la se
 conda propositione del decimo quarto libro) la qual cosa senza agiuto di al
 cuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisce ferma demonstratione
 adonque (per la decima nona del primo) per forma la. n. b. e maggiore che la
 p. b. per la qual cosa e manifesto li lati di questi cinque precedenti corp' recorder
 si fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il qua
 dro & lo octoedro preteriscono a quello: perche il lato del octoedron eccede il
 lato del cubo a benchè il cubo anteceda lo octoedron. Ma mettano el cubo anti
 al octoedro perche per la medesima divisione del diametro della assignata
 sphaera se ritrona el lato della pyramide (che ha le quattro base triangole) & il
 lato del cubo. Adonque la. a. e (lato della pyramide) e maggiore della lati de
 cadauno degli altri corpi. & da poi quello la. f. b. lato del octoedron e maggiore
 di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la. e. b. (la
 to del cubo) & in lo quarto loco e la. n. b. (lato de ycoedron) e lo minimo de
 tutti e la. p. b. (lato del duodeedron).

Il Traduttore.

IN la seconda traduzione: la costruzione del octoedron e anciana a quel
 la del cubo: per il che li lati di detti corpi se ueneriano a eccedersi secondo
 il medesimo ordine delle loro costrutioni.

Il Traduttore.

A Voier dimostrare che la linea. n. b. (lato del undase) sia maggiore del
 la linea. b. p. (lato del duodecima base) senza agiuto della seconda del
 decimoquarto libro: ne da altra propositione che seguita (come uol el debito)

Arguzmo

Arguiremo in questo modo. Perche la linea $a.c.$ dal peripollino) e doppia alla $b.e.$ adunque tutta la $a.b.$ fara treppia alla medesima $b.e.$ (per la secon da parte del correlario della ottava del sesto &c per il correlario della decima octava del medesimo) el quadrato della detta linea $a.b.$ fara treppio al quadrato della $b.e.$ & perche (per il correlario della decima sesto di questo) il quadrato della medesima $a.b.$ e quincuplo al quadrato della $b.m.$ & similmente al qua drato della $m.n.$ (per esser la $m.n.$ eguale alla $a.m.$ seguita adunque che cinque quadrati della $m.n.$ (tolti insieme) siano eguali a tre quadrati della $b.e.$ & tolti insieme) perche l'una e l'altra somma e eguale al quadrato della $a.b.$ Hor perche il rettangolo di tutta la $a.e.b.$ nella parte $e.p.$ giunto con il rettangolo della medesima $b.e.$ ne l'altra parte $b.p.$ la detta somma (per la seconda del secondo) e es quale al quadrato della medesima linea $a.b.$ & perche il rettangolo della $b.e.$ nel la $p.e.$ e minore di quello della $b.e.$ nella altra parte $b.p.$ (per esser la parte $b.p.$ maggiore della parte $p.e.$) Il pero duoi rettangoli della $b.e.$ nella $p.e.$ saranno mi nori delli duoi rettangoli della $b.e.$ nelle due parti $b.p.$ & $p.e.$ onde (per com muna scientia) li detti duoi rettangoli fatti dalla $b.e.$ nella minor parte $p.e.$ saran no minori del quadrato della $b.e.$ & perche il rettangolo della $b.e.$ nella detta minor parte $p.e.$ e eguale al quadrato de l'altra maggior parte $b.p.$ (per la dissi nitione della linea colli diuisa) adunque duoi quadrati della $b.p.$ saranno mi nori del quadrato della $b.e.$ per li che il treppio delli duoi quadrati della $b.p.$ sa ra anchora minori del treppio del quadrato della $b.e.$ cioe che tre quadrati della $b.e.$ saranno maggiori de sei quadrati della $b.p.$ & perche cinque quadra ti della $m.n.$ (come di sopra fu dimostrato) sono eguali alli tre quadrati della $b.e.$ seguita (per commun sententia) che le cinque quadrati della $m.n.$ siano maggiori delli sei quadrati della $b.p.$ & se li cinque sono maggiori delli sei mol to piu un quadrato solo della $m.n.$ fara maggiore del quadrato solo della $b.p.$ & se il quadrato della $m.n.$ e maggiore del quadrato della $b.p.$ per la linea $m.n.$ (per commun scientia) fara maggiore della linea $b.p.$ Et se la linea $m.n.$ e maggiore della $b.p.$ molto piu la linea $n.b.$ fara maggiore della medesima $b.p.$ perche la detta $n.b.$ per la penultima del primo oer per la decima octava del medesimo e maggiore della maggiore cioe della $m.n.$ e però fara molto piu maggiore della $b.p.$ che il proposito senza auxilio di alcuna delle propositioni che seguirono come e il douere. Nella seconda traditione credo che uoglia ar guire per questa medesima via, ma tal argumentatione e tutta coeorta.

Fine del terzodecimo libro.



la. e. f. della mita della. c. d. cù la mita della. c. f. & è qto la mita della. c. f. douuolte con la mita della. f. d. Et la mita della. c. f. tolta due uolte & quito la. c. f. Alla mita della. f. d. e quanto la. e. f. Adonque la. c. e. e quanto la mita della. c. d. con la mita della. d. b. che e il propofitione così el correlario e manifesto, perche per la ottaua del docimotzo libro) e manifesto che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato del triangolo e quello inferimo e eguale alla mita della linea datta dal centro alla circonferentia de questo e dimoftradi di sopra, così e concludo el correlario. Concio fia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato del pentagono fia eguale alla mita della linea datta dal centro alla circonferentia, & alla mita del lato del decagono, seguita che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato d. i. pentagono fia eguale alla perpendicolare datta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono, & scrisim dentro al medesimo cerchio & quello e quello che propone el corollario add que le d. effer illo cada al presente quello che dice Aritho, in el libro intitolado la spoficio se doli la scientia di cinque corpi. Et fimilimite Apollonio li el fecondo dano, in la proportionalita della figura del dodeci bafe alla figura del uinti bafe el qual dice che la proportion de le superficie della figura che ha dodeci bafe alle sue perfile della figura che ha uenti bafe e così come la proportion del corpo de dodeci bafe al corpo de uenti bafe, perche anchora la linea datta dal centro del cerchio del pentagono della figura delle dodeci bafe del duodecordon, alla circonferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro d. i. cerchio del triangolo della figura delle uenti bafe del yecordon alla circonferentia di quello, & queste sono le parole del grande Apollonio, & sono da effer intere della figura del dodeci bafe & della figura del uinti bafe circonferitibili da una medesima sphaera) perche la proportion del corpo duodecordon al corpo yecordon (quando una medesima sphaera li circonferit) e il come la proportion de tutte le superficie del duodecordon tolte insieme, a tutte le superficie del yecordon tolte insieme, come commemorata Apollonio per la prima parte delle precedenti parole, la qual cosa etiam per la decima di questo decimoquarto libro uien stabilida con ferma demonftratione. Et lo cerchio che circonferit un pentagono del duodecordon, e eguale al cerchio che circonferit un triangolo del yecordon, quando che una medesima sphaera circonferit el duodecordon, & lo yecordon, si come etio Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, la qual cosa etiam si afferma con demonftratione in la quinta di questo libro, adonque li diti de tanti grandi honori sono da effer mandati, anzi ti per antecendenti a fortificatione della stabile uerita.

Il Traduttore,

LA demonftratione della sopraferita propofitione e alquanto ofcura & tal argumentatione haue de bisogno di un'altra propofitione la quale e questa,

De ogni due quantita ineguale la mita della maggiore giointa con la mita della minore, e quanto la mita della minore tolta due uolte giointa col la mita della differentia nella quale la maggiore auanza la minore uerti gratia la mita della. c. d. (maggiore) giointa con la mita della. c. f. (minore) e quanto due volte la mita della. c. f. (minore) giointa col la mita della. f. d. (cioe della differentia nella quale la. c. d. (maggiore) auanza la. c. f. (minore)) ma per non abondar in tante propofitioni ne demonftrationi, Demoftraremo la medesima con demonftratione piu euidente senza la prefente propofitione. Perche la. c. f. e eguale alla. b. d. (come nel principio fu approuado) giungendo alla. c. f. la. f. e, & alla. b. d. la. e. d. (per la. 2. comuna sententia) le due somme faranno anchora eguale cioe le due linee. b. d. & e. d. faranno eguale alle due. c. f. & f. e. & perche le dette due linee. c. f. & f. e. sono eguale a tutta la linea. c. e. seguita adonque che

la detta perpendicolare, &c. sia eguale alle due linee $d.b.$ & $d.e.$ Adunque se a que-
ste due linee $d.b.$ & $d.e.$ gli aggiungemo la linea $a.e.$ (che è eguale a lor due) par-
ta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, etiam alla medesima $a.e.$
& $d.$ perché la somma delle dette tre linee sarà doppia alle dette due, etiam alla medesima $a.e.$
& $d.$ perché la $a.e.$ è composta delle due $a.e.$ & $d.$ Seguita adunque che le
due linee $a.d.$ & $d.b.$ giunte insieme tal somma sia doppia alla linea $a.e.$ adunque
la perpendicolare $a.e.$ vien a esser la metà della somma delle due linee $a.d.$ & $d.b.$
& perché la $d.e.$ è eguale al lato del triangolo $a.d.b.$ al lato del decagono, &c.
è olt il proposto.

Theorema.ii. Proposizione.ii.

2. Ciascuna cosa la quale interuenghi a una linea divisa secondo la
6. proporzion haueute il mezzo, & duoi estremi, el si approua inter-
uenire il medesimo a ogni linea similmente divisa.

Si la linea e l'altra delle due linee $a.b.$ & $d.e.$ divisa secondo la proporzion ha-
uerne il mezzo e duoi estremi $a.b.$ in ponto $c.$ & la $d.e.$ in ponto $f.$ la mag-
giore parte della $a.b.$ sia la $a.c.$ & di l'altra la $d.f.$ Dico adunque che de ambedue
alle sue maggiori parti e una medesima proporzion. Et similmente de am-
bedue alle sue parti minori e una medesima proporzion: Et anchora delle mag-
gior parti alle minori una medesima, & al contrario, & permutatamente, & con-
giuntamente, & di giouanamente, & di giouante, & di quello non e altro che di que-
sta cosa la quale accadi a una di quelle il medesimo anchora accadere a l'altra,
perche (per la definizione della linea divisa secondo la proporzion) haueute il
mezzo e duoi estremi, & per la prima parte della decima sententia del libro) e ma-
nifesto che quello che vien fatto dalla $a.b.$ in $b.c.$ è eguale al quadrato della $a.c.$
& per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $f.e.$ è eguale al qua-
drato della $d.f.$ per la proporzion di quello che vien fatto dalla $a.c.$ in $b.c.$
& al quadrato della $a.c.$ si come di quello che vien fatto dalla $d.f.$ in $f.e.$ & al
quadrato della $d.f.$ (perche l'una e l'altra e proporzion di egualta) adunque il
quadruplo di quello che vien fatto dalla $a.b.$ in $b.c.$ al quadrato della $a.c.$ si
come el quadruplo di quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $f.e.$ al quadrato della
 $d.f.$ la qual cosa (per la decima quinta del quinto e per la permutata) e propo-
rionalta) e manifesto, per la qual cosa congiuntamente el quadruplo di quel-
lo che vien fatto dalla $a.b.$ in $b.c.$ con el quadrato della $a.c.$ al quadrato della
 $a.c.$ si come al quadruplo di quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $f.e.$ con el qua-
drato della $d.f.$ al quadrato della $d.f.$ sia aggiunto (secondo la remissione) al
la linea $a.b.$ una linea che sia eguale alla buca qual sia detta $b.g.$ & alla $d.$ una
aggiunta eguale alla $e.f.$ la quale sia detta $e.h.$ Adunque e manifesto (per
la ottava del secondo) che el quadruplo di quello che vien fatto dalla $a.b.$ in
 $b.g.$ con el quadrato della $a.c.$ è eguale al quadrato della linea $a.g.$ et similmente
el quadruplo di quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $e.h.$ con el quadrato della
 $d.f.$ è eguale al quadrato della $d.h.$ Et (per comune sententia) el quadruplo di
quello che vien fatto dalla $a.b.$ in $b.c.$ è eguale al quadruplo di quello che vien
fatto dalla $a.b.$ in $b.g.$ impero che la $b.c.$ & $b.g.$ sono eguali. Similmente anco lo
ra el quadruplo di quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $f.e.$ è eguale al quadru-
plo di quello che vien fatto dalla $d.e.$ in $f.h.$ impero che la $f.e.$ & $f.h.$ sono
eguali. Adunque (per la prima parte della sententia del quinto, & per la
undecima del medesimo) lo quadrato della $a.g.$ al quadrato della $a.c.$ si come
el quadrato della $d.h.$ al quadrato della $d.f.$ per la qual cosa (per la seconda par-
te della trigesima seconda del libro) la proporzion della $a.g.$ alla linea $a.c.$ si
come della linea $b.g.$ alla linea $d.f.$ & con giouanamente della $a.g.$ & $a.c.$ alla $a.c.$
si come della $d.h.$ & $d.f.$ alla $d.f.$ Et la $a.g.$ con la $a.c.$ sono si come el doppio della
 $a.b.$ & la $d.h.$ con la $d.f.$ sono si come el doppio della $d.e.$ Per la qual cosa el dop-
pio della



plo della $a.b$ alla $a.c$ e si come el doppio della $d.e$ alla $d.f$. Et permutatamente el doppio della $a.b$ al doppio della $d.e$ e si come la $a.a$ alla $d.f$. Ma el doppio della $a.b$ al doppio della $d.e$ e si come la $a.b$ alla $d.f$. (per la decimaquinta del quinto) A dunque della $a.b$ alla $d.e$ e si come della $a.c$ alla $d.f$ adque permutatamente, & ruerfamente, & conuerfamente, & difgiointamente, & congiointamente: la qual cosa bilogoua dimoftrare.

Theorema.iii. Propofitione.iii.

Diuiſo uno lato dun exagono, ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi: la maggior parte di quello, ſara el lato del decagono circoscripto, da quel cerchio, che circoscrive lo exagono.

ſia la linea $a.b$ el lato del exagono di alcun cerchio: ſia diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi in ponto c , & ſia la maggior parte di quella $a.b.c$. Dico che di qualſi que cerchio la $a.b$ e lato del exagono, di quel cerchio no la $b.c$ ſara il lato del decagono, perche eſſendo agitoe alla linea $a.b$, la linea $b.d$ la quale ſia el lato del decagono di quel cerchio: diſi quale la $a.b$ e lato del exagono, Et (per la nona del decimoterio) la linea $a.d$ ſara diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi, & la maggior parte di quella ſara la linea $a.b$. Concio ſia adonque che l'una e l'altra delle due linee $a.b$, & $a.d$ ſia diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi. A adonque (p la precedente) de ambedue que alle ſue maggior parti ſara una medefima proportionē, adonque della $d.a$ alla $a.b$ (che e la ſua maggior parte) e ſi come della $a.b$ alla $b.c$ (che e etiam la ſua maggior parte) ma della $d.a$ alla $a.b$ (ſua maggior parte) e ſi come della $a.b$ alla $b.d$ (per la diſiſitione della linea di uiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi). A adonque (per la undecima del quinto della $a.b$ alla $b.d$ e ſi come della $a.b$ alla $b.c$, p la qual coſa (per la ſeconda parte della nona del quinto) le due linee $b.d$, & $b.c$ ſono eguale. Conſidera adonque che la $b.d$ ſia el lato del decagono, anchora la $b.c$ (per commona ſciencia) ſara el lato del decagono. A dimoſtrare il medefimo altramente, alla linea $a.b$ ſia aggioſta la $b.d$, eguale alla $b.c$, & (per la quarta del decimo tercio) tutta la $a.d$ ſara diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi, & la maggior parte di quella e la linea $a.b$, adque (per la conuerſa della nona del decimoterio) la quale dimoſtraſſimo cōditionalmente da poi quel la) di quel cerchio che la linea $a.b$ e lato del exagono di quel medefimo la linea $b.d$ e pero (etiam la linea $b.c$ e ſe eguale) e lato del exagono. Anchor parrendone poſſemo dimoſtrare il medefimo per un'altra via. Hor ſia la $a.c$ eguale alla $a.b$, la quale anchora ſia diuiſa in ponto g , ſecondo la proportionē hauente il mezzo & duoi ſtremi, & ſia la maggior parte di quella la linea $a.g$. A adonque (p la precedente) e manifeſto che ſi come la $a.b$ e eguale alla $a.c$, coſi la $a.c$ e eguale alla $a.g$, & la $a.b$ e eguale alla $a.g$. Et quando che alla $a.b$ ſara aggioſta la $b.d$, (lato del decagono di quel medefimo cerchio diſi quale la $a.b$ e lato del exagono) ſara (ſi come per auanti fu demo per la nona del decimoterio) tutta la $a.d$ diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi ſtremi, & la maggior parte di quella ſara la linea $a.b$. Adonque (per la precedente) della $a.b$ alla $b.d$ e ſi come della $a.g$ alla $g.e$, per la qual coſa (per la prima parte della decimaſeſta del ſeſto) quello che uien fatto dalla $a.b$ in la $g.e$ eguale a quello che uien fatto della $b.d$ in la $f.g$. Et concio ſia che la $a.b$ ſia eguale alla $a.c$, etiam quello che uien fatto dalla $a.c$ in la $e.g$ ſara eguale a quello che e fatto dalla $b.d$ in la $f.g$. Ma quello che uien fatto dalla $a.c$ in la $g.e$ eguale al quadrato della $f.g$, (per la diſiſitione della linea diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo & duoi ſtremi, & per la prima parte della decima ſettima del ſeſto) adonque quello che



altri lato della $b.d$ in la $f.g$ e eguale al quadrato della $f.g$. E pero per la prima del libro la linea $d.b$ e eguale alla $f.g$ e perche la $f.g$ e eguale alla $c.b$ Ancho la $b.d$ sara eguale alla $b.d$. (lato del decagono) la qual cosa bisogna auer dimostrata.

Theorema. iiii. Proposizione. iiii.

El quadrato dun lato dun pentagono descritto dentro dun cerchio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel pentagono, Ambidui questi quadrati tolti insieme, prononno esser quincupli al quadrato della mita del diametro di quel medesimo cerchio.



Si e descritto in el cerchio $a.b.c$. (el centro del quale sia el punto d .) uno pentagono equilatero del quale $b.a$ sia un lato, & sia protracto el diametro $a.c$, dividendo la linea $a.b$ etiam lato di quella in due parti eguali, adonde sia f . & la mita della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per la qual cosa la linea $a.c$ e li dotti quinti di tutta la circonferentia: A donque siano protracte le due linee $e.f$ & $a.f$. & la $a.f$ sara el lato del decagono equilatero, impero che lato di quella e la mita della quinta parte della circonferentia, & la linea $a.f$ caltra quella che sono tende a uno dell' angoli del predetto pentagono: impero che lato $a.f$ e le due quinte parte della circonferentia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee $a.b$ & $a.c$ tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea $a.f$. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea $a.c$ e quadruplo al quadrato della linea $a.f$. & cocho sia che l'angolo $a.f.c$ sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) & li quadrati delle due linee $a.f$ & $a.c$ (per la penultima del primo) s'aran quadrupli al quadrato della linea $a.f$. Adonque li quadrati delle tre linee $a.b$, $a.c$ & $a.f$ tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea $a.f$. & perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della $a.b$ e eguale alla quadrati delle due linee $a.f$ & $a.c$. Seguita che li quadrati delle due linee $a.b$ & $a.c$ siano quincupli al quadrato della $a.f$ che e il proposito.

Correlario.

Adonque e manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quando che una medesima sfera circoscrive quel cubo & quella figura de dodice base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mita del diametro del cerchio che circoscrive lo pentagono no di quella medesima figura de dodice base.

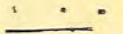
Questo correlario ueramente e manifesto, perche (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo libro) e manifesto che el lato del cubo sotto tende al angolo del pentagono del dodecagono quido che una medesima sfera circoscrive il cubo & lo dodecagono, adonque per questa quarta lemma e propositione e manifesto il correlario.

Theorema. v. Proposizione. v.

El pentagono della figura de dodice base & lo triangolo della figura de

ra de uinti bafe (che una medefima fphera li circonferue) fono cir
conferitti da uno medefimo cerchio.

Sia una fphera (el diametro della qual fia la .a.b.) la quale circonferua, due
figure folide, cioè el daodecortro (del quale .e. fia uno di fuoi dadeti pent
tagoni) & lo yuocentro (del quale .d. fia uno di fuoi uenti triangoli) & al pen
tagono .c. & al triangolo .d. fopra li duoi centri .d. & .e. fiano circonferiti duoi
cerchi, luno fia .e.f. (per la decima quarta del quarto) & laltro .a.k.d. (per la quin
ta del medefimo) Dico adunque che quelli duoi cerchi delle propofite fphere
(di quali luno circonferue el penttagono .c. & laltro lo triangolo .d.) fono equi
li, fiano fignati li duoi lati del penttagono .c. & continenti uno de fuoi angoli per
le lettere .e.f. & .g. & fia protratta la linea .e.g. la quale fono tendi al angolo .e. &
lo femidiametro del cerchio el quale fia .e.f. & ciascuno di lati del triangolo .d. fia
fignato con le lettere .k.h. & fia protrato il femidiametro del fuo cerchio el qua
le fia .d.k. & da poi fia tolta la linea .l.m. alla quale la linea .a.b. (che e il diam
etro della alligata fphera) fia quincupla in poterua, la qual linea .l.m. fia diuifa
in ponto .n. fecondo la proportione habente il mezzo & duoi ftrimenti, la fua mag
gior parte fia la linea .l.n. & fecondo la quantita di tutta la .l.m. fia lineato il cer
chio .p.q. adunque el femidiametro del cerchio .p.q. fia eguale alla linea .l.m. Et
(per el correlario della decima quinta del quarto) la linea .l.m. e fi come el la
to del hexagono equilatero, infcritto in lo cerchio .p.q. adunque (per la terza di
quinto) la linea .l.n. fia fi come il lato del decagono equilatero infcritto in lo
medefimo cerchio, adunque (per la undecima del quarto) fia infcritto uno pen
tagono equilatero in el cerchio .p.q. del quale uno lato fia la .p.q. & (per la de
cima del decimoterzo libro) lo quadrato della .p.q. fia eguale alli quadrati del
le due linee .l.m. & .l.n. tolti infieme. Et (per la demonftratione della dodima fo
la del terzodecimo) e manifesto che la .h.k. e eguale alla .p.q. adunque el qua
drato della .h.k. e eguale alli quadrati delle due linee .l.m. & .l.n. tolti infieme. Et
(per la demonftratione della decima fextima del decimoterzo) e manifesto che
la .e.g. e il lato del cubo circonferibile dalla medefima fphera. Per la qual cofa
(per el correlario della dodima quarta del terzodecimo) la .a.b. (che e il diam
etro della fphera) potentialemente e tripla ala .e.g. che e il lato del cubo, fe la .e.
g. fia diuifa fecondo la proportione habente il mezzo & duoi ftrimenti (per la de
monftratione della decima fextima del .xj.) e manifesto che la .e.f. e fi co me
la maggior parte di quella. adunque (per la feconda di quello della .e.g. alla
l.m. e fi come della .e.f. alla .l.n. perche fi come e la tutta alla tutta cofa la mag
gior parte alla maggior parte. adunque (per la elfeffima feconda del feho) el
quadrato della .e.g. al quadrato della .l.m. e fi come el quadrato della .e.f. al qua
drato della .l.n. per la qual cofa (per la decima fexta del quinto) li quadrati del
le due linee .e.g. & .e.f. tolti infieme alli quadrati delle due linee .l.m. & .l.n. tolti
infieme fono fi come el quadrato della .e.g. al quadrato della .l.m. adunque (per
la decima quinta del quinto & per la premittata & equa proportionalita) el tre
ppio della duoi quadrati delle due linee .e.g. & .e.f. tolti infieme alli quadrati delle
due linee .l.m. & .l.n. tolti infieme e fi come el treppio del quadrato della .e.g. al
quadrato della .l.m. Ma el treppio del quadrato della .e.g. e tanto quanto el qua
drato della .a.b. (per el prefuppofto) & quincuplo al quadrato della .l.m. adun
que el treppio del quadrato della .e.g. e anchor quincuplo al quadrato della .l.
m. per la qual cofa etiam el treppio di quadrati delle due linee .e.g. & .e.f. tolti in
fieme e quincuplo alli quadrati delle due linee .l.m. & .l.n. tolti infieme, et perche
eglie fia approuato che el quadrato della .h.k. e eguale alli quadrati delle due
linee .l.m. & .l.n. tolti infieme. Seguita (per communia fcienda) che el treppio
delli quadrati delle .e.g. & .e.f. fia quincuplo al quadrato della .h.k. & per la ota
ua del terzodecimo) e manifesto che el quicuplo del quadrato della .h.k. e quin



Decuplo del quadrato della $d.k.$ (cioe quindice volte tanto) perche el semiplo e treuplo, et (per la quarta di questo) e manifesto che il treuplo di quadrati del $e.g.$ & $e.f.$ e quindecuplo del quadrato della $c.f.$ perche el semiplo e quincuplo adonq. el quindecuplo del quadrato della $c.f.$ e eguale al quindecuplo del quadrato della $d.k.$ e pero (per la nona del quinto) el quadrato della $c.f.$ e eguale al quadrato della $d.k.$ per la qual cosa etiam la linea $c.f.$ e eguale alla linea $d.k.$ adonque (per la definizione di cerchi equali) lo cerchio che circonferisce el Pentagono $c.f.e$ e eguale al cerchio che circonferisce el triangolo $d.l.a$ qual cosa dal principio era da dimostrare, perche il semidiametri di questi cerchi sono o quali cioe la $c.f.$ & la $d.k.$

Il Traduttore.

Doue che disopra dice che la linea $b.k.$ (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) sia eguale alla $p.q.$ questo se uerifica perche quella fu dimostrato che il diametro della sfera era quoscuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del pentagono descritto nel detto cerchio era eguale al lato del uenti base e pero in questo uoco il cerchio $p.q.$ uien a esser il cerchio del uenti base & il lato del pentagono di quello uien a esser il lato del uenti base, e per questo la linea $p.q.$ uien a esser eguale al $k.b.$ (lato del uenti base.)

Theorema.vi.Propositione.vi.

6 Anchora il quadrato che e trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare ditta dal centro del cerchio, che circonferisce un pentagono, della figura de dodici base, al lato del pentagono, & sotto del lato di esso pentagono, el se conuincine di necessita esser eguale a tutte le superficie del corpo di dodici base tolte insieme.

Sia el pentagono .a. una delle dodici base della figura del dodecedron, & uno di suoi lati sia $l.a.b.c.d.e$ a quello (per la decima quarta del quarto) sia circoscritto un cerchio sopra il centro $a.f.$ & sian portate le linee $a.g.$ & $a.h.$ & la $a.d.$ perpendicolare alla $b.c.$ Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla $a.d.$ in la $b.c.$ e eguale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, perche egge manifesto il pentagono a esser divisibile in cinque triangoli equali al triangolo $a.b.c.$ per la ottava del primo) Concio sia adonque che tutte le dodici pentagoni del dodecedron siano equali e simili al pentagono a sono divisibili in sessanta triangoli di quali ciascuno (per la ottava del primo) e eguale al triangolo $a.b.c.$ & quello che uien fatto dalla $a.d.$ in la $b.c.$ (per la quadragesima prima del primo) e doppio al triangolo $a.b.c.$ adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla $a.d.$ in la $b.c.$ e sessantuplo al triangolo $a.b.c.$ (cioe sessanta volte tanto quanto e il triangolo $a.b.c.$) perche si come el semiplo al semiplo cosi e il doppio al doppio, Concio sia adonque che tutte le superficie del dodecedron tolte insieme: siano etiam sessantuplo al triangolo $a.b.c.$ (cioe sessanta volte tanto quanto e il detto triangolo $a.b.c.$) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla $a.d.$ in la $b.c.$ sia eguale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, che e il proposto.

Theorema.vii.Propositione.vii.

7 Anchora il quadrato che e trentuplo del rettangolo che e contenu

co sotto della perpendicolare ditta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uini base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e eguale a tutte le superficie della figura del uini base tolte insieme.

Si anchora in questo loco el triangolo, e una delle uini base della figura del yoccedron, & uno de suoi lati sia la *a. f. g.* Et a quello (per la quinta del 4.) sia circoscritto un cerchio sopra el centro *e.* & siano protratte le linee *e. d. e. g.* & la *c. h.* perpendicolare alla *a. f. g.* Dico adunque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla *a. h. in la. f. g.* e eguale a tutte le superficie del yoccedron tolte insieme: che tutte le superficie del yoccedron tolte insieme sono trenta volte tanto quanto e lo rettangolo contenuto sotto della *a. h.* & della *a. f. g.* perche e manifesto el triangolo, e esser divisibile in tre triangoli cadauno di quelli (per la ottava & quarta del primo) e eguale al triangolo *a. d. g.* Adunque tutti li uini triangoli del yoccedron tolte insieme (concludo sia che tutti siano equali & simili al triangolo *a. d. g.* sono si come el sessantuplo del triangolo *a. d. g.* Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto dalla *e. h. in la. f. g.* e doppio al triangolo *a. d. g.* si pero el trentuplo di quello e eguale al sessantuplo di quello. Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto della *a. h. in la. f. g.* sia eguale a tutte le superficie del yoccedron tolte insieme la qual cosa era da dimostrare.

Correlario.

Adunque e manifesto che la proporzion delle superficie della figura del dodice base (contenute in qualche sphaera) alle superficie del la figura de uini base concluda in la medesima sphaera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penttagono di essa figura de dodice base: & sotto della perpendicolare ditta dal centro del suo cerchio al lato di esso penttagono: Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di uini base, & della perpendicolare ditta dal centro del suo cerchio al lato di quel triangolo del corpo di uini base.

E che manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, o sia la figura del *12. base* & la figura del *uini base* circoscritte da una medesima sphaera, che se possono esser le farino esse circoscritte da diverse sphaere: & si se possono esse figure siano circoscritte da una medesima sphaera perche questo modo ha la *3. e* si uisita al *proposito 35.* la edemata uerita di quello cosa se manifesta. perche (per la 6. di quello) se manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla *a. d. in la. b. c.* e eguale a tutte le superficie del dodicedron tolte insieme, del que el penttagono *a. e. una de le sue 12. superficie* & (per la 7.) similmente e manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla *a. e. in la. f. g.* e eguale a tutte le superficie del yoccedron tolte insieme del que el triangolo *a. e. una delle sue 20. base* o sia che el dodicedron & illo yoccedron una medesima sphaera li circoscritta, ouer diuise. adde la proporzion del trentuplo della *a. d. in la. b. c.* a tutte le superficie del yoccedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della *a. e. in la. f. g.* a tutte le superficie del yoccedron tolte insieme per luna e l'altra proporzion de esse: la qual cosa permutamente el trentuplo della *a. d. in la. b. c.* al trentuplo della *a. e. in la. f. g.* e si come tutte le superficie di el dodicedron a tutte le superficie di ello yoccedron & (per la 5. del 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del trentuplo al trentuplo, adde e manifesto (per la 11. del 5.) che la proporzion de tutte le superficie di ello dodicedron a tutte le superficie di ello yoccedron e come quella di quello che uien fatto dalla *a. d. in la. b. c.* a quello uien fatto dalla *a. e. in la. f. g.* Et quello e quello che propone el correlario.

Theorema. viii. Propositione. viii.

La proporzion de tutte le superficie del corpo de dodici base tolte

insieme, a tutte le superficie del corpo de tanti base tolte insieme (che siano da una medesima sfera circonscritta) e li come la proportionone del lato del cubo (che circonscrive la medesima sfera) all lato del triangolo di quel medesimo corpo di tanti base.

A Cole che ogni demonstratione si parte dal postulo della demonstratione di questa. Cole che la bisogna primamier sapere questa. Che se alcuna linea fara diuisione de la oportione haue el mezzo e doi estremi della mita di quella si detraua tanto quante la mita della sua maggior per anchora quella medesima mita fara di uilla scodo la proportionne haueute el mezzo e doi estremi & la sua maggior per e si come la mita della per maggiore della sua doppia per el grito. Sia la a.b. diuilla scodo la oportione haueute el mezzo e doi estremi in pento. & la maggiore per di quella sia la a.c. & la a.d. e si come la mita della a.b. & la a.d. e si come la mita della a.c. Dico adque que che la d.e. diuilla in pento scodo la oportione haueute el mezzo e doi estremi & la maggiore per di quella e la d.f. Perche per la 14. del 5. se manifestio que la proportionne della a.b. alla a.c. e si come della d.e. alla d.f. (cioe el doppio al doppio) si come el sempro al sempro per la qual cosa per trasmutacione della a.b. alla d.e. e si come della a.c. alla d.f. adque per la 19. del quinto della a.b. alla d.e. e si come della a.c. alla d.f. adque que la d.e. doppia ala la e. perche coli ella a.b. alla d.e. & d.f. sia adque que nra la a.b. & la d.f. doppia a nra la d.e. coli diuisione delle pti della a.b. diuisione delle pti della d.e. & nra diuisione alla sua relatione. Per la qual cosa per la 14. del quinto per la a.b. & d.e. medesimo. Si pla diuisione della linea diuilla scodo la oportione haueute el mezzo e doi estremi a la linea d.e. fara diuilla in pento. Si e si ptece. Adque el ptece scoderemo ala demonstracione di qlo que si puolo allo elem pti del qlo fia lo pte chio. a.b.c. (el centro del qual: h.a.d.) circulo. Interon pentagono del dodec dion & un triangulo de yvecedron. In quali una medesima sphe. ala circulo & esodna equaliter e moidi. Perche (p. a. d.) qlo se manifestio que el medesimo en chio circulo. Interon pentagono x. el triangulo. & fia la linea a. b. Iano del pentagono & la linea a.c. del triangulo. & la linea h. f. come el lato del circulo. Interon dalla medesima sphe. Dico adque que la proportionne de tutte le superficie del dodec dion tola insieme a tutte le superficie del yvecedron tola insieme si fienet si come la linea h. alla linea a.c. perche el lado pteceda del centro d. una perpendiculari alla a.b. q. una trañica q. fia alla circouferencia segondo la a. b. h. ptece. & l'arco di quella impote. & se manifestio qlo perpendiculari diuisione la dos parte que la linea a.c. come l'arco di quella. La corda a. b. p. la parte della terza del terro & l'arco di quella (per la quarta del primo. & per la 17. del terro. adque l'arco f.a.e. la decima pte della circouferencia. Sia adque como a qlo tirara la corda a. b. la quale fara el lato del decagono eglatro di qlo medesimo en chio adque per la 19. del 1. se manifestio que la linea copista dalla d.d. & la d.f. diuilla scodo la proportionne haueute el mezzo e doi estremi & la maggiore pte de di quella fara la linea d.f. (per la prima di questo) & la e. eguale alla mita della d.d. & alla mita della f.a. conijonjone directamente in ligo. Sia adque la d.g. perpendiculari alla a.c. & el cordario della orna del 17. la g. d. fia si come la mita della d.f. Adque se de la linea d.e. (la quale e si come la mita della d.f. & la d.f. & f.a. fia una linea) Sia deremo una eguale ala. d. g. (la quale e si come la mita della d.f.) La linea d.g. (per qlo que la ap. ptecedo anzi questa) fara diuilla scodo la proportionne haueute el mezzo e doi estremi & la maggiore parte fara si come la g.d. & h. (per la demostracione della 17. del terzodecimo) e manifestio que se la linea. h. (che e lato del cuo) fia diuilla scodo la proportionne haueute el mezzo e doi estremi la maggiore parte di quella fara si come la a.b. & che lo lato del pentagono della figura de dodec h.a.f. adque per la segunda di questo la proportionne della h. alla a.b. e si come della d.e. alla g.d. per la qual cosa (per la prima parte della decima frita del libro



del fello) quello che pertiene dalla .h. in la .g. & e uguale a quello che uien fatto dalla .a. b. in la .d. e. & (per el cocretario della precedente): manifestò che la proporzione de tutte le superficie del dodecedro (del quale ci lato e la .a. b.) (come insieme, a tutte le superficie del yocedro, del quale ci lato e la .a. c.) (come insieme, e si come di quello che uita fatto dalla .a. b. in la .d. e. a quello che uita fatto dalla .a. c. in la .g. d. Adonque per la prima parte della settima del quinto, & undecima del undecimo) la proporzion di quello che pertiene dalla .h. in la .g. d. a quello che pertiene dalla .a. c. in la .g. d. e si come de tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo yocedro. Ma di quello che pertiene dalla .h. in la .g. d. a quello che pertiene dalla .a. c. in la .g. d. (per la prima del solo) e si come della .h. alla .a. c. Adonque per la .11. del .5. la proporzion di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo yocedro e si come, della .h. alla .a. c. che e il proposito, Questo medesimo potremo prouare altramente: se auanti quello potremo un antecedente necessario el qual e questo.

Se in qualunque cerchio fara inscripto un pentagono equilatero lo rettangolo che e costrutto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & octo sextante di quella linea che tende sotto al angolo di quel pentagono de necessita el bilogua esser uguale al medesimo pentagono.

L i nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuidono cadauno intergro in dodici parti equali & tutte que parti insieme (cioe quel tutto) chiamano .48. & le undici di quelle parti gli dicono denunce. Et se dieci, denuncie le noue dodrante, & le otto bisse, & le sette sextante ouer septante ouer quincies or & le sesquima, & le cinque quincies & le quattro orientate le tre, quadrante & le due sextante, & la una, a dimandorno oncia, & quelle piu uolte sono sia trouate in li antichi libri designate per l'ordine de tal figure,

J	fff	fff	ff	ff	f
As	Denunc	Sextante	Dodrante	Bisse	Septante
S	ff	B	P	Z	f
Semia,	Quincies.	Trime,	Quadrante	Sextante,	Unia.

A nchora la onza la qual hauemo detto douer esser la .12. parte del .A. la diuidemo in altre .12. fractioni, ma p maltra oia pohe la mira della onza gli diu foue semioncia. La terza parte d'ella, la quarta si scillo, la settima d'ella, la onza dragma la duodecima emiffella. La .8. tremilla, la .4. scrupolo, la .48. obolo, la .72. billiqua, la .96. cerates, la ultima cil e la .144. pte di ella oncia chiamamo billiqua, & a questo .12. fractioni della oncia li posteriori gli hanno aggiosto el calen de lo casco e la .192. pte della oncia del qual agiongimero ne fa tanta aceto che el diuideron & el diuidente delle simploiche di con .x. semionci diuisti in interualli di quelle fractioni la denominazione ascendelle ouer se extendelle per fina al millesimo illirumox tutte que fractioni li auotiamo secondo l'ordine de tal figure.

L	bb	9	C	x	9
Semioncia,	Dadla,	Sidico,	Dragma,	Emiffella,	

H	ff	v	xx	Z	bb	2
Tremilla	scrupolo,	Obolo,	Billiqua,	Cerates,	Silliqua,	Calco.



Adonque el senfo di quello che e detto e d'ito, che se in alcun cerchio sia inferito
 to un pethagono equilatero, quello che uien fatto dell' tre quarti del diametro del
 cerchio in li cinque setti della linea che sono tredecia uno dell' angoli del petha-
 gono inferito e esse al pethagono uerbi gratia sia el cerchio a.b.c. sopra el cen-
 tro.d.f.a. illo g.h.i. del g. sia inferito un pethagono equilatero del quale del
 lato ostenditi uno di soi angoli sia h.a.b. b.c.d. e a l'angolo b. sia sotto essa la li-
 nea a.c. & sia tirado lo diametro b.d. e el qual sega la linea a.c. in due parti e
 quali in ponto g. & sia la d.f. la mita della d.e. & la g.h. doppia alla h.c. & la b.f.
 fara el dodrate del diametro che e li tre quarti di quello, & la a.h. fara el decan-
 te della a.c. perche quella e li cinque setti di quella & sia tirata la linea a.f. dico
 che quello che peruiene dalla b.f. in la a.h. e uguale al pethagono inferito in
 el cerchio, perche concio sia che la a.g. sia perpendicolare alla b.f. (per la qua-
 dragesima prima del primo) quello che peruiene dalla b.f. in la a.g. fara dop-
 pio al triangolo a.b.d. & pero quello che peruiene dalla b.f. in la o.g. fara trip-
 pio al medesimo triangolo & quello che peruiene dalla b.f. in la h.g. fara dop-
 pio & dalla b.f. in tutta la a.h. fara quinquuplo. Concio sia adonque, che tutto el
 pethagono sia quinquuplo al medesimo triangolo. s'gle manifesti che quello che
 uien fatto della b.f. in la a.h. e uguale al pethagono, it quello era da dimostra-
 re. Hor dimostramo quello che fu proposto dal principio per ualere et si co-
 me fu promesso. Sia adonq. in el cerchio del quale el centro sia h. inferito uno
 pethagono della figura de dodec base & un triangolo della figura de undi ba-
 se li quali una medesima sphaera li circonferansi (per la quinta di questo) e ma-
 nifesti che el pethagono di questo dodecordon & lo triangolo di quello yoo-
 cedron sono econdenti dal medesimo cerchio. & sia lo pethagono a.b.c.d.e. & e
 lo triangolo a.f.g. & l'angolo a. del pethagono sia sotto essa la linea b.e. la quar-
 le (per la demonstratione della decima prima del terzodecimo) fara el lato del
 cubo che circoscrive la medesima sphaera, adonque sia tirato lo diametro a.h. &
 el qual sega orthogonaliter & in due parti equali luna e l'altra delle due linee
 b.e. & f.g. luna in ponto d. & l'altra in ponto m. Dico adonque che la proportione
 de tutte le superficie del dodecordon a tutte quelle del yooceordon (delli quali el
 pethagono & triangolo san descritti in el medesimo cerchio) e si come della li-
 nea b.e. (che e lato del cubo circoscrivito dalla medesima sphaera) alla linea f.g.
 che e lato del triangolo del yooceordon perche (per el correlario della g. del 4.º)
 e manifesti che la linea h.m. e la mita della linea a.h. pero la linea a.m. fara el
 dodrate del diametro a.h. (perche la e li tre quarti di quello) Sia adonque la l.
 n. doppia alla n.e. & si b.n. fara lo decante della b.e. perche la e li cinque setti
 di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che peruiene dalla a.
 m. in la b. n. fara eguale al pethagono a.b.c.d.e. & quello che peruiene dalla a.
 m. in la m. e. e uguale al triangolo a.f.g. Adonque (per la prima del sesto) la pro-
 portione del pethagono al triangolo e si come la b.n. alla m.e. per la qual cosa
 el quinquuplo di quel pethagono al quinquuplo di questo triangolo e si come el
 dodecuplo della linea b.n. al uigintuplo della linea m.e. qual cosa e manifesta
 (per la decima quinta propositione del quinto libro) & per la egua proportio-
 nality & lo dodecuplo della b.n. e si come el decuplo della b.e. perche dodeci
 decanti se egualiano a dieci assi (cioe dieci tutti) & lo uigintuplo della m.e. si
 come el decuplo della f.g. perche la f.g. e doppa alla m.e. Adonque el dodecu-
 plo de questo pethagono al uigintuplo di questo triangolo e si come el decup-
 plo della b.e. al decuplo della f.g. Et perche el dodecuplo di quel pethagono,
 e tutte le superficie del dodecordon: Et lo uigintuplo di questo triangolo e tut-
 te le superficie del yooceordon, & perche (per la decima quinta propositione
 del quinto) el decuplo della b.e. al decuplo della f.g. e si come la b.e. simplice
 alla f.g. simplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la propor-
 tione de tutte le superficie del dodecordon (tolte insieme) a tutte le superficie
 del yooceordon (tolte insieme) fara si come della b.e. alla f.g. & quello e quello
 che bisognaua dimostrare.

manifesto che della .h.a. alla .a.e. si come della .l.m. alla .l.n. adunque (per la prima parte della uigesima seconda del sesto) del quadrato della .h.a. al quadrato della .a.e. si come del quadrato della .l.m. al quadrato della .l.n. per la qual cosa congiungendosi del quadrato della .h.a. al quadrato della .a.e. e si come del quadrato della .l.m. al quadrato della .l.n. per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportion del quadrato della .h.a. al quadrato della .a.e. si come del quadrato della .c.b. al quadrato della .m.n. & perche (per la seconda di questo , & per la prima parte della uigesima seconda del sesto) lo quadrato della .a.e. si come lo quadrato della .c.b. al quadrato della .m.n. (per la undecima del quinto) lo quadrato della .h.a. al quadrato della .a.e. si come el quadrato della .a.k. al quadrato della .q. per la qual cosa (per la seconda parte della uigesima seconda del sesto della .h. alla .p. si come della .l. alla .q. & premessamente della .h. alla .k. si come della .p. alla .q. la qual cosa era da dimostrare.

Hora uoglio che alcun loco de dubitatione non ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, hauemo imaginado di mandar auanti al presente, alcune propositioni, per le quale le cose sequente rimanerano ferme & stabile per dimostracioni.

Se alcuna superficie piana, seghara qual si uoglia sphaera, la comune sezzione della superficie piana che sega, & della superficie curva della sphaera sara una circonferentia la quale contenera un cerchio.



Sia adunque alcuna superficie piana che seghara sphaera, & sia la linea curva a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. la comune sezzione della superficie piana, & della superficie della sphaera. Dico che la linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. e la circonferentia d'un cerchio perche ouer che il centro della sphaera e in la superficie piana che sega ouer che egge fora di detta superficie, Ma sel fara in quella, sia posto doue si uoglia, & sia el ponto .c. perche adunque tutta la linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. e la superficie della sphaera, & perche tutte le linee dute dal centro della sphaera alla circonferentia di quella, sono eguale, si come e manifesto per la diffinitione della sphaera seguita che tutte le linee dute dal ponto .c. alla linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. saranno eguali. Adunque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. e un cerchio, & il centro di quello e il ponto .c. ouer quel medesimo che e centro della sphaera, Ma sel centro della sphaera sara fora della superficie segante, adunque sia posto che sia el ponto .d. (sia doue si uoglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del undecimo) sia drita la linea .d.o. perpendicolare alla superficie segante, & dal medesimo centro .d. siano prostrate due linee rette (caschino come si uoglia) alla linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. & sia congiunta .c. con .a. & con .b. & le due linee .d.a. & .d.b. saranno eguali, impero che quelle uengono dal centro della sphaera alla superficie di quella, & (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) e manifesto che li angoli .d.o.a. & .d.o.b. sono retti, pero (per la penultima del primo & (per questa comune scientia, quelle cose che sono eguale a cose eguale fra loro sono eguale) Li quadrati delle due linee .d.o. & .c.a. tolti insieme faranno eguali alli quadrati delle due linee .d.o. & .c.b. tolti insieme: adunque leuando uia da l'una l'ada & da l'altra lo quadrato della .d.o. lo quadrato della .c.a. sara eguale al quadrato della .c.b. per la qual cosa etiam la linea .c.a. sara eguale alla linea .c.b. per lo medesimo genere de argumentatione e necessario che tutte le linee dute dal ponto .c. alla linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. sara eguale. Adunque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.u.v.w.x.y.z. e un cerchio & il centro di quello e il ponto .c. che e il proposto.

Correlario.

Adonque 'da questo e manifesto che quando una superficie sega una sphaera sopra il centro di quella. Lo settore che peruiene in la superficie della sphaera e una linea continente un cerchio, el cōtro del quale e centro della sphaera. Et quando una superficie sega una sphaera, non sopra il centro di quella anchora lo settore che peruiene in la superficie della sphaera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare ditta dal centro della sphaera alla superficie legante, & piu dico che se in alcuna sphaera faranno cerchi equali le perpendicolare ditta dal centro della sphaera alla superficie di quelli cerchi faranno fra loro eguale.

Sia in la sphaera (della quale el centro e a.) signati li dal cerchi b.d.e. equali alla superficie di quali sia procrante la perpendicolare dal cōtro della sphaera cioè dal ponto a. (si come insegna la undecima del undecimo) a. l'uno sia la linea a.b.a. l'altro la linea a.c. Dico che le due linee a.b. & a.c. sono eguale: perche le siano procrante dalli punti b. & c. alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia b.d. & l'altra c.e. & sia giouata a.c.o.n.d. & c.o.n.e. Et (per la diffinitione della linea che sia perpendicolarmente sopra una superficie) l'uno e l'altro di diuol angoli a.b.d. & a.c.e. e retto, & (per la seconda parte del presente correlario) e manifesto che li duoi ponti b.d. & c. sono centri di doi cerchi b.d.e. & c.e. perche le due linee b.d. & c.e. sono li semidiametri di queglii, i quali cerchi (quando che sian posti equali) Seguita (per la diffinitione di "cerchi equali") quelli semidiametri esser equali, & perche le due linee a.d. & a.c. sono equali (perche sono ditta dal centro della sphaera alla superficie di quella) le due perpendicolare a.b. & a.c. faranno eguale (per la penultima del primo) la qual cosa bisogna dimostrare adonque al presente si chiama al proporre.



Theorema.x. Proposizione.x.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (li quali ambidui sian inclusi in una medesima sphaera) e si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo e quello che disopra commemorammo da polli demonstratione della prima di quello, per autorità di Aristo, & de A pollonio la demonstratione della quale e causa euidentemente dalle cose che sono poste di sopra. Perche (per la 5. di questo) e manifesto che li cerchi di quali l'uno circonscrive un pentagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del yocedron (che una medesima sphaera circonscriva ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare ditta dal centro della sphaera alle superficie de tutti li cerchi che circonscrivono li pentagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello yocedron cadente in li centri di quelli faranno fra loro eguale, si come dalle cose premesse e manifesto. Perche tutti questi cerchi (come tralascia la quinta propositione di qsto) come e detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le basi sono li pentagoni del dodecedron, & li con di quelli sono

el centro della sfera, & le pyramide (delle quale le bafe sono li triangoli del
 yocedron: & li coni di quelle sono fimilmente el centro della sfera) sono es-
 qualmente altri: perche le perpendicolari che calano dalli coni alle bafe: in-
 furano oner determinano la altezza de tutte le pyramide, & le pyramide equal-
 mente alte e: neccario esser proportionale alle fue bafe (si come in la fifta del
 dodecimo e stato provato) Adonque la proportion della pyramide della
 quale la bafe e un pentagono del dodecedron alla pyramide della quale la ba-
 fa e uno di triangoli del yocedron, e si come del pentagono al triangolo: pe-
 ro (per la uigesima quarta proposizione del quinto libro) la proportion del do-
 decedron di quella pyramide, della quale la bafe e uno di pentagoni del do-
 decedron: alla pyramide della quale la bafe e uno di triangoli del yocedron, e
 si come del dodecimo di quel pentagono a quello triangolo, & queste dodeci
 pyramide delle quale le bafe sono li dodeci pentagoni del dodecedron: sono
 tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron, & li dodeci pentagoni tanto
 quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportion del corpo del do-
 decedron alla pyramide della quale la bafe e un triangolo del yocedron: e si
 come la proportion di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del yoc-
 cedron. Per la qual cosa (unaltra uolta per la uigesima quarta proposizione del
 quinto libro) la proportion del corpo del dodecedron al uisimpo di quella
 pyramide della quale la bafe e un triangolo del yocedron, e si come de tutte
 le superficie del dodecedron al uisimpo del triangolo del yocedron. Concio
 sia adonque che el uisimpo di quella pyramide, sia tanto quanto tutto el cor-
 po del yocedron, & il uisimpo di quello triangolo si come tutte le superficie
 di quel yocedron. La proportion del corpo del dodecedron, al corpo del
 yocedron, li quali circoncluda una medesima sfera) sia si come la propor-
 tione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le su-
 perficie del corpo del yocedron tolte insieme, & questo e la fissa sentenza & la
 ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportion di que-
 sti due corpi. Alla quale anchora egli da esser aggiunto quello, & concio sia
 che la proportion del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del yoc-
 cedron (quando che insieme sian circonclusi da una medesima sfera) sia si co-
 me la proportion de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme
 a tutte, le superficie di quel yocedron inclusi in la medesima sfera (si come
 fu dimostrato in la ottava proposizione di questo) la proportion del corpo del
 dodecedron al corpo del yocedron (che una medesima sfera circoncluda) sia
 ra (per la undecima proposizione del quinto libro) si come la proportion del
 lato del cubo (inscritibile a quella medesima sfera) al lato del triangolo di
 quel yocedron. Ma piu: perche diuisa (qual si uoglia linea) secondo la pro-
 portione haente il mezzo e doui estremi. La proportion della linea potente
 sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta &
 la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscritto in alcuna sfera
 al lato del triangolo del corpo del yocedron circoncluso dalla medesima sfe-
 ra (si come fu dimostrato dalla nona proposizione di questo) etiam (per la
 undecima proposizione del quinto) sia che diuisa qualunque linea secondo
 la proportion haente il mezzo e doui estremi, la proportion della linea po-
 tente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tut-
 ta & la minor parte di quella, sia si come la proportion del corpo del dode-
 cedron al corpo del yocedron, li quali una medesima sfera li circonclusa am-
 bidui: Adonque dalle cose dette e manifesto, che la proportion del lato del cu-
 bo inscritto in alcuna sfera, al lato del triangolo del yocedron dalla mede-
 sima sfera circonscritto. Similmente la proportion de tutte le superficie del
 dodecedron, a tutte le superficie del yocedron (li quali sian ambidui circo-
 scritti da una medesima sfera) Anchora la proportion della linea potente so-
 pra qual si uoglia linea diuisa secondo la proportion haente il mezzo, & doui
 estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la mede-
 sima &

fina & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proporzione del corpo del dodecedron al corpo del yocedron (li quali circonferis una medesima sfera) e una medesima proporzione. Adonque e mirabile la posanza della linea di qua secondo la proporzione haueute il mezzo e doi estremi, alla quale concio sia che tutta la moltitudine de philosophanti conuengono in questo principio degno di ammiratione, ouer el principio procede dalla natura inuitabile de li principi superioui, che si diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiam de figura, concordino ragionabilmente una irratione nel concordantia: certamente egli è stato dimostrando, che la proporzione del corpo del dodecedron al corpo yocedron (che circonferis una medesima sfera) e si come la proporzione della linea potente sopra qualunque linea di qua secondo la proporzione haueute il mezzo e doi estremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima: & la minor parte di quella, si perche de li altri tre corpi regolari: non hauemo detto cosa alcuna, studiamo di dire qualche cosa de quella.

Theorema.xi. Propositione.xi.

In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condotta una perpendicolare alla base, el lato del medesimo triangolo conuenir esser sesquitertio in potentia a essa perpendicolare.

Sia el triangolo $a.b.c.$ equilatero, & dal angolo $a.$ sia condotta la linea $a.d.$ sperequidiale alla base $b.c.$ dico che lo lato $a.b.$ e potentialmente sesquitertio alla $a.d.$ Perche (per la quinta del primo) li doi angoli $b.d.a.$ son o equali, & perche li angoli che sono al $d.$ sono retti (per la vigesima sesta del primo) la linea $b.d.$ e diuisa in due parti equali in punto $d.$ Adonque (per la quarta del secondo) o quadrato della $b.d.$ e quadruplo al quadrato della $b.d.$ si pero etia lo quadrato della $a.b.$ e quadruplo al quadrato della $b.d.$ (perche el triangolo e equilatero) per la qual cosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee $a.d.$ & $b.d.$ soli insieme, sono quadrupli al quadrato della $b.d.$ Adonque lo quadrato della $a.d.$ e tripplo al quadrato della $b.d.$ Adonque e manifesto il p. proposto.



Theorema.xii. Propositione.xii.

La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato e rationale, se approua esser mediale.

Sia e come prima el triangolo $a.b.c.$ equilatero: & lo lato $a.b.$ di quello sia rationale ouer in lunghezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che el triangolo, e superficie mediale, perche se sia ditta dal angolo $a.$ la perpendicolare $a.d.$ alla base (per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale) lo quadrato della linea $a.d.$ fara rationale & se la linea $a.d.$ fara rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nota del decimo, mediante la precedente) fara incommensurabile alla linea $a.b.$ pero etiam alla linea $b.d.$ la quale e si come la mita di quella. Adonque le due linee $a.d.$ & $b.d.$ sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque (per la vigesima terza del decimo) la superficie di luna di quelle in altra e mediale, si concio sia che la superficie di luna di quelle in altra: sia eguale al triangolo $a.b.c.$ egli è manifesto esser il uero quello che habemo detto.

Theorema.xiii. Proposizione.xiii.

- 13 Tutte le superficie de qual si uoglia di doi solidi, di quali luno e la
 o piramide di quatro base triangolare & equilatera, & laltro e il corpo di otto base triangolare, & equilatera: tolte insieme (se'l diametro de la sphaera che li circonscrive sara rationale) componeno superficie mediale.

Perche se'l diametro della sphaera (che circonscrive luno di questi doi corpi proposti) sara rationale, o in lunghezza, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza proposizione del terzodecimo libro) el lato della pyramide sara rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo) el lato del medesimo corpo de otto base sara anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base de qual corpo si uoglia de questi doi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si uoglia de questi, sono tra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si uoglia de questi (per la uigesima quinta del decimo) saranno componente superficie mediant come si propone.

Theorema.xiiii. Proposizione.xiiii.

- 14 Se una medesima sphaera circonscrive, il tetracedron & lo ottoce-
 o dron, una delle base del tetracedron sara sesquitercia a una delle base del ottocedron, Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme) a tutte le base del tetracedron (tolte insieme) e necessario hauere proportion sesquialtera.

Si a-d diametro de alguna sphaera circonscrivente la pyramide della quale el lato sia (b . & lo octocedron del quale el lato sia . e . Dico adonque: che el triangolo equilatero del quale el lato sia . b . e sesquitercio al triangolo equilatero del quale el lato sia . e . Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la . e . lato e sesquialtera alla superficie che componeno li quattro triangoli equilateri de cadauno di quali la . b . lato. Perche (per el correlario della decimaterza proposizione del terzodecimo) e manifesto che el quadrato della . a . al quadrato della . b . e si come . 6 . a . 4 . Adonque al contrario el quadrato della . b . al quadrato della . a . e si come . 4 . a . 6 . Et (per el correlario della decima quinta del medesimo) e manifesto che el quadrato della . a . al quadrato della . e . e si come . 6 . a . 4 . Adonque (per la eua proportionalita) el quadrato del la . b . al quadrato della . e . e si come . 4 . a . 3 . & lo quadrato della . b . al quadrato del la . e . e si come el triangolo equilatero (del quale el lato e . b .) al triangolo equilatero del quale el lato e . e . Perche da luno a laltro e si come la proportion della . b . alla . e . duplicata (per la seconda parte della decima ottava del sesto .) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato e la . b . al triangolo equilatero del quale el lato e la . e . e si come . 4 . a . 3 . Per la qual cosa e manifesto la prima parte del proposito dalla quale se esca evidentemente la seconda . Perche (per la conserua proportionalita) lo triangolo equilatero del quale el lato e la . c . al triangolo equilatero del quale el lato e la . b . sara si come tre a quatro . E pero lo omplio del triangolo equilatero del quale el lato la . c . al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato e la . b . e si come lo omplio del ternario al quadruplo del quaternario cioe si come de . 4 . a . 16 . Et perche lo omplio del triangolo equilatero del quale el lato e la . c . e tutte le base del octocedron del quale la . c . e lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la . b . e lato: e tutte le base della pyramide della quale la . b . e lato, & perche la proportion de uen-
 quattro

quattro a sedeci e sesquialtera, seguita che la superficie che componono tutte le
base del ottoedron del quale la .c. e lato a la superficie che componono tutte le
base della pyramide della quale la .b. e lato e sesquialtera si come fu detto in la
proportion.

Theorema.xv.Propositione.xv.

15 Della piramide di quattro base triangolare & equilatera, collocata
dentro di una sphaera, se da uno di suoi angoli sia condotta una linea
retta, per el centro della sphaera, alla basa, quella e necessario cas-
care in el centro del cerchio che circonscrive la basa, & stare perpẽ-
dicolarmente dentro alla medesima basa.

Si la pyramide .a.b.c.d. di quattro base triangolare & equilatera collocata den-
tro di una sphaera, el centro della quale sia .f. et concio sia che ciascuno di
quattro angoli di questa pyramide possi esser cono di quella, & ciascuno di qua-
tro triangoli possi esser basa. Al presente sia giuorno lo angolo .a. solido di que-
sta esser el cono, & lo triangolo .b.c.d. immaginamo esser la basa. Anchora a quella
basa intidiamo esser il circoscritto il cerchio .b.c.d. se da poi dal ponto .a. (el qua-
le hauemo immaginato cono della pyramide) conducemo alla basa .b.c.d. una li-
nea retta, che transisca per el ponto .f. (che e centro della sphaera che circonscrive
la pyramide della quale disputamo) & quella linea occorra alla superficie
b.c.d. (la quale hauemo immaginata basa della pyramide) sopra el ponto .e. Dico
adonque che el ponto .e. e centro del cerchio .b.c.d. & che la linea .a.f.e. perpẽ-
dicolare alla superficie .b.c.d. se per dimostrar questo prodoro le linee .f.b.c.d.e.f.d.
se perche li quattro ponti .a.b.c.d. sono in la superficie della sphaera (el centro del
la quale e il ponto .f.) (Per questo che egli e stato posto quella sphaera circoscri-
ta questa pyramide) tutte le quattro linee .f.a.f.b.f.c.f.d. saranno fra loro equi-
te, perche sono tutte dal cẽtro della sphaera, alla superficie di quella. Adonque per
che li duoi lati .a.f. & .f.b. del triangolo .a.f.b. son eguali alli duoi lati .f.c. & .f.d. del
triangolo .a.f.c. & la basa .a.b. alla basa .a.c. (Perche la pyramide fu polia equila-
tera) langolo .a.f.b. (per la oetava del primo) fara eguale a langolo .a.f.c. & per-
to (per la decimaterza del primo) anchora langolo .b.f.e. fara eguale a langolo
.c.f.e. per lo medesimo modo tu approuerai langolo .d.f.e. esser eguale al angolo
.e.f.a. perche egli e necessari (per la oetava del primo) che langolo .a.f.e. sia
eguale al angolo .a.f.d. per la qual cosa (pla. 1. del primo) anchora langolo .b.f.e.
& .c.f.e. fara eguale a langolo .d.f.e. Adonq li trii angoli .b.f.e. & .c.f.e. & .d.f.e. sono fra loro
e approuerati adonq li linee .e.b.e.c.e.d. seguita (per la .4. del primo) tra due
uolte) quelle esser fra loro eguali, & pero (per la nona del terzo) el ponto .e.
centro del cerchio .b.c.d. Et perche la perpendicolare dotta dal cẽtro della sphae-
ra alla superficie di qualunque cerchio che sfighi quella, cade sopra el cẽtro del
medesimo cerchio (si come per le cose che sono tra polie di sopradiot cose in-
tendesti da questi amandoti li quali precedono immediate la decima di questo)
se conuocar la linea .a.f.e. esser perpendicolare alla superficie del cerchio .a.b.c.
si come se propone, essendo altrimenti (per lo uerario) faranno duoi centri
del medesimo cerchio la qual cosa la natura si come impossibile nel patire.

Theorema.xvi.Propositione.xvi.

16 El solido de otto base triangolare, & equilatera, el quale, sia circon-
scritto di alcuna sphaera, e divisibile in due piramide equalmente alte
la altezza delle quale e eguale al mezzo diametro della sphaera, Et



la basa di luna e de l'altra e un quadrato, el quale e subduple al quadrato del diametro della sphaera.

Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatero (li sei angoli del quale s'ia noua, b, c, d, e, f.) circonscritto da una sphaera el centro della quale s'ia el ponto, g. Adunque e manifesto che li sei ponti, a, b, c, d, e, f. sono in la superficie della sphaera el centro della quale e il ponto, g. A dunque congiungendo el ponto, g. con cadauno di questi sei ponti, le linee congiogente quello faranno tra loro, e quale, uosdo si e che quelle s'iauo dette dal centro della sphaera alla superficie; & concho si e che per el correlatio della decima quinta del terzodecimo el diametro della sphaera s'ia potenzialmente doppio al lato di questo corpo per la quarta del secondo jellato di questo corpo s'ia potenzialmente doppio al semidiametro della sphaera, A dunque el quadrato della, c, f. e doppio al quadrato della, c, g. f. pero e eguale alli doi quadrati delle due linee, c, g. & g, f. Adunque (per la ultima del primo jellato, c, g. f. retto, per la medesima ragione cadauno del li tre angoli, f, g, d, d, g, e, f, e retto, per la qual cosa (per la decima quarta del primo) la, c, g, d, & la, f, g, e una linea. Adunque per la seconda del undecimo jellato cinque ponti, e, d, e, g, sono in una superficie (per la quarta del primo) & trigesima seconda del medesimo) e manifesto che cadauno della quattro angoli, e, d, e, g, effer trito, adunque (per la diffinitione del quadrato) la superficie, e, d, e, g, quadrata. Et perche el lato di quella e il lato del proposto corpo per el corollario della decima quinta del decimocerto) quello quadrato e manifesto effer subduple al quadrato del diametro della sphaera, anchora con simili argumetatione e manifesto, luna e l'altra delle due linee, a, g, & g, b, contenero angolo retto con cadauna delle quattro linee, c, g, d, g, e, g, f. pero (per la quarta del medesimo) luna e l'altra de quelle e manifesto effer perpendicolare alla superficie, e, d, e, g, ambedue; cioe la, a, g, & la, g, b, (per la decima quarta del primo) s'io pperete una linea, adunque el proposto corpo e dritto in la pyramide, a, c, e, la basa della quale e il quadrato, e, d, e, g, la quale e subduple al quadrato del diametro della sphaera & anchora la altezza e la linea, a, g, la quale e il semidiametro della sphaera. Et in la pyramide, b, c, f, de la basa della quale e il predetto quadrato, & la altezza di quella e la linea, g, b, la quale e il semidiametro della sphaera & questo e quello che bisognaua dimostrare.

Theorema. xvii. Proposizione. xvii.

17 La pyramide di quatro base triangolare, & equilatero, circonscritta da alcuna sphaera. La proportion de l'rectangolo contenuto sotto la linea potenzialmente sublesquiteria al dodrante del lato di essa pyramide, & sotto a una linea cotinente il medesimo dodrante & delle tanti sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sphaera, s'ia si come del corpo di quella pyramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatero, li quali s'iauo circonscritti dalla medesima sphaera.

Sia una sphaera el diametro della quale s'ia la, a, b, & el centro, h, la quale circonscritta la pyramide di quatro base triangolare & equilatera, a, c, d, e, la base de otto base triangolare equilatera el qual s'ia, & s'ia la linea, a, m, potenzialmente sublesquiteria al dodrante della linea, a, c, (che e lato della pyramide) & la linea, n, m, cotenga il medesimo dodrante del cinque uicisetti terti di quello, & s'ia p el quadrato del diametro, a, b. Dico adunque che la proportion de la pyramide, a, c, d, e, al octaedron, e, e si come della superficie della, m, l, in la, m, n, al quadrato, p, perche le liti ginemo l'angolo solido a, effer otto della pyramide, & la basa della

della pyramide (della quale el lato e la d.c.) segare el diametro della sphaera in
punto d. Et (per la argumentatione della decima terza del terzodecimo) sia
manifesto il come la a.f.e. doppia alla f.b. et condo sia che anchora la a.b. sia
doppia alla b.h. (per la decimanona del quinto) la b.f. sia doppia alla b.f. Et
per lo a.f. sia quadrupla alla a.h. Adonque imaginemo una superficie legante
la pyramide a.c.d. sopra il centro della sphaera equidistantemente alla basa di
quella x. fia la linea g.h. la commona sezione di quella superficie & del triangolo
lo a.c.d. Et (per la decima quinta del undecimo) la proportion de la c.a. alla
a.g. sia si come della f.a. alla a.h. Adonque della c.a. alla a.g. sia si come da qua-
tro a tre. Et che (per la essenza proportionalita) cosi & della f.a. alla a.h. An-
chora e manifeste (per la seconda parte della vigesima nona propositione del
primo libro) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la deci-
ma propositione del medesimo & per la prima parte della seconda del sesto &
per la divisione delle superficie similiter di corpi simili) che la pyramide a.g.
he simile alla pyramide a.c.d. Et pero (per la ottava propositione del duodeci-
mo) la proportion de la pyramide a.c.d. alla pyramide a.g.K. e si come della
c.a. alla a.g. triplicada per la qual cosa e si come quella de quatro a tre tripli-
cada & e manifeste (per la seconda propositione del octavo) che la propor-
tione de quatro a tre triplicada , e si come de sessanta quatro a vinti sette . Adon-
que la proportion de la pyramide a.c.d. alla pyramide a.g.K. e si come de sessanta
quatro a vinti sette Sia adonque fatto el triangolo q.r.s. equilatero , da una li-
nea eguale alla a.g. (la quale e manifeste esser el dodante della linea a.c.) & sia
producta la linea q.t. perpendicular alla r.s. Et (per la undecima propositione
di questo libro) la linea q.t. sia potencialmente subdiquitertia alla linea q.r.
Et pero (sia eguale alla l.m. Anchora sia apposto alla linea r.s. la linea s.x. tal-
mente che la proportion de la r.x. alla r.s. sia si come de sessanta quatro a vinti
sette & sia diuisa la r.x. in due parti equali in punto n. accio che la r.n. sia ven-
tadi di quelle parti delle quale la r.s. e vintidise ouer che la r.n. e sessanta
quatro & la n.x. sia eguale alla m.n. & siano dunque le linee q.n. & q.x. Et (per la
prima propositione del sesto) la proportion del triangolo q.r.x. al triangolo
q.r.s. sia si come de sessanta quatro a vinti sette . Et condo sia che (per la mo-
desima) lo triangolo q.r.x. sia doppio al triangolo q.r.n. & (per la quadagesi-
ma prima propositione del primo) quello che tien fatto dalla q.e. in la r.n. sia
anchora doppio al triangolo q.e.n. quello che tien fatto dalla q.e. in la r.n. & (&
quello e eguale alla superficie l.m.) sia eguale al triangolo q.r.x. Per la qual cosa
la proportion de la superficie l.m. al triangolo q.r.s. e si come sessanta quatro
a vinti sette e pero si come della pyramide a.c.d. alla pyramide a.g.K. & e mani-
festo (per la decima quinta propositione di questo) che la linea a.f. e perpendi-
colare alla basa della pyramide a.c.d. e pero (per la decima nona propositione
del undecimo) la linea a.h. e etiam perpendicular alla basa della pyramide
a.g.K. Adonque la altezza della pyramide a.g.K. e el semidiametro della sphaera.
Adonque sia diuiso lo octoedro . e si come propone la precedente . Adonque in
tra e altura delle due pyramide in le quale tien diuiso esso corpo e. sia equalme-
te alta alla pyramide a.g.K. perche la altezza di cadauna e el semidiametro del
la sphaera . Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono pro-
portionale alle lor base (come in la sesta propositione del duodecimo , fu dimo-
strado) la proportion de la pyramide a.g. Na. lona e altura de quelle in le qua-
le e diuiso lo octoedro . e si come della basa di quella alle base di quelle . Per la
qual cosa (per la vigesima quarta del quinto) la proportion de la pyramide
a.g.K. a tutto lo octoedro . e si come della sua basa (la quale e manifeste esser es-
quale al triangolo q.r.s.) alle base de ambedue le pyramide in le quale e diuiso
lo corpo . ouer insieme , le quale e manifeste esser eguale al quadrato del dia-
metro della sphaera (per la precedente) cioe al quadrato p. Adonque perche la
proportion de la pyramide a.c.d. alla pyramide a.g.K. e si come del triangolo
ouer del tetragono l.n. al triangolo q.r.s. cioe come de sessanta quatro a vinti



letra α della piramide a, p, K , al octoedro e si come del triangolo g, r, s , al quadrato $p, (g)$ la equa proportionalita la proportione della piramide a, c, d , al octoedro e, e si come del tetragono l, n , al quadrato p, α questo era da dimostrare.

Contenido

Adunque per le cose poste di sopra è manifesto che la perpendicolare che vien dal centro della sfera, che circonscrive la piramide di quattro base triangolare, & equilatera, a cadauna delle base di essa piramide è uguale alla sesta parte del diametro della sfera.

Perche' concio sia che tutti li triangoli che circondano la pyramide siano simili, & equali: Anchora li cerchi che circonferiscono quelli faranno equali, & pero le perpendicolar condotte dal centro della sfera a quelli medesimi cerchi (in li centri di quelli) faranno etiam equali, & le perpendicolar condotte alli detti cerchi sono perpendicolar alle bade della pyramide. A douque le perpendicolar alle bade sono fra loro equali, Ma la linea h.e perpendicolar alla bade della pyramide a. c.d.la qual h.e perche' (dalle cose precedenti) e manifestato esser la sitta per del diametro a.b. A douque rimane esser il uero quod e che se conclude per el corollario.

Il medesimo se conviene dimostrare, altramente douendo esser quello aut^o d'onde ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che discende da uno degli angoli di quello orthogonalmente sopra la base, e treppia alla perpendicolare che vien dal centro del cerchio che circoscrive esso triangolo a cadaun lato di quello.



HOr sia el triangolo $a.b.c.$ equilatero, & sia $d.$ el centro del cerchio che circoscrive dal qual siano condotte le linee a ciascuno de li suoi angoli, le quali e manifestò esser eguale, concorde sia che quelle siano dal centro alla circonferenza del cerchio, perché li tre punti $a.b.c.$ sono in la circonferenza del cerchio che circoscrive el triangolo, si sia protratta la $a.d.$ in continuo & diametralmente per $b.$ sia che la persegua el lato $b.c.$ sopra el pozzo, adunque (per la ottava proposizione del primo) e manifestò che l'angolo $a.d.b.$ e eguale al angolo $a.d.c.$ e per lo (per la decimasesta proposizione del primo) l'angolo $b.d.c.$ e eguale al angolo $c.d.e.$ per la qual cosa (per la quarta proposizione del primo) la $b.e.$ e eguale alla $a.c.$ & li angoli che sono a $e.$ sono semi, e però la $d.e.$ (la quale vien dal centro del cerchio che circoscrive al triangolo $a.b.c.$) e perpendicolare alla $b.e.$ & la $a.e.$ (la qua vien da uno dell' angoli del detto triangolo) e etia perpendicolare alla detta $b.e.$ Dico adunque che la $a.e.$ e treppia alla $b.e.$ & Perché egliè manifestò che el tetragono che vien fatto dalla $d.e.$ in la $a.b.$ e eguale al triangolo $a.b.d.$ & lo tetragono che vien fatto dalla $a.e.$ in la $a.b.$ e eguale al triangolo $a.b.c.$ & perché el triangolo $a.b.c.$ e treppio al triangolo $a.b.d.$ & lo tetragono che vien fatto dalla $a.e.$ in la $a.b.$ e treppio a quello che vien fatto dalla $d.e.$ in la $a.b.$ & così sia adunque che (per la prima proposizione del sesto) la proporzion del tetragono della $a.e.$ in la $a.b.$ al tetragono della $d.e.$ in la $a.b.$ e il cono della $a.e.$ alla $d.e.$ e la $a.e.$ treppia alla $d.e.$ come se propone.

Admission

Adonque e necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposto, tranfca per el centro del cerchio che circonferisce quel tal triangolo.

ADonque assoluemo al pre'nte quello che habemo proposto, & a questo immaginiamo la pyramide di quatro base triangolare, & equilatera (della quale una delle quatro base di quella sia el triangolo, $a.b.c.$) offer circoscritto della sfera della quale el centro e el ponto $d.$ et sia protratta la linea, $d.e.$ perpendicolare alla superficie del triangolo, $a.b.c.$ la quale e manifesto cadere in el centro del cerchio che circonferisce el detto triangolo. dico adonque la linea, $d.e.$ esser la sesta parte del diametro della sfera, che circonferisce la proposta pyramide: et per dimostrare questo produro la linea, $d.e.$ & la linea, $a.f.$ perpendicolare alla linea, $a.b.$ la quale, e per el precedente correlario e manifesto quella tranfca per el ponto, $e.$ & per il premesso antecedente) offer treppia alla, $a.f.$ et per la quarta del suddo) e manifesto che quando el quadrato del diametro della sfera (della quale el centro e il ponto, $d.$) e $36.$ el quadrato del semidiametro, $d.e.$ e $9.$ & (per el correlario della decima terza del terzodecimo) lo quadrato della base $a.b.c.$ e $4.$ & (per la undecima di questo) lo quadrato della, $a.f.$ e $5.$ & per lo precedente antecedente) lo quadrato della, $a.e.$ e $8.$ Adonque perche quando che il quadrato del diametro della sfera e $36.$ lo quadrato della, $d.e.$ e $9.$ & lo quadrato della, $a.e.$ e $8.$ Onde per la penultima del primo) lo quadrato della, $d.e.$ vien a rimaner uno per il che seguita che la linea, $e.$ e uno quando lo diametro della sfera e $6.$ la qual cosa bisogna dimostrare: & per lo medesimo genere de dimostrazione da noi se dimostrara che el semidiametro della sfera che circoscrive el corpo di otto base triangolare & equilatera, e treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sfera (chi circonferisce esso corpo) a cadauna delle sue base perche (si come e detto per ananti) che quando tutte le base di questo corpo sono eguale e simile, li cerchi che circonferiscono quelle saranno equali: pero la perpendicolare che cadono dal centro della sfera in li centri de essi cerchi saranno fra loro eguale, et con cio sia che le perpendicolare alli cerchi delle base siano anchora perpendicolare alle base: seguita che le perpendicolare che tienono dal centro della sfera a cadauna base siano eguale, et sendo adonque prodotto (quello che habemo detto) debba perpendicolarre a una delle sue base, rimara esser il vero quello che e, proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo $a.b.c.$ una delle base del ottoedron circoscritto dal la sfera della quale el centro e, $d.$ & siano fatte tutte le altre cose come per an. 11. Concio sia adonque che (per el correlario della decima quinta del terzodesimo libro) lo diametro della sfera sia potenzialmente doppio al lato del ottoedron, seguita che el lato del ottoedron sia potenzialmente doppio al semidiametro della sfera, e pero quando el quadrato della linea, $b.c.$ e $2.$ lo quadrato della linea, $d.e.$ (che e el semidiametro della sfera) fara, $6.$ & per la undecima di questo) quando el quadrato della, $b.c.$ e $12.$ lo quadrato della, $d.e.$ e $9.$ (per lo premesso antecedente) lo quadrato della, $a.e.$ e $4.$ & perche (per la penultima del primo) lo quadrato della, $d.e.$ e eguale alli quadrati delle due linee, $a.e.$ & $e.$ & seguita che el quadrato della, $d.e.$ e $2.$ quando el quadrato della, $d.e.$ e $6.$ Adonque e manifesto quello che habemo detto.

Theorema. xviii. Propositione. xviii.

El doppio del quadrato, del diametro della sfera che circonferisce el cubo, e eguale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, an,

chora la perpendicolar e, che uien prodotta dal centro della sphaera a cadauna dell'e superficie del cubo, el se conuence de necessita esser eguale alla mita del lato del medesimo cubo.

Perche egli e manifesto (per el correlario della decima quarta del terzo decimo) che el diametro della sphaera) che inchiede quel cubo e treppio la po-
tentia al lato del cubo, concio sia adonque che el quadrato del diametro della sphaera sia treppio al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del dia-
metro della sphaera e eguale al sessaplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le
superficie del cubo sono sei quadrati li quali sono prodotti dal lato del cubo dat-
to in se medesimo. Adonque el doppio del quadrato de diametro della sphaera e
eguale a tutte le superficie del cubo, & per tanto e manifesto la prima parte, &
la seconda facilmente approuera (per la decima octaua & decimanona & qua-
dragesima prima del undecimo libro)

Correlario.

Adonque da queste cose dimostrate e necessario accadere questo ,
che della mita del lato del cubo in Bisse del quadrato del diametro
della sphaera, che circonda quel cubo, sia pdratto la solidata del cubo.

Il Traduttore.

Quello che conchiude questo correlario ha de bisogno di un poco de di-
mostratione cioe del duto della mita del lato del cubo in bisse (cioe nel
li doi terzi) del quadrato del diametro della sphaera che circonda quel cubo
produca la quantita corporale del detto cubo, che se manifesta in questo mo-
do. Se dal centro della sphaera (ouer del cubo) a cadauno angulo del cubo
(li quali sono otto) sia tirata una linea reata mentalmente se uedera il detto cubo
esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer
della sphaera & la basa di cadauna uerra a esser una delle superficie quadrate del
cubo & la perpendicolar di cadauna di quelle fara (per le cose probate di so-
pra) la mita del lato del cubo. Et perche il duto della detta perpendicolar in
in la quantita della sua basa produce (per le cose dimostrate sopra la octaua del
duodecimo) la quantita corporale di tre pyramide, adonque el duto della det-
ta perpendicolar nella quantita de due base produce la quantita corporale di
sei pyramide (cioe di tutto il cubo) & perche li doi terzi del quadrato del dia-
metro de la sphaera (per le cose dimostrate di sopra) e quanto le dette due base
el correlario uien a esser manifesto.

Fine del quattordicesimo Libro.

INCOMINCIA IL QVINTODECIMO, ET VLTIMO

LIBRO DE EVCLIDE DELLA REPETITA FORMATIONE

di cinque corpi regolari & della difficilissima figuratione & intermissionedi luno in altro, da Nicolo Tartalea Brisciano realizzato & integrato secondo le due traduzioni & per communa utilità dal latino in uolgar tradotto & dilucidato con due intermissioni, ouer inscrizioni (eleta quelle di facile) da lui aggiunte & ritrouate.

Problema primo. Propositione prima.

2 Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha
2 quattro base triangole, de lau equali

Sia un cubo, la basa del quale è il quadrato, a. b. c. d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato, e. f. g. h. & quello contineti fabricate con questa arte: al quadrato della basa descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantita di qual linea si voglia sopra ciascuno di suoi angoli, sia erigato un catheto (per la duodecima propositione del undecimo libro) secondo la misura del lato de quel quadrato. Il quali catheti (per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser triquidistanti. Siano adunque continuati a duei a duei de quelli con un coranto impoilo a quelli equidistantemente allato del quadrato, adunque è manifesto esser composto il cubo: perche le quattro superficie laterali di quello, sono quadrate (per la trigesima terza propositione del primo libro: & trigesima quarta del medesimo, & per la definitione del quadrato: & della suprema superficie, è anchora manifesto che quella è quadrata: per la decima propositione anzi più presto per la uigesima quarta del undecimo: & per questa communis sententia, quelle cose che sono equali a cose equali anchora fra loro sono equali: & per la definitione del quadrato.

S è adunque desidero di inscrivere a questo cubo el corpo di quattro base triangolare & equilatera in la basa & in la superficie suprema di quello siano protratti li duei diametri di quali luno contineti le due estremità insieme de duei catheti, & laltro contineti le supreme dellu alari duei, & luno di quali sia il diametro, a. c. & laltro sia il diametro, h. f. & da poi questo dalli duei punti h. & f. (che terminan lo diametro della superficie suprema) tiratali y postomissualmente duei & duei diametri che dividono le quattro superficie laterali de quali li duei siano, h. a. & h. c. & li altri duei siano, f. a. & f. c. & fanno questo in uno ouer con l'istesso, tu uederai dalle sei linee diagonale (che dividono le superficie del cubo) esser perfettamente fatta la pyramide di quattro base triangolare: la quale (per la definitione) è manifesto esser inscritta in lo proposto cubo: & le base di questa pyramide è manifesto esser equilatera: supero che (per la quarta propositione del primo) tutte queste sei diagonale sono fra loro equali.

Il Traduttore.

La repetita fabrication del cubo posta nel principio di questa l'ipositione & similmente dellu altri quattro corpi poste nelle sequente propositioni le ri-



trova solamente nella prima traduzione.

Problema.ii.Proposizione.ii.

- 2 Dentro a un dato corpo di quattro base triangolare equilatera, po-
2 fmo descrivere un corpo di otto base triangolare equilatera.

SE dentro una pyramide di quattro base triangolare equilatera uorai desciver lo omoedroon, prima si conueni fabricare quella tal pyramide la quale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia statuto uno triangolo equilatero (secondo la quantita di qual si voglia linea) el qual sia lo triangolo a.b.c. a torno al quale sia circoscritto un cerchio sopra el centro. d. & tirasi la linea. d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima proposizione del undecimo) la quale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circoscrive el triangolo a.b.c. dal punto. e. siano tirate le tre ypothemiille che cadeno sopra li trei ponti a.b.c. Adonque e completa la pyramide di quattro base triangolare & equilatera: & siano tirate le linee. d.a.d.b.d.c. Concio sia adoque che li angoli (che contiene la linea. e.d. con ciascuna del le linee. d.a.d.b.d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & concio sia che el quadrato della linea. e.d. sia doppio del preposto) al quadrato del semidiametro del cerchio a.b.c. (per la penultima proposizione del primo) lo quadrato de ciascuna delle tre linee e.a.e.b.e.c. ypothemiille (sara treppio al quadrato del semidiametro del cerchio a.b.c. motore la octava proposizione del tridecimo) Anchora lo quadrato di ciascuno del li trei lati del triangolo a.b.c. e treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata pyramide sono fra loro equali per la qual cosa quella e de base equilatera. Quando adonque uorremo incrudere in quella un omoedroon: divideremo ciascuno di sei lati di quella in due parti equali, & condizionaremo li ponti di mezzo di ciascuno lato con li ponti di mezzo di ciascuno dell altri duei lati, co li quali esso contiene angolo superficie le. uerti gratia, dividero li lati della basa in li ponti. l.g.h. & le ypothemiille che cadeno da le. in li ponti. k.l.m. & continueremo lo ponti. e. col ponti. g. & con. h. & con. k. & con. l. & li ponti. m. con li medesimi. g.h.k.l. & g. con. h. & con. l. & k. con li medesimi. h.k.l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare con tenuto da queste dodice linee con giogenti li ponti medi di li lati della fabricata pyramide & quello otto base (per la quarta proposizione del primo repetita quante volte bisogna) e manifesto esser equilatera. anchora e manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la statuta pyramide si come fu proposto di fare.

Il Traduttore.

Volendo con breuita trouar la linea. d.e. cioe una linea che sia doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circoscrive el triangolo a.b.c. farai uno angolo retto con le due linee. g.h. & h.l. & che ciascuna de dette due linee sia egale al semidiametro del detto cerchio (che circoscrive el detto triangolo. a.b.c.) da poi tirati la ypothemiilla. g.l. & questa ypothemiilla. g.l. e quella che cerchiamo cioe che sara doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima proposizione del primo libro) e manifesta, perche se ciascuno di duoi lati. g.h. & h.l. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio e lo quadrato della linea. g.l. e eguale alli quadrati delle due linee. g.h. & h.l. insieme (per la detta penultima proposizione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea. g.l. sia doppio a uno solo quadrato de una di ditte due linee. g.h. ouer de. h.l. e consequentemente al quadrato del semidiametro del detto cerchio che li preposto.

problema



Problema.iii. Proposizione.iii.

²
³ Dentro a uno assegnato cubo possiamo costituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioè intendemo de inscrivere lo otto cedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficiente-
mente in la prima di questo. Fabricato adunque il cubo sia quello che per la
prima proposizione di questo libro) sia designato la pyramide di quattro base
triangolare equilatera, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia des-
ignato lo octaedron, & fatto questo: sarà etiam insieme fatto quello che volrea-
mo. Perché (per la argumetatione della prima) tutti li lati di essa pyramide
inferiora e manifesti esser diagonale delle base del cubo; & e per la argumeta-
tione della precedente) e manifesti tutti li angoli del octaedron contenuti in essa
pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per la qual cosa e manifesto, tutti le
punte angolari di quello octaedron esser in le base del assegnato cubo. Adon-
que (per la dissimulazione) habemo il proposito. CA. concludere el medesimo al
tra parte: & mouuto li centri di tutte le base del cubo si come in la nota del quar-
ta, & fatto idel centro della superiora superficie di quello: tira quattro hypothe-
male all' centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della sinistra, tira
quattro altre hypothe male alla centri delle medesime quattro superficie laterale.
Anchora abbiua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale, con qua-
tro linee rette: cioè talmente che continuino solamente li centri di quelle che
fra loro si ligano, uerbis gratia tra giorgiral el centro di quella dextera con il
centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della sinistra
(cioè di quella di dno) tu lo aggiogiral con li medesimi, cioè con il centro del-
la destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adunque un corpo de otto ba-
se triangolare equilatera contenuto da queste dodeci linee che conuieno il cen-
tri delle superficie del cubo. Se adunque uorrai provare quelle base esser equi-
latera: dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolari a tutti li lati del
deto cubo, le quale necessariamente divideranno li lati del cubo in due parti
equali (per la seconda parte della terza proposizione del terzo libro) la qual
cosa e chiara se a cadauna delle base del cubo circonscrivrai un cerchio, e puto
eglie manifesto esse esserrette a due a due sopra uno medesimo punto in li lati
del cubo, & quelle (per la seconda parte della decimaquarta proposizione) del
terzo libro) e manifesto esser fra loro equali: & equidistanti alla lati del cubo
(per la seconda parte della uigesima octava proposizione del primo libro.) & e
cuncta cadauna di quelle esser eguale alla metà del lato del cubo. Adonque per
la decima proposizione del undecimo libro) e manifesto, le due e due di quelle
che concorrono sopra un medesimo lato del cubo in el punto medio di quello,
contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono qua-
drate. Per la qual cosa adonque quelle dodeci linee che congiungono li centri
delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che contengono quelle linee
concorrente a due a due sopra li punti di mezzo delli lati del cubo quelle saran-
no (per la quarta proposizione del primo, oer per la penultima del primo)
fra loro equali. Adonque in el proposto cubo e designato el corpo di otto base
triangolare & equilatera come bisognaua fare.

Problema.iiii. Proposizione.iiii.

⁴
⁴ Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatera

noi figurare un cubo:

El corpo di otto base triangolare equilatera con dottrina fabricarsi in questo modo. Divide qual si uoglia linea eretta in suo perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti eguali, & dal punto medio di quella, ne cauerai due linee una di qua e l'altra di là perpendicolare alla prima linea, le quale insieme compengano e facciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segnano: doe la prima, la quale e eretta orthogonalmente sopra el propollo piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo punto di mezzo. faranno sinade (per la prima parte della seconda proposizione del undecimo) in una medesima superficie. A quella superficie adunque (in la quale sono sinade) sopra el punto comune della sezione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima proposizione del undecimo) la qual sarà peruenire quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segnano eguale, talmente che cadauna diuidi caduna delle altre orthogonalmente in due parti eguali, & con ciò sia che siano tre: ciascuna due di quelle contengheranno a angoli retti: el la l'ulteriore e uenendo signo di croce adunque dal ponto superiore di quella linea eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothemiche alle estremità delle due linee che segnano quella, poi dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, deua quattro altre ypothemiche alle medesime estremità delle due linee sopra te. Vltimamente continua anchora le estremità di queste ypothemiche con quattro linee, le quale contengono uno quadrato, & queste dodici linee, doe le quattro ypothemiche, che discendono dalla superiore estremità over ponto della linea eretta perpendicolare, & le quattro che sono esterne (dalla inferiore estremità over ponto di quella medesima) in suo: & le altre quattro linee che continuano over congiungano le estremità di queste ypothemiche (per la penultima proposizione del primo) senza altra agionza) più uolte repetita) faranno equale fra loro. Per la qual cosa e manifesto el corpo terminato da quelle medesime costure otto base triangolare, & equilatera. Se adunque te diletta de inscriuere in questo corpo un cubo, bisogna trouare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta proposizione del quarto) & da quei mostri, quelli condurre con dodici linee in questo modo, che li centro di caduno de quelli triangoli sia copulato per linea retta con il centro di quelli tri che terminano alli lati di quello. Ma la figura di questa cosa non e uoleo ara de dipingere in piano, & pero resta che quello che se dice che tal uedi con la mente, & quello se el pare compirai in uno over in opera & uederalle dodici linee che in tal modo continuano li centri di quelli triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri. quel oltre concludo da superficie equilatera, & rettangolo. Perche el non faria cubo: se tutte le superficie di quello non fussino quadrate. Adunque condurrai da caduno angolo di triangoli delle superficie del onocedron, una perpendicolare al lato opposto a quel angolo: & queste perpendicolare (per la undecima proposizione del quarto decimo libro) e manifesto el fra loro eguale, & diuidere quelli lati alli quali stanno perpendicolarmente in due parti eguali, & pero e manifesto quelle: consistere a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra il quale stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrade lo la decima settima proposizione del quattordicesimo) e manifesto quelle transire per li centri di triangoli: & pero e manifesto quelli transire etiam per le estremità di lati del corpo inscrito: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrade in la medesima) e manifesto esser eguale. Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare che se congiungano a due a due, (per la ottava proposizione del primo libro) e manifesto esser eguali: & perche queste perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, faranno anchora li angoli (che con-

(che contengono le due e due linee che cadono dalli centri di triangoli all'i lati perpendicolarmente fra loro equali, & con ciò sia che li lati di quel corpo del qual disputamo tidano sotto quili angoli. Seguita (per la quarta proposizione del primo frequentemente tosta) el corpo inculto esset equilatero etiam tetraedro, perche essendo tirate le diagonale in ciascuna superficie, quelle diagonali (per la quarta del primo) se conoscerai tutte esset fra loro eguale medianteli angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le altitudini di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) quelli angoli esset fra loro equali. Con ciò sia adunque che li diametri de le bafe quadrangole di questo corpo siano fra loro eguale. Anchora li lati delle medesime bafe e necessario esset eguale (per la ottaua del primo piu uolte repetita) quelle bafe quadrangole e necessario esset equiangoli. Et (per la trigesima seconda del primo tutti li angoli di ciascuna di quelle sono equali a quattro angoli retti. Seguita quelle esset tetraangole . A dunque per la diuisione del quadrato, quelle sono quadrate - adunque lo inferno corpo e manifestato esset cubo si come insensatamente di fare.

Il Traduttore.

LA definizione del cubo nel otto bafe secondo che disopra e stato fatto poteria opposizione, perche el cubo desuono scordo tal ordine non seria il maggiore che desuonere se puo nel detto otto bafeddi tal sorte problema a me pare che sempre se intende & se debbe intendere, il maggiore che capir si possa. Hor per inscriuerli il maggiore che capir si possa diuiderei cadauno di quattro lati superiori del otto bafe . & similmente cadauna di quatro lati di sotto . I n due tal parti inquali talmente che la parte maggiore sia doppia in potenza alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uero il punto oer angolo supremo del detto otto bafe, & li parti maggiori delli lati di sotto restino uero il punto, oer angolo sotto giacente in piano del detto otto bafe . Da poi congiungendo cadauno delli punti superiori con il suo opposto della inferiori con una linea retta, & da poi congiungere anchora cadauno di superiori con il punto che eglie dalla destra, etiam con quello che eglie dalla sin istra nel la parte superiore & da poi congiungere etiam quelli quattro della parte inferiore per il medesimo modo, Et fatto questo se trouara che le dette dodici linee congiungente li detti punti formaterono un cubo, il che essendo tal corpo di otto bafe materialmente fatto a te fara cosa facile a provare oer dimostrare che lo inculto corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di questo inferno facendo la prima inscriptione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che e il proposito.

MA per uollet diuidere il lato del detto otto bafe che l'una parte sia doppia in potenza a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potenza a l'altra : (il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiungi insieme direttamente in lungo & harai formata una sol linea diuisa nel punto del congiungimento . Hora diuiderei lo detto lato del detto otto bafe secondo l'ordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sexto) & harai fatto il proposito.

Problema.v. Propositione.v.

In uno assignato corpo di otto bafe triangolare & equilatero se gli puo inscriuere una piramide di quatro bafe triangolare equilatera

In lo assignato corpo di etto base (secondo li precetti della precedente) inscribere un cubo: & in lo cubo inscribere la pyramide che si propone, (come insegna la prima di questo) con ciò sia addeue che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, & come (per dimostrazione della prima) è manifestato tutti li angoli (per la precedente) sono in la superficie del assignato octaedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in la superficie del corpo de etto base, al quale proponemo de inscribere quella per la qual cosa (per la definizione) è manifestato non hauer fatto quello che se adimanda.

Problema.vi. Proposizione.vi.

6 Drento a un dato dato corpo di undici base equilatero se può componere singularmente un corpo di dodice base pentagonale de lati & angoli equali.

Non mostreremo in questo loco a fabricar el corpo de undici base, perche neglie assai evidente (per la decima settima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Còposto adonq quello come se insegna in la detta 16. se in quello te diletta di includere un corpo de dodice base pentagonale & equilatero, eglie da procedere per questa via. Perche eglie manifestato li o tetti triangoli (del detto corpo) hauer. 60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di caduno angolo solido del corpo del yccordron gli conuengono cinque angoli superficiali (li come se appiede dalla dimostrazione della decima settima del terzodecimo) quel corpo adonque è manifestato esser composto da dodici angoli solidi. Trouati adonq li centri de tutti li triangoli (li come si fanno in la proposizione anchora alla precedente) che terminano tutto lo yccordron: quelli conuina con trenta linee rette, talmente che tu conglorghi cadun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno attorno con li quali communica in tato: Quando adonque tu hauerai fatto questo tu uederai da quelle .30. linee esser constituiti do dodici pentagoni oppositi alli dodici angoli solidi del dato yccordron.

A donque tu apprenderai questi pentagoni esser equalitati, li come sciti della base del cubo nella proposizione anchora alla precedente. Perche eglie notorio farlo che li centri di ciascun doi triangoli che hanno un medesimo lato comesse siano distanti de uno medesimo spazio. Resta adonque che tu appreti que li esser etiam equalitati, & è manifestato (per la dimostrazione della decima settima del terzodecimo) el dato corpo de undici base esser circonscritibile della medesima sfera, della quale il diametro è li come el diametro di questo corpo, cioè la linea che conuina li doi angoli oppositi di quello. Se sia adonque legato questo diametro in due parti equali, el punto della sectione farà el centro della sfera che circonscrive quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li pentagoni (per la undecima del duodecimo) dute le perpendicolare & dal punto dove che dette perpendicolare caderanno in caduno pentagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sfera con caduno delli angoli di essi pentagoni, ita adonche che tu prouoi in questo modo quelli esser equalitati, & con ciò sia che tutti li cerchi che circonscrivono li triangoli del yccordron siano equalitati, le perpendicolare che uengono dal centro della sfera a quelli le quale cadono in el centro de quelli faranno equali. A donque tutte le linee che uengono dal centro della sfera a caduno delli angoli del pentagono, sono equali, perche li angoli di pentagoni sono li centri di cerchi che circonscrivono quelli triangoli del yccordron (dal presupposto) A donque (per la penultima proposizione del primo con el medesimo genere de dimostrazione, & el quale argomentassimo di sopra in la decima quarta proposizione) lo settore che penitene in la superficie della sfera quando alcuna superficie plana, Segna la sfera (non sopra el centro di quella

di quella) effer una circonferenza che contenga un cerchio) e neccellario le cinque linee che uscono dal concorso delle linee dette perpendicolarmente dal centro della sfera alle superficie de tutti li pentagoni, alli cinque angoli di ciascuno de detti pentagoni, talor fra loro eguale, Adouque a tutti questi dodici pentagoni, eglie un cerchio che li circonscriva, Concio sia adouque che quelli siano equilateri: etiam si se conuenne quelli esser equiangoli, la qual cosa bisogna dimostrare.

Problema.vii. Proposizione.vii.

Se dentro a un dato corpo di dodice base pentagonale equilatera & equiangole, uoi fabricare un corpo di uini base triangolare, & equilatero.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodici base pentagonale equilatera & equiangole recorti alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenia inscriuere a quello lo corpo deputati base triangolare equilatero, imparalo in questo luogo. Trovari li centri de suoi pentagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di ciascuno pentagono sia congiunto con el centro di ciascuno pentagono, comunicandose con loro in lato: cioè talmente che el centro de ciascuno di pentagoni sia continuato con li cinque centri di cinque pentagoni terminanti ouer che gli siano congiunti a tomo. Quando adouque tu habrai fatto questo a te se rappresentaranno uini triangoli li continui di quelle trenta linee che continuano li centri di pentagoni, et quelli uini triangoli saranno opposti alli uini angoli solidi del dodecedron, li quali abstrarranno un corpo di uini base triangolare (le quale dimostreremo esser equilatero) et li suoi angoli solidi di questo corpo de uini base, faranno terminati et in li centri de li dodici pentagoni del dato corpo dodecedron. Adouque approuarai in questo modo li uini triangoli esser equilateri. Halli centri di pentagoni, condalle le perpendicolare ala lati, & tutte quelle perpendicolare saranno eguale. Adouque tu approuarai (per la ottaua del primo) a due a due, conuenne equali angoli, et perche le linee che condanno li centri di pentagoni le quali sono tendono a quelli angoli conuenne da le due e due perpendicolare (concio sia che tutte le perpendicolare, siano eguale) per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di pentagoni saranno eguale che e il proposito. Ma le due & due perpendicolare conuenne equali angoli & e si far tutte fra loro eguale apprende in questo modo. Et per la quinta del primo, se uisauerai sulla del medesimo) e manifesti cadauna di quelle, che dera li lati del li pentagoni sopra li quali cagiono: in due parti equali: etiam esser fra loro eguale, il che se approua per le linee dette dalli centri di pentagoni, a tutti li angoli di quelli, per la qual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato de congiungono di compagnia in uno medesimo punto del detto lato, impero che linea e linea divide quel lato continue a quelli dieci pentagoni (dalli centri di quali vengono) in due parti eguale, produrai adouque queste due e due perpendicolare: per el centro di pentagoni per fina alli angoli dalli quali: el lato conuenne (in el quale se congiungano de compagnia) e opposto, & sono alli medesimi angoli tirai due linee le quale (per la dimostrazione della 7. del 17.) e manifesto esser tanto quanto e il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sfera et el ppello dodecedron, e pero eglie manifesto qle esser eglie impero che tutti li lati del cubo sono eguali & manifesti per la 9. del 11. eglie esser equidistanti per quello che ambe due sono equidistanti a quel lato comune & in el quale conuenne le due e due perpendicolare, & quelle medesime, e manifeste sio esser diste in due parti eguale da queste perpendicolare adouque (per la uigesima terza della 7. tutte le linee che continuano li pti in li qli le due e due per-

pendicolare con cortano sopra quelle linee le quali diciamo esser tanto quanto il lato del cubo: sono fra loro eguale, perche tutte sono tanto quanto e il lato del cubo. Adunque (per la prima del primo) li angoli contenuti dalle due e due perpendicolari sono eguali, per la qual cosa (per la quarta del medesimo) anchora le linee che continuano li centri di pentagoni: sono fra loro eguale. Adunque in el proposito dodecedron, e inserimo il corpo de tutti base triangolare & equilatero, come fu proposto di fare.

Problema.viii.Propositione.viii.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base pentagonale, & equilatero, descrivere un cubo.

Così sia chel dodecedron sia fabricato sopra li lati del cubo e manifestò (per la decima settima de terzodecimo) e così fabricato poco difficoltà uocorre a intenderci el cubo, perche conchia sia che siano dodici pentagoni se a uno angolo de ciascuno di quelli tirarsi sono una corda alla figura del cubo, da dodici corde si uederà scender fuori sei superficie equilatero & rettangole, le quale abitaranno & conspiranno el corpo del cubo; Quelle esser equilatero e manifestò (per la quarta del primo) & rettangole: per lo medesimo genere di argumentatione, con quale procuassimo (in la sesta di questo) le base del dodecedron, insortito in el dato yodcedron esser equiangole. Certamente e manifestò per la decima settima del terzodecimo, el proposito dodecedron esser circonscritibile de una sfera, Adunque dal centro di quella sfera a tutte quelle superficie quadrilatera tira le perpendicolari come insegna la undecima del undecimo, & dal punto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatera tirare cinque linee rette, & colliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatera con el centro della sfera: & quelle linee che continuano el centro della sfera con li angoli delle figure quadrilatera, saranno semidiametri della sfera, perche tolti dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per la penultima del primo) rimangono li quadrati delle linee che continuano el punto del concorso delle perpendicolari con li angoli delle superficie quadrilatera, e necessario tutte quelle superficie quadrilatera esser in circoli che li circonferenze, li pero e necessario quelle esser equiangole conchia sia che sono equilatero, & perche (per la trigesima seconda del primo) li angoli de ciascuna di quelle tolti insieme sono eguali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole. Adunque al detto corpo inserimo non gli manca niente: della ragione del cubo che il proposito.

Problema.ix.Propositione.ix.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchindere un octoedro,

Componio un dodecedron (come s'insegna in la decima settima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (due quelli che congiungono li carchi sopra le sei linee, che diuisano li lati, oppositi delle superficie del cubo in due parti eguale tirati come corsuoli di quella) diuide in due parti eguali, & quelle diuisioni oger pondi, continua li due e duoi oppositi con tre linee, le quale (per la quadragesima prima del uodecimo) le legaranno fra loro sopra el punto medio del diametro del cubo in due parti eguali, & saranno anchora che le due de quelle tre, se diuisano anchora fra loro ad angoli retti. Adunque se tu coniderassi le themitra di quelle tre linee con dodice linee rette a te pomenira un corpo di otto base triangolare, & equilatero (per la quarta del primo) oer per la penultima

ultima del primo > la qual cosa bisogna dimostrare.

Il Traduttore.

A Chi non ha ben in memoria la qualità ouer forma d'el corpo di dodice bas-
se non sarà molto capace di questa sopraescritta inscrizione. Ma uolens
doue esser ben chiaro, bisogna formarle materialmente. Il dento corpo se da poi
imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decima settima d'el
decimo terzo Scrittore alle opposito a ciascuna superficie del cubo in aere trarre
fare un lato del dodici base, qual dista per mte, e continuar li ponti di tal di-
visioni (li quali faranno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee sco-
te diametralmente (come parla il commento) le quali faranno tre da poi con-
giungere le estremità di dette tre linee con altre di simile nome se uolera peruenire
il dento corpo di otto base qual facilmente se potraa esser equilatero & equian-
golo.

Problema.x. Proposizione.x,

Resta al presente de descrivere dentro a uno dodicedron, una pi-
ramide di quattro base triangolare equilatera.

Inscriue in el dato dodicedron (per la octaua di questo) un cubo, & in el do-
to cubo (per la prima di questo) inscriue una pyramide di quattro base tri-
angolare equilatera. Concio sia adunque, che li angoli della pyramide siano in li an-
goli del cubo (come e manifestato per el processo della prima) & li angoli del
cubo per el processo della octaua) sono in li angoli del dodicedron. Anchora li
angoli della pyramide: saranno in li angoli del dodicedron, Adunque e mani-
festo quello che noi uolemo.

Problema.xi. Proposizione.xi.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscrito nel yocedron, un dodicedron (per la sesta) & in el dodice-
dron un cubo (per la octaua) & (per la dimostrazione della sesta) e mani-
festo che tutti li angoli del dodicedron caduno sopra el corpo delle base del yoc-
edron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodicedron, Adunque li an-
goli del cubo sono in li cimi delle base del yocedron, adunque habbiamo il proposto.

Problema.xii. Proposizione.xii.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la pyramide di quattro ba-
se triangolare, & equilatera.

Si in el dato yocedron (per la precedente) inscriberai un cubo, & in el ius-
so (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non fatta da dubitare
che tu non habbia satisfatto alle domande del yocedro: Ma bisogna sapere che
concio sia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo decimoquinto
libro uien determinato la loro mutua inscrizione, se ciascuno de quelli fusse in-
scriuibile in ciascuno delli altri de quelli medesimi accaderia simili inscripciones,
perche ciascuno de quelli cinque sarian inscriuibili in ciascuno delli altri qua-
tro: E pero quattro s'ada cinque inscripciones (che e simili) necessariamente per-
teneria, Ma nella pyramide solamente lo octocedro-poi esser inscrito, perche

nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in li quali li angoli del cubo ouer del yocedro ouer etiam del dodecedro) possono toccare li estremi di essa pyramide, anchora el cubo e atto a retenerne in se solamente la pyramide delo octocedro. Similmente lo octocedro e atto a retener solamente la pyramide del cubo, & in alcun di questi e possibile a collocarsi alcuoi degli altri cioè lo yocedro & lo dodecedro. Anonga che lo yocedro a tre dell'altri dia rictetto al octocedro solamente ha disegno esser rettangolo, perche li sei angoli del octocedro, retengono la oppositione fra loro a doi a doi sensidiametralmente & le li due che continuano quelli se diuidono fra loro orthogonamente in due parti equali e per tanto formano el glorioso segno di croce, che tutti li demoni fa tremare) triplicato, adonque quate segui di croce, ne li triangoli, ne le base, ne li angoli, ne li lati del yocedro li possono retenerne sotto al suo sito, perche in quello non si puol trouare sei base: ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuatione di questa diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, a meno dell'altri e prohibito ouer octato alloggiamento, immoda tutti e rictacolo, E pero non inconuenientemente, la figura del dodecedro: li antichi discipoli di Platone la attribuirono al sole li come la forma della pyramide al fuoco imposito che solo uola in liso in figura de pyramide, & la figura del octocedro al uere, perche si come si uolera in paruta del moto, seguita il foco, così la forma del octocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilita. Ma la figura del uicino base la deducano al acqua. Perche concio sia che quella sia piu circoscritta in la sphaera de tutti li altri per la molitudine delle sue base: parue conueniente piu al moto delle cose succedente, che delle uicidentie, E la figura del cubo attribuita no alla terra. Perche quala e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior uiclenzia al moto che el cubo, & in li elementi qual se ritorna piu sùlo e costante della terra, Adonque se dalle oind inscriptioni: se ne togli le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del octocedro non comporta, si similmente quella una che repugna la figura del yocedro. Le rimanente saranno solamente dodici inscriptioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del octocedro: tre del yocedro, & quatro del dodecedro. De tutte le quale come penso insufficientemente e stato disposto.

Niccolò Tartalea Traduttore.

Quantunque Euclide non habbia a noi assignato ouer proposto saluo che dodici inscriptioni (còe p ananti e stato disposto) et che medesimamente commentatore afferat con certe sue ragioni non poter esser piu delle predette dodici, Niente di meno due altre ne habbiamo nouamente ritrovate. La prima e a descrirre in uno proposto cubo, il corpo di uini base. La seconda e a inscriuere nel uini base, il corpo di otto base. La qual inscriptione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor ueguando alla prima dico che

Egli e possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di uini base triangolare egualitare.

Si il proposto cubo, a, nel quale uoglio inscriuere el uini base, diuido li duei lati a b, c d, della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli doi punti, h, i, li medesimo fatto de li altri doi lati a quelli oppositi & egualitanti della superficie subiacente (non apparente che e base del cubo) & quelli congiungo con due linee rette lina del le quale e la linea h, i, l'altra a lei egualitante uien a restar occulta & scoperta dal cubo. Di poi diuido anchora li doi lati d, e, & c, l, & similmente li altri doi a quelli oppositi & egualitanti) per in due parti equali & congiungo par medesimamente



definitamente con le due linee *tr* & *tr* una delle quale e la linea *K.L* l'altra retta oc-
cultata dal corpo. Similmente faccio delli doi lati *b.c* & *g.f* tirando la linea *m*,
n & il medesimo faccio della superficie occulta & a questa opposita) fanno questo
cubo caduna de' le tre linee *h.i*, *j.k*, & *m.n* in due parti equali ne'li punti *p*,
q. il medesimo faccio delle altre tre occulte (a questa opposite) & caduna de
queste mita diviso secondo la proportion habente il mezzo & dui terzi ne'li
punti *r*, *s*, *t*, *u*, & talmente che la maggior parte di caduna siano verso il punto
medio cioe che la maggior parte della *h.o* sia la *r.o* & della *o.i* la *u.o* & così
che tutte le altre (si delle occulte come delle apparente) fanno questo congiun-
go caduno di questi punti dividendi con caduno di costanti con linee rette
cioe dal punto *s* tiro quattro linee la prima dal *a* al *a* la seconda dal *s* al *e* la ter-
za dal *s* al *u* la quarta dal *s* al punto occulto de la linea che termina nel punto
z similmente faro con il punto *t* tirando *x*, *y*, & *z* al punto della linea occul-
ta terminante in *g*, & così procedaro in tutti li altri (le quale linee non le ho co-
llete tirate perche generariano confusione ma le immaginaro che siano tirate)
& fanno questo se uedera mensilmente inscritto nel detto cubo una figura conte-
nuta da uini triangoli de li quali uno ne fara sotto a caduno lato del cubo re-
sulti graua il triangolo *s.t.y* & sotto giacente al lato *a.f* & lo triangolo *s.t.u* &
sotto giacente al lato *o.i* & così si trouara in caduno delli altri lati & per esser li
lati del cubo *z* il triangolo adouque sotto giacenti alli lati saranno dodici li altri
otto (che non uia andar a uini) loro giaceranno alli otto angoli solidi del cu-
bo luno di quali fara il triangolo *s.t.x* & così si trouara sotto giacere a caduno
delli altri angoli solidi del cubo. Adouque lo inscirno corpo fara contenuto da
uini triangoli hor retta de dimostrar che siano equilateri la qual cosa si uolmen-
te se dimostrar in questo modo: Imaginamo che sia tirata una linea dal punto *t*
al punto *a* la quale (per la diffinitione) contenera angolo retto con la linea *a.f*
(per esser la *a.f* perpendicolare alla superficie *d.f*) adouque il quadrato della *s*
& lato del triangolo dello inscirno corpo) fara eguale (per la penultima del pri-
mo alli doi quadrati delle due linee *s.t* & *s.f*) & sicche la detta linea *s.f* e eguale
alla linea che fusse tirata dal *a* al *i* il che se manifestara (per la quarta del pri-
mo) tirando una linea dal *a* al *p*. Seguita adouque (per commun scientia) che
le due linee *s.t* & *s.f* lati del triangolo esser fra loro eguale. Et perche el quadra-
to della linea *s.t* e eguale alli doi quadrati delle due linee *s.t* & *s.f* & il qua-
drato della *s.f* (per la penultima del primo) e eguale alli doi quadrati delle due
linee *s.p* & *p.f* seguita che il quadrato della *s.t* e eguale alli tre quadrati delle
tre linee *s.i*, *p.f* & *p.e* perche *p.f* e eguale alla *p.e* (distin) & la *p.e* e la mag-
gior parte di quella & la *s.e* e eguale alla minor parte. Et perche il quadrato di
tutta la linea *p.f* (ouer *p.f*) insieme co' il quadrato della *s.i* (sia minor parte)
e triplo per la quinta del terzodecimo al quadrato della *s.p* (sia maggior par-
te) giouonoci a tal forma il quadrato della detta *s.p* (sia maggior parte) tal som-
ma de' detti tre quadrati fara quadrupla al quadrato della detta *s.p*) maggior
parte adouque per commun scientia la linea *s.e* (lato del triangolo) fara qua-
drupla in potentia alla *s.p* & perche etiam tutta la *s.p* (per la quarta del secon-
do) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima *s.p*. Seguita (per
commun scientia) la *s.e* esser eguale alla *s.n* & di sopra fu dimostrar che la *s*,
t era eguale alla *s.n* adouque il triangolo *s.t.u* fara equilatero & per lo medes-
mo modo se dimostrar de tutti li altri che e il proposito. Et questa inscrizione
trouarai alli .21. di Decembrio che fu il giorno di San Thomaso. 1547. in Veneria
Con la qual inscrizione lo giorno seguente trouarai la tra seconda detta di so-
pra cioe che



Eghe possibile a inscrivere nel corpo di uini base, il corpo di oc-
to base,

Perche egliè manifesto (per il conuerso della inscriptione per noi di sopra addotta) esser possibile de circonscrivere uno cubo, a ogni dato corpo di uita base. Sia adunque il dato yocedron (nel qual uolemo inscriuere el detto cubo) quello medesimo che di sopra fu inscrito nel cubo circa dal quale innasgiaremo che gli sia circonscritto il medesimo cubo. a. f. & perche in ciascaduna delle sei superficie del detto cubo tu se riposa uno lato del dato corpo de uita base della quali luno ne e la linea a. s. (della figura precedente) laltro x. y. laltro t. n. li altri sono a quelli tre oppositi & perche li ponti o. g. p. & similment li altri tre a quelli oppositi diuidono cadauno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo, congiungendo adunque cadauno di detti centri con cadauno di quattro circonscritti con linee rette si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo (per il secondo modo addotto dal commentatore) si manifestara il proposito, cioe che il corpo di omo base che sera inscrito nel detto cubo sera medesimamente inscrito nei uinti base. & perche il lato del cubo (deno di sopra) e eguale a meta la linea l. k. della detta. Due doppia alla p. k. (dista) diuidendo adunque la detta l. k. (ouer il lato del cubo) secondo la medesima proportione habente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sera etiam doppio alla p. t. & perche il lato del uinti base inscrito (cioe la a. n.) e etiam doppio alla medesima t. p. ne seguita lo sotto scritto correlario.

Correlario

E per questo e manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione habente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sera eguale al lato del uinti base inscrito nel medesimo cubo.

Problema. xiii. Propositione. xiii.

si Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello o inscriuermi una sphaera.

Adunque (per lo terzo decimo libro) e manifesto cadauno de questi cinque corpi esser inscriuibile alla sphaera. Al presente adunque fara manifesto el contrario cioe a cadauno di quelli esser inscriuibile la sphaera. Et per dimostrar questo uisiamo (conr siano prostrate mentalmente) le perpendicolare dal centro della circonscritta sphaera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, le quale e necessario cadere dentro li centri di quelli cerchi che circonscriscono esse base, & concio sia che, tutti li cerchi che circonscriscono quelli siano equali: etiam queste perpendicolare saranno equali. Adunque se sopra el centro della sphaera (che circonscritta) descriverai un cerchio secondo la quantita di una di quelle, & essendo circondato la mita di quello per linea a tanto che quel rittornal loco doue comincio a esser mouello: & perche quello e necessario transire per le estremita di tutte le perpendicolare, tu conuincerai per el correlario della decima sesta del terzo) la sphaera descritta da mouimento di quello semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphaera non puo toccar piu delle base di quel corpo di quel che tocca el semicerchio circondato mentre che quello era mouello, per la qual cosa e manifesto noi hauer inscrito una sphaera in lo assignato corpo si come era il proposito.

Fine di tutta l'opera di Euclide Megarense philosopho predatissimo delle due
quante, cioè continua, & discreta: & della proporzione, & proportionalità,
di quelle da Nicolo Tartalea Brisciano con diligenza ristampata secondo le due
tradizioni & per comune utilità dal latino in uolgar tradotta, & in ogni passo
alcuno dilucidata.

Registro di tutta l'opera.

A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. T. V. X. Y. Z.
& 2. 3. A. A. B. B. C. C. D. D.

Tutti sono quarantatrecotto, A, che è quinternio

Stampato in Vinegia per Vennurino Rosinelli ad instantia et requisi-
tione de Giulio de Monferra, & de Pietro di Jacolo da
Vinegia liberto, & de Nicolo Tartalea Briscia-
no Traduttore: Nel Mese di Febraro.
Anno di nostra salute

M. D. XLIII.

Con gratia & privilegio dal Illustrissimo Senato Veneto che nien-
no audisca ne presuma di stampare detta opera, ne stampare altro ue-
niente ne far uendere in Vinegia ne in alcuno altro luoco o terra
del dominio Veneto per anni dieci sotto pena de Ducati trecento
& Ducato uno per opera che fusse trouata, el terzo della qual pe-
na immediate che sia denunciata si applica al Arsenale & un terzo
sia del magistrato ouer rettore del luoco doue se fara la effecutione
& l'altro terzo fara del denunciante, come nel privilegio si contiene.



A
Euclide
Al R. uerendo
la premiazione
la scienza de' poli
Il Traduttore
fabbricare

B
sta diffinitione
Diffinitione 16.
to e de
tella non
tr'angolo

C
Siano li
sono equali
sto intendo
Anchora se
prouato quando

D
para (ello p. mima
orde ute
de sta
contenuto
Incomincia

E
Theorema. 6
sta la
eguale al
per la qual cosa
Incomincia

F
costo
ponto e
Anchora per
maggiore
Theorema. 16.

G
che el
primo) ad angu
e) dal
Incomincia
chio, o. e. g.

H
m. & per
Correlario
Incomincia
medesimo
qualtra

I
si debbe
Il Traduttore
gli
la. d. alla
la parte

K
dimostra
equalita
(suado lo
medesimo o
sia maggiore

L
duoi angoli
a. c. del
Problema. 4.
siano le
Il Traduttore

M
Il Traduttore
(per la
lari che
circonferentia
Incomincia

N
maggiore
me demo
mente
dolina &
numeri

O
no gli
Theorema. 16.
Theorema. 10.
Theorema. 12.
Theorema. 19.

P
& cercare
Incomincia
non produ
& a.)
Theorema. 6

Q
Incomincia
le numerano
siano. a.
proportionalita
ladderario

R
Siano
Theorema. 11.
posito de
ouero misuri
proportione

S
le linee
mo e il
che se la
Theorema. 13.
in due

T
diale &
siano le
la ulgessima
mente
el propofito

V
mine in ponno
na con la
za alla
simplicemente
(per la

X
come se
sia tagliata
se fetanno
della medesima
ta così

Y
medile le
rtiduo ouer
to al termino
a. e. b.
di quella

Z
si sopra
li ouer
Diffinitione. 1
cerchio
per se a. b.

&
la quantita
crent
lo. a. d. e.
del solido
si offer

2
sile in
del sfo
corpo
Theorema. 1
serali

u
ramide che
non e meno
de di alcun
angolo di
sia adogata

A A
seconda del
cioe (que o
seguita
terro (il
del terzo

B a
le quale
circonoscuto
adonque
tro in
arguiremo

CC
to sotto
del sfo
Theorema. 9.
Correlario
sima &

D D
Incomincia
problema. 7.
che concorrono
di quella)
multa del

Tutti sono quater
ni ouero. A. qual
e quaterno



